

実践事例 6

2次関数の最大・最小の理解に GRAPES-lightを活用して

～デジタルコンテンツを活用することで果たせる、
統合的な考えによる理解の深化～

青森県 東奥義塾高等学校
毛内 一元

〈抄録〉

東奥義塾高等学校では、2016年度より学校教育支援アプリのClassiを導入し、生徒の成績や出欠といった情報管理を、タブレット端末を活用して行っています。その後、大型モニターと併せてMicrosoftワイヤレスディスプレイアダプターとAppleTVを設置することで、ICT環境を整備し、「ロイロノート・スクール」の導入により、授業時にもICTを活用した授業実践の展開がより容易になりました。また、それと並行して本校の数学科ではGRAPES-lightやGeoGebraといったデジタルコンテンツのアプリを活用した授業実践も行っています。

2018年度には全館Wi-Fiを設置し、ICT環境の設備が整い、授業などで教員生徒双方向からの発信が容易にできる状態になりました。2019年度からは1学年のグローバル人材育成コースで、2020年度からは1学年の全コースでiPadを導入し、生徒もiPadを活用しながら授業に参加しています。生徒の端末導入までは、教員の方でデジタルコンテンツをモニターに映して見せる程度でしたが、生徒もアプリを活用して自己解決に向けた取り組みができるようになった点で、さらに主体的な学びのための環境整備が進みました。

また、本校1学年のグローバル人材育成コースでは、生徒各自のiPadにLentrance Readerをインストールし、デジタルコンテンツで教科書と参考書『NEW ACTION LEGEND 数学I + A』を活用しながら学習を進めています。

1. はじめに

実践事例の概要（計3時間について）

〈使用教科書〉

数学I Advanced

〈単元名〉

3章 2次関数 1節—3 2次関数の最大・最小

- 定義域に文字を含む場合の最大・最小
- 軸に文字を含む場合の最大・最小①②

2. 実践事例

(1) 1時間目

定義域に文字を含む場合の最大・最小

2次関数は高校入学後、生徒が大きくつまづく題材です。中学校数学では定義域は定数で表された具体的な範囲であり、変数 a を含むような定義域が用いられることはありませんでした。

教科書p.84の例題3の「定義域が限られたときの最大・最小」の問題のように、定義域が定数で表現されたものであれば、2次関数のグラフがかけると最大値と最小値を求めることができます。本時は以下のp.85の応用例題4と、問16の「定義域に文字を含む場合の最大・最小」の問題に、それぞれ最大値と最小値の両方の解決に取り組みせました。

応用例題 定義域に文字を含む場合の最大・最小

4 $a > 0$ のとき、2次関数 $y = x^2 - 4x + 5$ ($0 \leq x \leq a$) の最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

問16 $a > 0$ のとき、2次関数 $y = -x^2 + 6x + 1$ ($0 \leq x \leq a$) の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

2次関数 $y = x^2 - 4x + 5$ のグラフはかけますが、定義域が $0 \leq x \leq a$ であるため、変数 a の値によって定義域が変わり、最大値と最小値をとる x の値が変わってしまいます。そこで無料iPadアプリGRAPES-lightを使うことで、変数

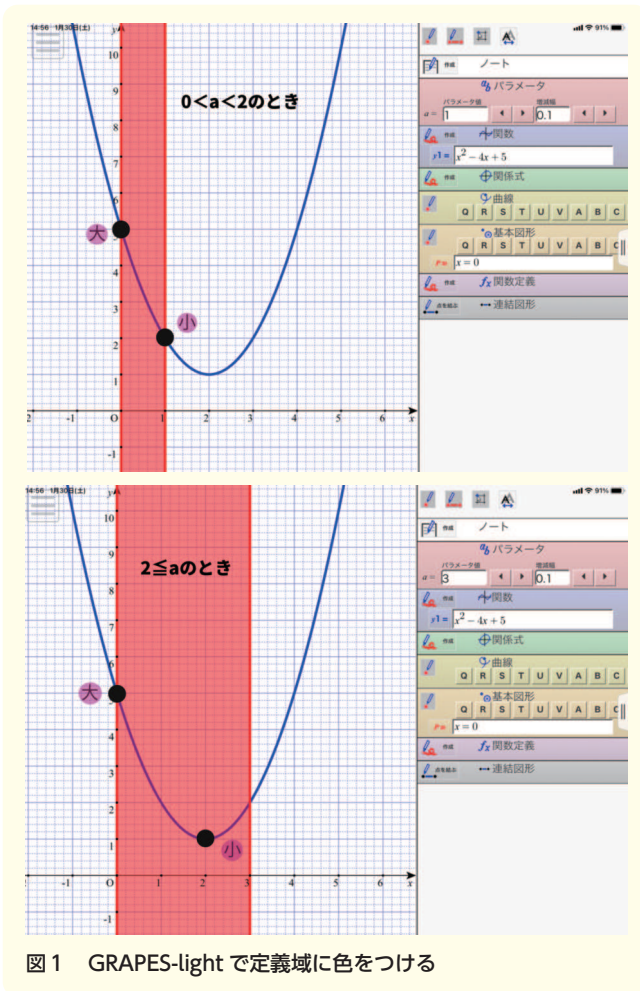


図1 GRAPES-light で定義域に色をつける

a の値によって定義域が変化したとしても、図1のように定義域に色をつけることもでき、視覚的に変化を感じることができました。それにより、それぞれの場合において最大値と最小値をとる x の値を調べることができました。また、場合分けの前に定義域の右端の $x=a$ の値が2次関数の軸 $x=2$ よりも小さければ常に $x=a$ のときに最小値をとるといった分類もでき、場合分けについてより統合的に考えることも可能となり、理解の深化を図ることができました。

次に、応用例題4を用いて、GRAPES-lightの使い方を確認し、 a の値を変化させることで最大値と最小値をとる x の値を確認させ、写真1のようにグループ活動で変化の様子を共有させました。

生徒はこれらの活動を通してGRAPES-lightの使い方と、定義域が変化する中でそれぞれの場合における最大値と最小値をとる x の値を調べることができました。

その後、問16の問題解決を通して上に凸のグラフにおいても同様の活動を行わせ、ここでも最大値と最小値をとる x の値の変化を確認して解決し、どのように変化するか意見を共有する時間を設け、理解の深化を目指しました。



写真1 GRAPES-lightを使ったグループ学習

(2) 2時間目

軸に文字を含む場合の最大・最小①

前時に引き続き2次関数の最大・最小を求めますが、本時は以下のp.86の応用例題5のように軸が動く下に凸の2次関数の最大・最小の問題に取り組ませました。

応用 例題	軸に文字を含む場合の最大・最小
5	2次関数 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 1$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値を求めよ。 また、そのときの x の値を求めよ。

教科書では最小値のみに触れていますが、前時と同様にGRAPES-lightを活用することで最大値についてもここで触れることが可能であると考えました。

まず生徒にとって2次関数の式に変数 a がある式は基本的に初めて触れる題材になります。平方完成すると、 $y = (x-a)^2 + 1$ と変形できるため、軸が $x=a$ の2次関数であることがわかり、変数 a が変化することで定義域に対してグラフが移動するとわかります。しかし、最大・最小を考える前に2次関数のグラフがどのように移動するかが理解できない生徒が多くいました。その理解を促すために、GRAPES-lightでその様子を確認し、その上で定義域に対してグラフの最大値と最小値をとる x の値の変化を検証する作業を行いました。まず、最小値は定義域に対する2次関数の軸の位置によって3つの場合に分けて求められることが確認でき、これらを整理するために「ロイロノート・スクール」のシンキングツールを用いて図2のように整理してみました。

また、最大値についてもGRAPES-lightで検証する作業を行いました。このときは軸が定義域の中央に重なるときを境界にして、2つの場合分けで求められることが検証からわかり、同様に整理すると図3のようになりました。

以上のように下に凸のグラフの最大値と最小値についての場合分けを整理して理解することができました。

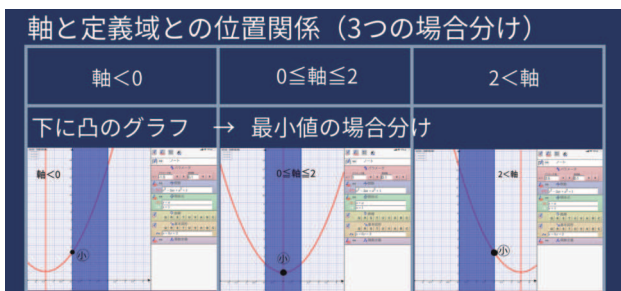


図2 「ロイロノート・スクール」による3つの場合分け

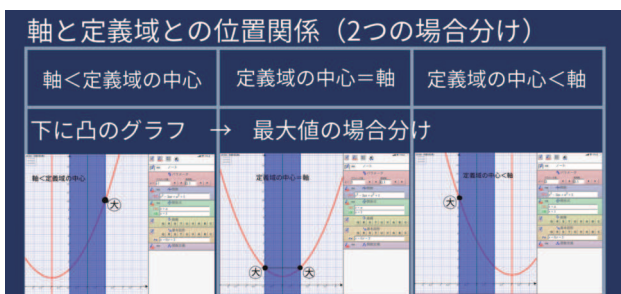


図3 「ロイロノート・スクール」による2つの場合分け

(3) 3時間目

軸に文字を含む場合の最大・最小②

前時に続いて、以下の問17の問題解決により、上に凸の2次関数の最大値と最小値の場合分けもGRAPES-lightで統合的に考え、「ロイロノート・スクール」のシンキングツールで整理することを目指しました。

問17 2次関数 $y = -x^2 + 2ax - a^2 + 3$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最大値を求めよ。
また、そのときの x の値を求めよ。 → p.91 問題4

ここまで授業が進むと生徒も慣れてきて、写真2のように自らGRAPES-lightで検証することもでき、グループでの共有も順調に進むようになってきました。

そして、検証の結果を写真3のようにモニターに映した状態でグラフを動かして、最大値と最小値についての位置を示させることで、クラス全体で結果を共有しました。

生徒には各自スクリーンショットでも撮影させ、前時に整理させたシンキングツールに追加し、そのデータを提出箱に提出させました。今回は、下に凸のグラフの最小値と上に凸のグラフの最大値について、同様に3つの場合分けで考えることができるため、これらを図4のように整理させました。

同様に下に凸のグラフの最大値と上に凸のグラフの最小値については、軸が定義域の中央に重なるときを境界にして2つの場合分けができます。これらを図5のように整理させました。

以上を踏まえ、2次関数の定義域や軸に変数 a を含む問題について、GRAPES-lightを活用することで、最大値と最小値をとる x の値の変化を確認して解決し、変化の様子が実感を伴って理解できるような授業実践を展開することができました。

3. おわりに

(1) まとめ

この授業実践により、これまで板書やモニターに教員が映したものを見せる程度だった授業が、全生徒が端末を持ったことで、まず生徒自らGRAPES-lightを活用してグラフを容易にかけるようになりました。また、変数 a を変化させることで、グラフと定義域の位置関係の変化を実感を伴って理解することができました。

生徒の感想として、図だけではなぜ最大値と最小値をとる x の値が変化するのかを理解できなかった生徒も、自らGRAPES-lightを操作することで実感を伴って理解できたと話しています。

また、理解が困難な場合分けについても、最大値と最小値をとる x の値の分類ができたり、場合分けとして統合的に考えることを同時に取り入れることができたりして、従前の授業よりも理解の深化が図れる授業展開が可能になったと考えております。

(2) 今後の課題と計画

これまでの実践の中で、数学Ⅱの「図形と方程式」の軌跡や数学Aの「図形の性質」の空間図形のような単元、数学Ⅲの「2次曲線」でGeoGebraを活用したものはありましたが、本実践のような授業展開は、まだ全単元で行っているわけではありません。

今後は本校のICT教材を活用しやすい環境の下で、他の単元においても生徒の理解度を深める教材の開発をしていくとともに、「ロイロノート・スクール」を活用した、生徒の思考の過程を整理し、これらを意識化できる教材の研究を進めていきたいと考えています。



写真2
GRAPES-light を使った検証

写真3
モニターに映しての説明

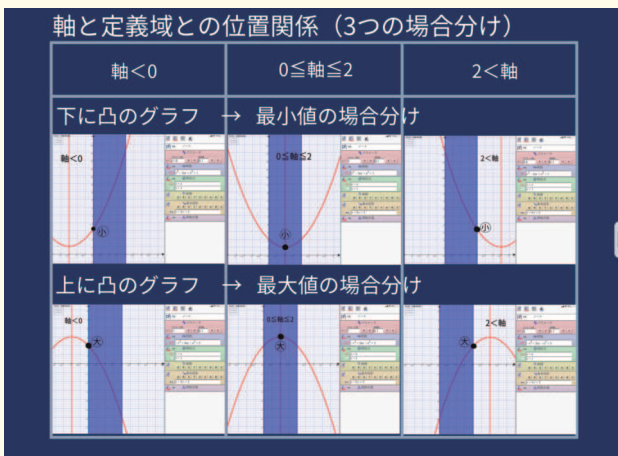
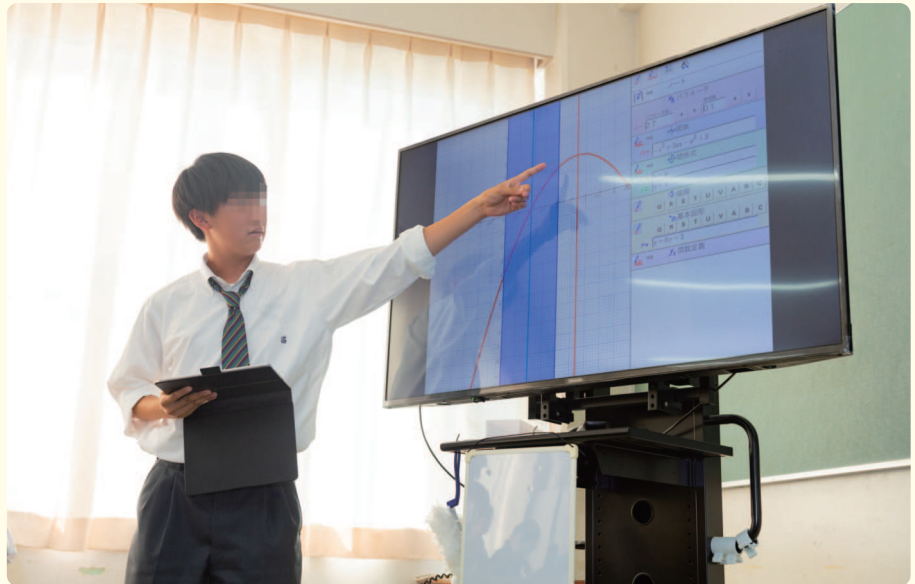


図4 下に凸, 上に凸のグラフの3つの場合分け

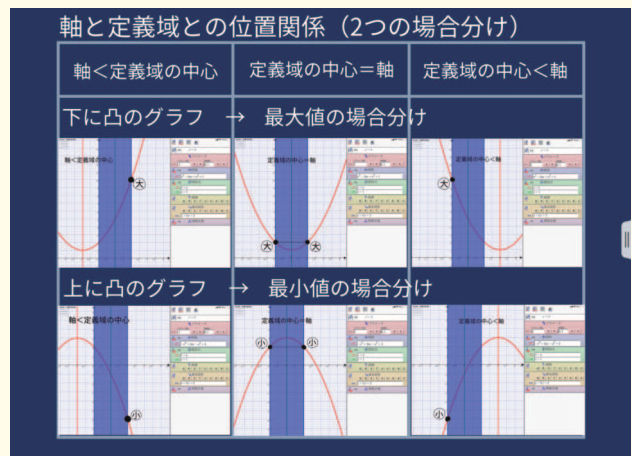


図5 下に凸, 上に凸のグラフの2つの場合分け