東京書籍

2022 年 6 月
この資料は、一般社団法人教科書協会「教科書発行者行動規範」に則っております。

内容解説資料

教科書ワークノートシリーズ

短期間で完成！　見開き２ページ構成の単元別ワークノート

NOW PRINTING

次ページ以降に紙面のサンプルイメージを掲載しています。なお、製作途上のもののため、完成品で変更されることがあります。

待望の新刊！

統計的な推測ワークノート

- 確率分布から区間推定や仮説検定まで、統計的な推測を短時間で学習できるよう、内容を 11 項目に厳選しました。
- POINT と例題を参考にして問題を解いていくことで、基本からやや応用的な内容まで理解・習得できます。
- 巻末には、大学入学共通テストを見据えた総合問題を掲載しました。

新課程版

データの分析ワークノート

- 新課程で加わった仮説検定を、追加しました。
- 大学入学共通テストに頻出の変量の変換を丁寧に扱いました。
- 巻末には、大学入学共通テストを見据えた総合問題を掲載しました。

新課程版

図形の性質ワークノート

- 図形の性質を短時間で学習できるよう、内容を 11 項目に厳選しました。
- 生徒が取り組みやすい求値問題を中心に扱いました。
- 巻末には、大学入学共通テストを見据えた総合問題を掲載しました。

教材名	判型	頁数	本体	定価(税込)	付属品	発行予定
データの分析ワークノート	B5	32	291	320	解答編	2022 年 9 月末
図形の性質ワークノート	B5	32	291	320	解答編	2022 年 9 月末
統計的な推測ワークノート	B5	32	309	340	解答編	2022 年 10 月末

9　母平均の推定（1）

Point 9

1 母平均の推定

母平均のような母集団の分布の特徴を表す値が未知のときに，得られた標本からその値を推測することを **推定** という。

標本平均の平均は母平均に等しいため，標本平均をもとに，ある一定の割合で母平均を含む区間を求めることができる。このような推定を **区間推定** といい，求める区間を **信頼区間** という。

⚠ 信頼度は任意に指定できるが，99％や95％が選ばれることが多い。

⚠ 信頼度95％の区間とは「標本を100回抽出してそれぞれの信頼区間を求めたとき，そのうちの95回程度の信頼区間は母平均 m を含む」という意味である。

母標準偏差 σ が分かっている母集団から大きさ n の標本を抽出するとき，n が大きければ

母平均 m に対する信頼度95％の信頼区間 … $\overline{X}-1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqq m \leqq \overline{X}+1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

母平均 m に対する信頼度99％の信頼区間 … $\overline{X}-2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqq m \leqq \overline{X}+2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

⚠ 母標準偏差 σ が分からないときは，標本の大きさ n が大きければ，σ の代わりに標本の標準偏差 s を用いてもよい。

20 次の $\boxed{}$ に当てはまる数式を答えよ。ただし，同じ記号の $\boxed{}$ には同じ数式が入る。

母平均 m，母標準偏差 σ をもつ母集団から大きさ n の標本を抽出すると，n が大きいとき標本平均 $\overline{X}$ の分布は正規分布 $N(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$ と見なせる。

$\overline{X}$ を標準化した確率変数 $Z=\dfrac{\overline{X}-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ の分布は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ と見なせるから，正の数 k に対して $|Z| \leqq k$ を変形すると

$$|\overline{X}-m| \leqq \boxed{\text{オ}}$$

すなわち

$$\overline{X}-\boxed{\text{オ}} \leqq m \leqq \overline{X}+\boxed{\text{オ}}$$

となる。

したがって

$$P(\overline{X}-\boxed{\text{オ}} \leqq m \leqq \overline{X}+\boxed{\text{オ}})=P(|Z| \leqq k)=2u(k) \quad \cdots\cdots ①$$

である。

$k=1.96$ のとき，$2u(k)$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ であるから，① の式は

$$P(\overline{X}-\boxed{\text{キ}} \leqq m \leqq \overline{X}+\boxed{\text{キ}})=\boxed{\text{カ}}$$

と書くことができる。このとき，区間 $\overline{X}-\boxed{\text{キ}} \leqq m \leqq \overline{X}+\boxed{\text{キ}}$ が，母平均 m に対する信頼度95％の信頼区間である。

例題11　母平均の推定

ある工場で製造された製品の中から100個を無作為に抽出したところ，重さの平均は347.60 g であった。母標準偏差を5.00 g として，この工場で製造された製品1個当たりの重さの平均 m に対する信頼度95％の信頼区間を求めよ。

解答　$\sigma=5.00$，$n=100$，$\overline{X}=347.60$ であるから，m に対する信頼度95％の信頼区間は

$$347.60-1.96\cdot\frac{5.00}{\sqrt{100}} \leqq m \leqq 347.60+1.96\cdot\frac{5.00}{\sqrt{100}}$$

よって　$346.62 \leqq m \leqq 348.58$

したがって，母平均 m に対する信頼度95％の信頼区間は **346.62 g 以上 348.58 g 以下** となる。

21 ある県の16歳女子400人を無作為に抽出して調べたところ，身長の平均は157.6 cm であった。母標準偏差を5.28 cm として，この県の16歳女子全体の身長の平均 m に対する信頼度95％の信頼区間を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入せよ。

22 ある試験を受けた生徒の中から100人を無作為に抽出して調べたところ，平均点は57.8点，標準偏差は12.0点であった。この試験の受験生全員の平均点 m に対する信頼度95％の信頼区間を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入せよ。

10　母平均の推定(2)

Point 10

1 母平均の推定における信頼区間の幅

母標準偏差 σ が分かっている母集団から大きさ n の標本を抽出するとき，n が大きければ

母平均 m に対する信頼度 95％の信頼区間 … $\overline{X}-1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqq m \leqq \overline{X}+1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

この信頼区間の幅は　$2\cdot1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

2 母比率の推定

母比率 … 母集団の中で，ある性質 A をもつ個体の割合

母集団から大きさ n の標本を抽出するとき，標本の中で性質 A をもつ個体の比率を p' をおくと，母比率 p に対する信頼度 95％の信頼区間は

$$p'-1.96\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} \leqq p \leqq p'+1.96\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$$

例題12　信頼区間と標本の大きさ

ある工場で製造された製品 1 個あたりの重さの母標準偏差 σ は 6 g であるという。その母平均 m を信頼度 95％で推定するとき，信頼区間の幅を 0.6 g 以下にするには，標本の大きさ n を少なくともいくらにするとよいか。

解答　母平均 m に対する信頼度 95％の信頼区間の幅は

$$2\cdot1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{2\cdot1.96\cdot6}{\sqrt{n}}$$

これが 0.6 以下であることから　$\sqrt{n} \geqq \dfrac{2\cdot1.96\cdot6}{0.6}$

よって　$n \geqq \left(\dfrac{2\cdot1.96\cdot6}{0.6}\right)^2=1536.64$

したがって，標本の大きさ n を少なくとも **1537** にするとよい。

◀ a，b，x がすべて正のとき $\dfrac{a}{x} \leqq b$ を変形して $x \geqq \dfrac{a}{b}$

◀ 1536.64 の小数点以下を切り上げて答える。

23　ある地域の 16 歳男子の身長の母平均 m を信頼度 95％で推定する。母標準偏差が 4.8 cm のとき，その信頼区間の幅を 1.2 cm 以下にするには，標本の大きさ n を少なくともいくらにするとよいか。

24　母標準偏差が σ である母集団から抽出した大きさ n の標本の平均から，母平均 m に対する信頼度 α％の信頼区間を求める。次のそれぞれの場合について，信頼区間の幅はどうなるか。

① 広くなる　　② 狭くなる　　③ 変わらない

から 1 つ選び，記号で答えよ。

(1)　母標準偏差 σ が大きくなる

(2)　標本の大きさ n が大きくなる

(3)　信頼度 α％が大きくなる

25　次の $\boxed{\quad}$ に当てはまる数式を答えよ。ただし，同じ記号の $\boxed{\quad}$ には同じ式が入る。

製造された製品全体に占める不良品の比率を不良率という。ある工場で生産される製品の不良率が p で，その製品から大きさ n の標本を無作為抽出するとき，その標本に含まれる不良品の個数を X とする。このとき，X の確率分布は二項分布 $B(n,\ p)$ であり，n が十分に大きければ正規分布 $N(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$ と見なしてよい。したがって，X を標準化した確率変数 $Z=\dfrac{X-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ の分布は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ と見なせる。このとき

$$P\left(-\boxed{\text{オ}} \leqq \frac{X-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \leqq \boxed{\text{オ}}\right) \fallingdotseq 0.95$$

が成り立ち，左辺のかっこの中を変形すると

$$P\left(\frac{X}{n}-\boxed{\text{カ}} \leqq p \leqq \frac{X}{n}+\boxed{\text{カ}}\right) \fallingdotseq 0.95$$

となる。

ここで，$\dfrac{X}{n}$ は標本における不良品の比率であり，これを p' とおくと，n が十分大きいとき，$\boxed{\text{カ}}$ の式に含まれる p を p' と見なしてよいから

$$P(p'-\boxed{\text{キ}} \leqq p \leqq p'+\boxed{\text{キ}}) \fallingdotseq 0.95$$

と近似できる。このとき，区間 $p'-\boxed{\text{キ}} \leqq p \leqq p'+\boxed{\text{キ}}$ が，母比率 p に対する信頼度 95％の信頼区間である。

例題13　母比率の推定

あるテレビ番組について 1600 世帯を調査したところ，そのうち 320 世帯でその番組が視聴された。母集団における番組の視聴率 p に対する信頼度 95％の信頼区間を求めよ。

解答　標本の視聴率を p' とおくと　$p'=0.2$

視聴率 p に対する信頼度 95％の信頼区間は

$$0.2-1.96\sqrt{\frac{0.2\cdot0.8}{1600}} \leqq p \leqq 0.2+1.96\sqrt{\frac{0.2\cdot0.8}{1600}}$$

すなわち　**$0.1804 \leqq p \leqq 0.2196$**

◀ $\dfrac{320}{1600}=0.2$

26　ある工場で製造された製品の中から無作為に 600 個を選んで調べたところ，24 個の不良品があった。この工場で製造される製品の不良率 p に対する信頼度 95％の信頼区間を求めよ。ただし，小数第 4 位を四捨五入せよ。