

まとめ

基礎チェック

万有引力

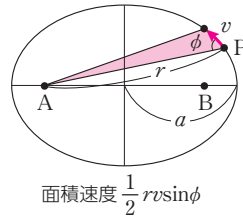
61 ケプラーの法則

第1法則…惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道上を動く。

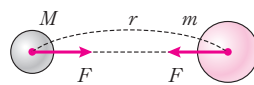
第2法則…惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積は一定である（面積速度一定の法則）。

第3法則…惑星の公転周期 T の2乗は、楕円の長半径 a の3乗に比例する。

$$T^2 = ka^3 \quad (k \text{ は比例定数})$$



〈2物体にはたらく万有引力〉



62 万有引力の法則

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

(F : 万有引力の大きさ M, m : 質量 r : 距離)

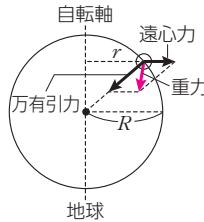
万有引力定数 $G \approx 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

63 重力

$$\text{重力: } mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$\text{重力加速度: } g = G \frac{M}{R^2}$$

・厳密には、物体にはたらく重力は、地球から受ける万有引力と地球の自転による遠心力の合力。



64 万有引力による位置エネルギー

$$U = -G \frac{Mm}{r} \quad (r \rightarrow \infty \text{ で } U=0)$$

65 万有引力による運動

力学的エネルギー保存の法則

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-G \frac{Mm}{r}\right) = \text{一定}$$

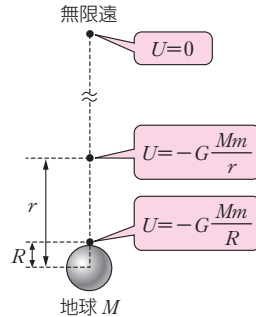
第1宇宙速度 v_1

$$m \frac{v_1^2}{R} = mg \rightarrow v_1 = \sqrt{gR}$$

第2宇宙速度 v_2

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \left(-G \frac{Mm}{R}\right) = 0 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gR}$$

〈各点における U の値〉



□ 61-1 ある惑星が、近日点（太陽に最も近づく点）で、速さ v_1 で運動しているとするとき、遠日点（太陽から最も遠ざかる点）での速さを求めよ。惑星の近日点における太陽との距離を r_1 、遠日点における太陽との距離を r_2 とする。

□ 61-2 ハレーすい星の公転軌道の長半径が地球の18倍とすると、ハレーすい星の公転周期は何年か。

□ 62 質量 1.0 kg の2つの物体が、 1.0 m 離れて置かれているとき、この物体間にはたらく万有引力の大きさはいくらか。万有引力定数を $6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ とする。

□ 63-1 地上に置いた質量 m の物体にはたらく重力の大きさを求めよ。ただし、地球の質量を M 、地球の半径を R 、万有引力定数を G とする。ただし、地球の自転による遠心力は無視するものとする。

□ 63-2 地球の半径を $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 、地表における重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 、万有引力定数を $6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ として地球の質量を求めよ。ただし、地球の自転による遠心力は無視するものとする。

□ 64 地上に質量 1.0 kg の物体が置いてある。この物体の万有引力による位置エネルギーはいくらか。万有引力による位置エネルギーの基準点は無限遠とし、地球の半径を $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 、地球の質量を $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 、万有引力定数を $6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ とする。

□ 65 地球の半径を $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 、地表での重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 として、第1宇宙速度はいくらか。また、第1宇宙速度で地表の近くを運動する人工衛星が地球を1周するのにかかる時間は何分か。 $\pi = 3.14$ とする。

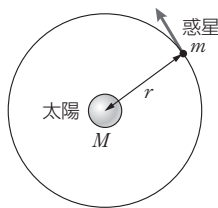
【 解答 】

$$61-1 \frac{r_1}{r_2} v_1 \quad 61-2 76 \text{ 年} \quad 62 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \quad 63-1 G \frac{Mm}{R^2} \quad 63-2 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$64 -6.3 \times 10^7 \text{ J} \quad 65 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}, 85 \text{ 分}$$

記述 基本例題 46 惑星の運動

太陽のまわりを惑星が等速円運動しているものとして、以下の問いに答えよ。ただし、太陽の質量を M 、惑星の質量を m 、惑星の角速度を ω 、軌道半径を r 、万有引力定数を G とする。



- (1) 惑星についての運動方程式をつくれ。
- (2) 惑星の公転周期 T を求めよ。また、 T^2 が r^3 に比例することを示せ。

考え方

万有引力の法則と運動方程式を用いることで、ケプラーの第3法則を導く。

解説

- (1) 万有引力を向心力として円運動をしているので、半径方向の運動方程式は、

$$m\omega^2 = G \frac{Mm}{r^2}$$

- (2) (1)の結果より、 ω について解くと、 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$

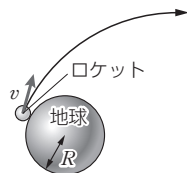
よって、公転周期 T は、 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

また、 $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ の両辺を2乗すると、 $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$

となり、 $\frac{4\pi^2}{GM}$ は一定値となるので、 T^2 は r^3 に比例する。

64 基本例題 47 第2宇宙速度

地表から質量 m のロケットを速さ v で打ち上げる。地球の質量を M 、地球の半径を R 、万有引力定数を G とする。



- (1) 地表からロケットを打ち上げたときの運動エネルギー、万有引力による位置エネルギーをそれぞれ求めよ。万有引力による位置エネルギーは無限遠を基準とする。
- (2) 打ち上げた後、ロケットが無限の遠方に達するための v の条件を求めよ。

考え方

運動エネルギーと万有引力による位置エネルギーの和で表した力学的エネルギー保存の法則を用いることで、第2宇宙速度を求める。

解説

- (1) 打ち上げる速さが v であるので、運動エネルギー K は、 $K = \frac{1}{2}mv^2$

また、万有引力による位置エネルギー U は、 $U = -G \frac{Mm}{R}$ となる。

- (2) 地球の中心からの距離 r での人工衛星の速さを v' とすると、力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R} = \frac{1}{2}mv'^2 - G \frac{Mm}{r}$$

地表での力学的エネルギー 距離 r での力学的エネルギー

無限の遠方に達するためには、 r が無限大のとき $\left(-G \frac{Mm}{r} = 0 \text{ のとき}\right)$ に、人工衛星の

運動エネルギーが0以上であればよいので、

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R} = \frac{1}{2}mv'^2 \geq 0$$

よって、 $\frac{1}{2}mv^2 \geq G \frac{Mm}{R} \quad v \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

→ 解答編 p.128 ~ 133

基本問題

分析 197 ケプラーの法則 表1は、太陽系各惑星の公転軌道の長半径 a と公転周期 T を、

地球の長半径を1、公転周期を1として表したものである。図1は、表1の地球と土星のデータにある加工をして描いたグラフで、割愛した他の惑星についても、破線上に点を打つことができる。次の文中の { } の中から最も適する数値をそれぞれ選べ。

図1のグラフの横軸は a の (1) {0.5, 1, 2, 3} 乗、縦軸は T の (2) {0.5, 1, 2, 3} 乗の値をとっている。これより、木星の公転周期は約 (3) {6, 12, 18, 24} 年と推測できる。

惑星名	長半径 a	周期 T
金星	0.723	0.615
地球	1	1
火星	1.52	1.88
木星	5.20	
土星	9.55	29.5
天王星	19.2	84.0

表1

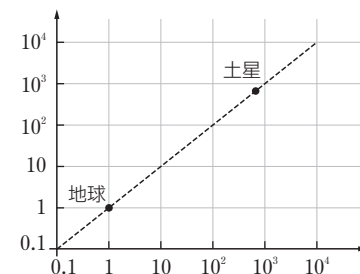


図1

198 ケプラーの法則・万有引力の法則 以下の空欄に適する数式または語句などをそれぞれ答えよ。

ケプラーの第3法則を用いて、万有引力の法則を導きだしてみよう。

ケプラーの第3法則によると、惑星の公転周期 T の2乗は楕円軌道の長半径 a の3乗に比例する。すなわち、 $T^2 = ka^3$ (k は比例定数) と書ける。

ここで、惑星の運動を円運動と近似し、周期 t [s] で半径 r [m] の円運動をしている惑星を考える。このときの速さは、

$$v = \boxed{\text{①}} \text{ [m/s]} \cdots (1)$$

となる。 $T = t$, $a = r$ としてケプラーの第3法則を適用して、(1)式の t を消去すると、

$$v = \boxed{\text{②}} \text{ [m/s]}$$

と書ける。惑星は太陽から向心力 F [N] で引かれている。惑星の質量 m [kg]、速さ v [m/s] と円運動の半径 r [m] を用いると、向心力 F は $\boxed{\text{③}}$ [N] と表される。 $\boxed{\text{③}}$ に、 $\boxed{\text{②}}$ 式を用いると、

応用例題 24 断熱変化

右図のように、水平に置かれたシリンダー内を滑らかに動くピストンが、シリンダー内をA、Bに分けている。ヒーターはA内の気体を温めることができ、シリンダー、ピストンはともに断熱材でできている。最初A、B内にはどちらも単原子分子理想気体が1 mol ずつ封入されており、その圧力、体積、絶対温度はともに p_0 [Pa], V_0 [m³], T_0 [K]であった。単原子分子理想気体が断熱変化するとき、 $pV^\gamma = \text{一定}$ ($\gamma = \frac{5}{3}$)の関係式が成立する。ヒーターでA内の気体を温めたところ、ピストンが右へ移動し、B内の気体の温度が $4T_0$ [K]になった。

- (1) B内の気体の体積と圧力を求めよ。
- (2) A内の気体の絶対温度を求めよ。

考え方 状態方程式 $pV = nRT$ より、 $p = \frac{nRT}{V}$ となり、これを $pV^\gamma = \text{一定}$ に代入すると、

$$nRT \frac{V^\gamma}{V} = \text{一定} \text{ となるので、 } TV^{\gamma-1} = \frac{\text{一定}}{nR} = \text{一定}$$

KEY WORD

断熱材…B内の気体は断熱変化する。

水平に置かれたシリンダー…A、Bの気体の圧力は等しい。

図から…A内の気体の体積が増加した分、B内の気体の体積は減少する。

解説

- (1) 求める体積と圧力を V_B , p_B として、考え方の式を用いると、

$$T_0 V_0^{\frac{2}{3}} = 4T_0 V_B^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{両辺3乗して、} T_0^3 V_0^2 = 64 T_0^3 V_B^2$$

$$\text{よって、} V_B = \frac{V_0}{8} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定より、} p_0 V_0^{\frac{5}{3}} = p_B \left(\frac{V_0}{8} \right)^{\frac{5}{3}}$$

$$\text{両辺3乗して、} p_0^3 V_0^5 = p_B^3 \left(\frac{V_0}{8} \right)^5$$

$$\text{よって、} p_B = (8^{\frac{5}{3}})^{\frac{1}{3}} p_0 = 32 p_0 \text{ [Pa]}$$

$$(8^{\frac{5}{3}})^{\frac{1}{3}} = \{(2^3)^{\frac{5}{3}}\}^{\frac{1}{3}} = (2^{15})^{\frac{1}{3}} = 2^5 = 32$$

- (2) 滑らかに動くピストンなのでA内、B内の気体の圧力は等しい。よって、A内の気体の圧力も $32p_0$ である。A内の気体の体積はB内の気体の体積が $\frac{V_0}{8}$ になったので、 $V_0 + \frac{7}{8}V_0 = \frac{15}{8}V_0$ になる。A内の気体について、ボイル・シャルルの法則より、求める温度を T_A として、

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{32 p_0 \cdot \frac{15}{8} V_0}{T_A} \quad \text{よって、} T_A = 60 T_0 \text{ [K]}$$

応用問題

日常 264 フェーン現象 (力学メカニズム) 圧力

p [Pa], 体積 V [m³], 絶対温度 T [K], 1 molあたりの質量 M [kg/mol]の空気塊 n [mol]が山頂にある。図1のように、この空気塊が山のかみもとへ下降していく過程を考えよう。

ただし、次の(i) ~ (iv)を仮定し、気体定数を R [J/(mol · K)]とする。

- この空気塊は理想気体と見なせる。
- 空気塊の中では、状態は一樣である。
- 通常、時間が経つにつれて、境界面から周囲の大気が空気塊に混じり状態を変化させるが、ここでは無視する。
- 大気から空気塊への熱の出入りもなく、空気塊は断熱変化する。

A 空気塊の高度がわずかに変化するとき、圧力、体積、温度が、それぞれわずかに Δp [Pa], ΔV [m³], ΔT [K]だけ変化したとする。以下の□を埋めよ。ただし、 $|\Delta p|$, $|\Delta V|$, $|\Delta T|$ はそれぞれ p , V , T に対して十分に小さく、微小量どうしの積は非常に小さいと考えて無視できるものとする。

- (1) 状態方程式を適用すると、

$$p\Delta V + V\Delta p = \square \quad \cdots \text{①}$$

となる。

- (2) 空気塊が外部にする仕事 W [J]は図2のグラフの面積 S で表される。 Δp , ΔV が微小なので、面積 S は台形の面積に近似でき、ここでも微小量どうしの積は十分小さく0と見なせることを使って W を求めると、□となる。また、内部エネルギーの変化 ΔU [J]を n , ΔT , 定積モル比熱容量 C_V [J/(mol · K)]を使って表すと、□となる。熱力学第1法則より断熱変化なので、

$$\Delta U + W = 0 \quad \cdots \text{②}$$

が成立する。

次に、図3のように底面積が1 m²の気柱を考える。

- (3) 高さ z [m]とそれよりもわずかに高い $z + \Delta z$ [m]に挟まれた空気層の重さは□となる。ただし、この部分の空気密度を ρ [kg/m³]とし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。
- (4) この空気層にはたらく重力、空気層の上面が押される力、空気層の下面が押される力の3力がつり合っていることから、

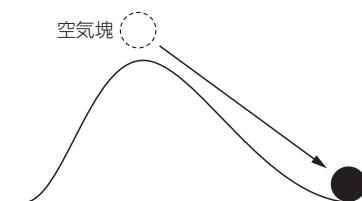


図1

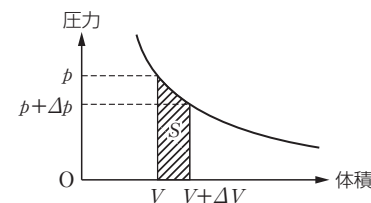


図2

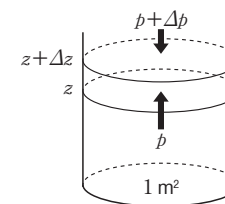


図3

先生：とてもいいと思います。いつもの物理実験のように、誤差が現れることを想定して、複数回実施して速度の平均値を用いるといいですね。では、実験を開始しデータを記録してください。

2班：これが私たちのデータです(右表)。測定を5回行ったところ、速度計測器の平均値は、上側で **ア**、下側で **イ** となりました。

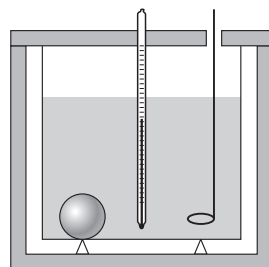
先生：この表から、ボールの質量が 0.040 kg なので、ボールの運動エネルギーは計測器(上側)の位置で **ウ**、計測器(下側)の位置で **エ** となりますね。また、ボールと計測器(上側)の距離は 0.200 m、ボールと計測器(下側)の距離は 0.400 m であったので、計測器(下側)の位置を重力による位置エネルギーの基準とすると、最初のボールの位置、計測器(上側)の位置、計測器(下側)の位置における力学的エネルギーは、それぞれ **オ**、**カ**、**キ** と求まりましたね。

2班：先生、3つの値が等しくありませんが、私たちの実験は失敗なのですか。

先生：いいえ。**カ**、**キ** の値が少し小さいようですが、どんなに注意して実験を行っても多少の誤差はありますよ。このデータならば、おおよそ力学的エネルギーの値が一定と言えます。次は測定の精度を高めるための方法を考えてみましょう。

4 熱の移動

水熱量計を用いて、試料の比熱容量を求める実験を行った。まず、水熱量計に質量 m_1 の水を入れ、しばらく時間をおいて温度が安定するのを確認した後、温度 t_1 を計測する。次に、別の装置で加熱した試料(質量 m_2 、温度 t_2) を水熱量計に静かに入れる。その後の温度の変化を調べ、温度が一定になってから温度 t を計測する。実験の測定値は表の通りである。ただし、水熱量計の熱容量は無視できるものとする。



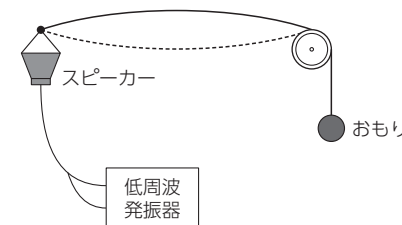
2 班		
	ボールの質量	0.040 kg
	ボールと計測器(上側)の距離	0.200 m
	ボールと計測器(下側)の距離	0.400 m
	速度計測器の値 (m/s)	
	上側	下側
1回目	1.87	2.74
2回目	1.87	2.74
3回目	1.87	2.76
4回目	1.91	2.76
5回目	1.90	2.74
平均値	ア	イ

- (1) 試料を入れてから熱平衡になるまでに、水が得た熱量を m_1 、 t_1 、 t 、 c_0 を用いて表せ。ただし、水の比熱容量を c_0 とする。
- (2) 熱平衡になるまでに、試料が失った熱量を m_2 、 t_2 、 t 、 c を用いて表せ。ただし、試料の比熱容量を c とする。
- (3) 右表の測定値をもとに、試料の比熱容量を求めよ。ただし、水の比熱容量 c_0 を $4.2 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$ とする。
- (4) (3)の値が理論値より大きくなった場合、どのようなことが原因と考えられるか。また、理論値より小さくなった場合、どのようなことが原因と考えられるか。

容器内の水の質量 m_1 [g]	133.4
容器内の水の温度 t_1 [°C]	20.2
試料の質量 m_2 [g]	99.0
試料の温度 t_2 [°C]	100.0
熱平衡後の水の温度 t [°C]	26.1

5 弦の固有振動

図のように弦の一端に振動体(小型スピーカーに低周波発振器をつないだもの)を取り付け、滑車を通して他端に質量 6.00 kg のおもりをつるした。振動体から滑車までの長さを 65.0 cm にした A ~ E の 5 種類の弦に振動を与え、定在波が生じる振動数(基本振動)を測定した。結果は、以下の通りである。



	弦 A	弦 B	弦 C	弦 D	弦 E
材質	ナイロン	ナイロン	ナイロン	ナイロン	鋼鉄
弦の長さ l [cm]	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0
弦の太さ(直径) d [mm]	0.60	0.30	0.20	0.10	0.10
固有振動数(基本振動) f [Hz]	162	322	484	973	376

- (1) 弦 A ~ D は、同じナイロン製で、弦の太さのみが異なる。弦 A ~ D について、弦の太さ d と固有振動数 f の間にどのような関係が成り立っているか答えよ。
- (2) 弦 A ~ D について、弦の太さ d と弦の質量 M にはどのような関係が成り立っているか答えよ。ただし、質量 M は体積 V と密度 ρ を用いて、 $M = \rho V$ と表すことができる。
- (3) 弦 A ~ D について、弦の質量 M と固有振動数 f の間にどのような関係が成り立っているか答えよ。
- (4) 弦 D と E は、材質のみ異なる。弦 E (鋼鉄) の密度は弦 D (ナイロン) の密度の何倍か。

総合問題(大学入学共通テスト対策)

1 滑らかな斜面上の点 O ($x = 0$) から、初速度の大きさや斜面の傾きを変えて小物体を滑らせた。

(1) 下の文章中の空欄 1 ~ 3 に入れる語句または記号として最も適当なものを、それぞれの直後の { } で囲んだ選択肢のうちから一つずつ選べ。 1 2 3

図 1 のように、初速度を変えて小物体を滑らせ、時刻 t における小物体の速度 v と変位 x を測定した。ただし、点 O の時刻を $t = 0$ とし、斜面に沿って下向きを正の向きとする。このとき、時刻 t における小物体の速度 v を表すグラフは、図 2 の 1 { ① ア ② イ ③ ウ ④ エ ⑤ オ ⑥ カ } である。

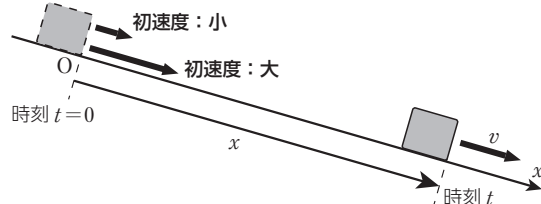


図 1

その理由は、加速度の大きさは、 2 { ① 初速度が大きいほど大きく、
② 初速度の大きさによらず、
③ 初速度が大きいほど小さく、 }
3 { ① 経過時間の 2 乗に比例する
② 経過時間に比例する
③ 経過時間によらない } ためである。

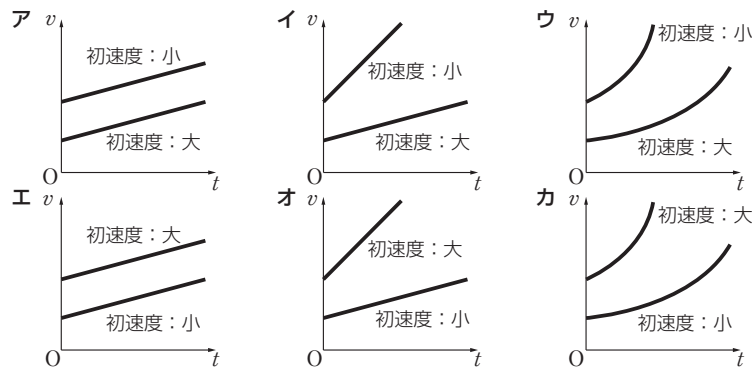


図 2

(2) 下の文章中の空欄 4 ~ 6 に入れる語句または記号として最も適当なものを、それぞれの直後の { } で囲んだ選択肢のうちから一つずつ選べ。 4 5 6

(1)と同様に初速度を小、大と変えて小物体を滑らせたとき、時刻 t における小物体の変位 x を表すグラフは、図 3 の 4 { ① ア ② イ ③ ウ ④ エ ⑤ オ ⑥ カ } となる。その理由は、時刻 $t = 0$ でのグラフの接線の傾きが、

5 { ① 初速度が大きいほど大きく
② 初速度によらず同じに
③ 初速度が大きいほど小さく } となり、同じ時刻 ($t > 0$) での変位が、
6 { ① 初速度が大きいほど大きく
② 初速度によらず同じに
③ 初速度が大きいほど小さく } なるためである。

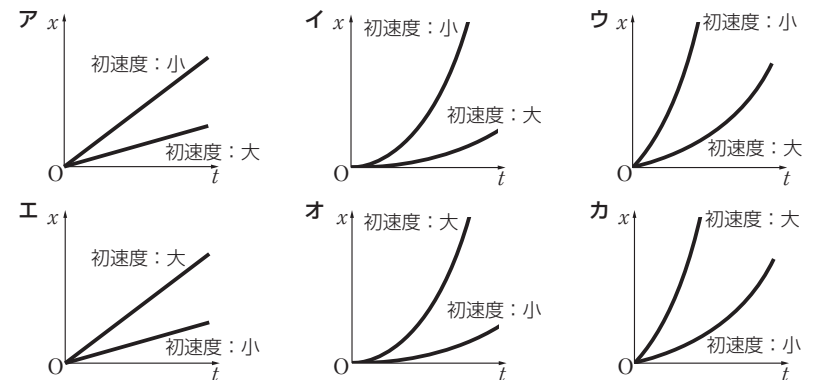


図 3

(3) 下の文章中の空欄 7 ~ 9 に入れる語句または記号として最も適当なものを、それぞれの直後の { } で囲んだ選択肢のうちから一つずつ選べ。 7 8 9

図 4 のように、斜面の傾きを変えて小物体を時刻 $t = 0$ で点 O で静かに放し、時刻 t における小物体の速度 v と変位 x を測定した。ただし、速度 v および変位 x の向きは、それぞれの斜面に沿って下向きを正の向きにとるものとする。このとき、時刻 t における小物体の速度 v を表すグラフは、図 5 の 7 { ① ア ② イ ③ ウ ④ エ } となる。

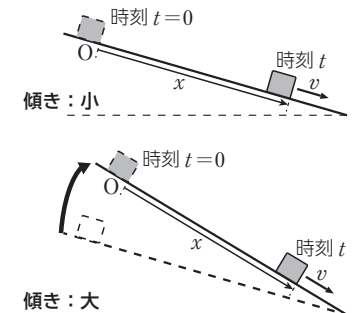


図 4

総合問題(二次・私大対策)

- 1 質量が m [kg] で体積 V [m³] が変化するボールがある。 V はボールの周囲の圧力のみによって決まり、圧力に反比例するとする。図1のように、ピストンがついた容器の中に、密度 α [kg/m³] の液体を深さが h [m] になるまで入れて、密度の無視できる気体とともに、このボールを入れた。液体の密度は変化せず、表面張力は無視できるとする。重力加速度の大きさを g [m/s²] として、以下の問いに答えよ。

容器内の気圧が p_0 [Pa] のとき、ボールは体積 V_0 [m³] となり、図1のようにちょうど半分沈んだ状態で浮いた。ボールの半径は h に比べて十分小さいとする。

- (1) ボールの体積 V_0 を、 m と α を用いて表せ。
- (2) ボールの体積はボールの周囲の圧力に反比例する。ボールの周囲の圧力が p [Pa] のとき、ボールの体積 V を、 m 、 α 、 p_0 、 p を用いて表せ。

次に、ピストンを押し下げたところ、図2のようにボールはちょうど液体の表面に接した。このとき、ボールの体積は V_1 [m³] となり、容器内の気圧は p_1 [Pa] であった。

- (3) 容器内の気圧 p_1 を、 p_0 を用いて表せ。

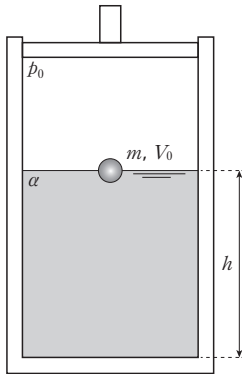


図 1

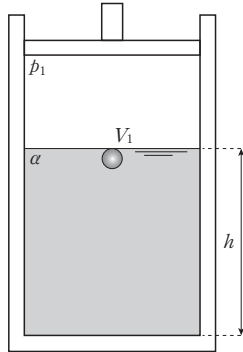


図 2

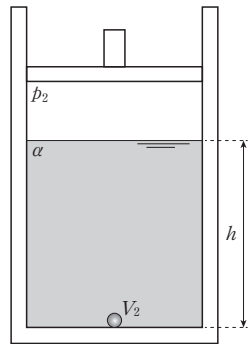


図 3

さらにピストンを押し下げたところ、図3のようにボールは容器の底に沈んだ。このとき、ボールの体積は V_2 [m³] となり、容器内の気圧は p_2 [Pa] であった。

- (4) ボールの体積 V_2 を、 m 、 α 、 p_0 、 p_2 、 h 、 g を用いて表せ。
- (5) ボールが容器の底を押す力 F を、 m 、 α 、 p_0 、 p_2 、 h 、 g を用いて表せ。

その後、ピストンを図1の状態に戻し、容器内の気圧を p_0 としたところ、ボールは沈んだままであった。

- (6) 容器内の気圧を p_0 に戻しても、ボールが沈んだままとなる液体の深さ h の範囲を、 α 、 p_0 、 g を用いて表せ。

2021 年 熊本大学 (改題)

→ 問題編 p.73

基礎チェック

□ 28 すべて $M = FL$ で計算する。

(1) $M = 40 \times 0.20 = 8.0 \text{ N} \cdot \text{m}$

(2) $M = 40 \times 0.20 + (-20 \times 0.15) = 5.0 \text{ N} \cdot \text{m}$

(3) $M = 40 \times 0.20 \sin 30^\circ = 4.0 \text{ N} \cdot \text{m}$

□ 29-1 (1) 鉛直方向の力のつり合いより, $1.0 + 5.0 = 6.0 \text{ N}$ (2) AO間の長さを $x \text{ [cm]}$ とし, 点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$1.0 \times x - 5.0 \times 4.0 = 0 \quad \text{よって, } x = 20 \text{ cm}$$

□ 29-2 A端を引く力の大きさを $F \text{ [N]}$ とする。

点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$F \times 20 \cos 30^\circ - 5.0 \times 4.0 \cos 30^\circ = 0 \quad \text{よって, } F = 1.0 \text{ N}$$

(※棒が斜めになっていても, 11-1 と変わらない)

□ 30 合力の大きさを $F \text{ [N]}$, 合力の作用線が点AからBの方に距離 $x \text{ [m]}$ の点Oを通るとする。

(1) $F = 10 + 30 = 40 \text{ N}$

 $F_1 L_1 = F_2 L_2$ に内分する点だから,

$$10x = 30(1.0 - x) \quad \text{よって, } x = 0.75 \text{ m}$$

別解 点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$10x - 30(1.0 - x) = 0 \quad \text{よって, } x = 0.75 \text{ m}$$

(2) $F = 30 - 10 = 20 \text{ N}$

 $F_1 L_1 = F_2 L_2$ に外分する点だから,

$$10x = 30(x - 1.0) \quad \text{よって, } x = 1.5 \text{ m}$$

別解 点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$-10x + 30(x - 1.0) = 0 \quad \text{よって, } x = 1.5 \text{ m}$$

□ 31-1 $M = FL$ より, $M = 30 \times 3.0 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$

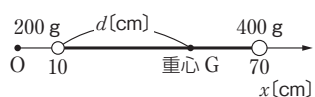
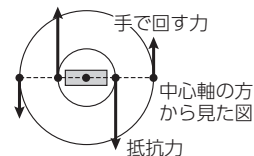
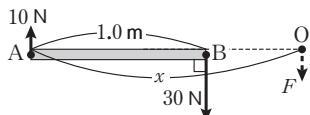
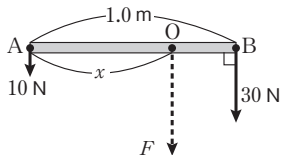
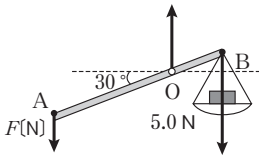
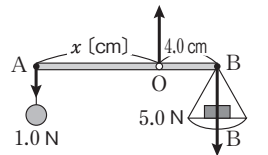
□ 31-2 ドライバーを回すのは手がドライバーに及ぼす摩擦力による偶力のモーメントによる。手で回す部分の直径が太いと小さな力でも大きな回転の効果が得られることになるため。

□ 32 $x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ より,

$$x_G = \frac{200 \times 10 + 400 \times 70}{200 + 400} = 50 \text{ cm}$$

別解 200 gの小球から $d \text{ [cm]}$ の点に重心Gがあるとして, Gのまわりの力のモーメントのつり合いより, 重力加速度の大きさを g とすると,

$$0.2gd - 0.4g(60 - d) = 0 \quad d = 40 \text{ cm}$$

つまり, 座標は $10 + 40 = 50 \text{ cm}$ 

基本問題

94 回転しない円板半径

解答

$$\frac{r_2}{r_1} \text{ 倍}$$



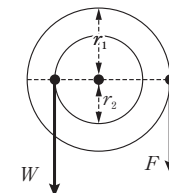
剛体が回転運動しないのは, 力のモーメントの和が0になるとき。

解説

円板の中心点のまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$Wr_2 - Fr_1 = 0$$

$$\text{よって, } F = \frac{r_2}{r_1} W \quad \frac{r_2}{r_1} \text{ 倍}$$



$Wr_2 = Fr_1$ と, それぞれ逆向きのモーメントの大きさが等しい, と書いてもよい。

95 棒のつり合い

解答

$$(1) F_1 + F_2 = mg \quad (2) F_2 L - mgx = 0 \quad (3) F_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right) mg, F_2 = \frac{x}{L} mg$$



剛体がつり合うのは, 力の和が0で, 力のモーメントの和が0であるとき。

解説

(1) 鉛直方向の力のつり合いより,

$$F_1 + F_2 = mg$$

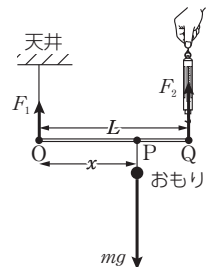
(2) 点Oのまわりの力のモーメントのつり合いより,

$$F_2 L - mgx = 0$$

(3) (2)の式より, $F_2 = \frac{x}{L} mg$

(1)へ代入して,

$$F_1 = mg - \frac{x}{L} mg = \left(1 - \frac{x}{L}\right) mg$$



96 おもりを載せた板が傾かない条件

解答

(1) $0.40N_b - 2.4 - 24x = 0$ (2) $N_c = 30 - 60x, N_b = 6.0 + 60x$

(3) グラフは解説図参照 おもりの位置が $x = 0.50 \text{ m}$ より大きくなったとき, 板が支柱Cから離れ, 右に傾くと考えられる。

板が傾くとき, 垂直抗力が0になる。