新数学 B　P.080

1 節　確率分布

1　確率の基本性質

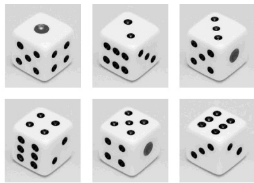
ねらい　数学 A で学んだ確率の基本的な考え方を復習します。

事象と確率

さいころを投げることのように，同じ条件のもとで何回もくり返すことができる実験や観察を**試行**といい，その結果として起こることがらを**事象**という。

ある試行で起こり得るすべての結果が N 通りで，そのおのおのは同様に確からしいとする。そのうち，事象 A が起こる場合が a 通りのとき，事象 A の**確率**を $\frac{a}{N}$ で定め，$\boldsymbol{P(A)}$ で表す。すなわち

$$\boldsymbol{P(A)=\frac{a}{N}=\frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こり得るすべての場合の数}}}$$

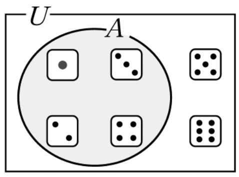


1 個のさいころを投げる試行では，起こり得るすべての結果は上の 6 通りで，これらの結果は同様に確からしいと考えられる。

●確率を求めてみよう。

例 1　1 個のさいころを投げるとき，4 以下の目が出る事象 A の確率 $P(A)$ は，起こり得るすべての場合の数が 6 通りで，そのうち 4 以下の目が出るのが，1 の目，2 の目，3 の目，4 の目の 4 通りであるから

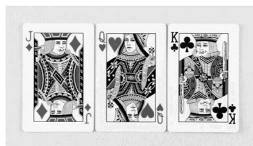
$$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$



問 1　ジョーカーを除く 1 組 52 枚のトランプから 1 枚引くとき，次の確率を求めなさい。

(1)　ハートの札を引く確率　　　(2)　絵札を引く確率

◀絵札



数学 A では，次のことを学んでいる。

〔1〕　ある試行での事象 A について　　$\boldsymbol{0 \leqq P(A) \leqq 1}$

〔2〕　事象 A と B が**排反事象**であるとき

$$\boldsymbol{P(A \cup B)=P(A)+P(B)}$$

〔3〕　事象 A の**余事象** $\boldsymbol{\overline{A}}$ について　　$\boldsymbol{P(\overline{A})=1-P(A)}$

なお，〔2〕を確率の**加法定理**という。

◀ A と B が同時に起こらないとき排反事象という。

◀ $\overline{A}$ は A が起こらないという事象

◀ $P(A)=1-P(\overline{A})$ の形で使うこともある。

●確率の加法定理を用いて確率を求めてみよう。

例 2　赤球 2 個と白球 3 個の合計 5 個の球が入っている袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，2 個とも同じ色である確率を求めてみよう。

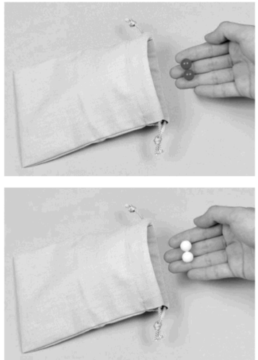
2 個とも赤球が出る事象を A，2 個とも白球が出る事象を B とすると

$$P(A)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10},\qquad P(B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$$

取り出した球が同じ色である事象は和事象 $A\cup B$ であり，A と B は排反事象であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{2}{5}$$

◀ 2 個とも同じ色



◀ ${}_5\mathrm{C}_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

${}_2\mathrm{C}_2=\frac{2\times1}{2\times1}=1$

${}_3\mathrm{C}_2=\frac{3\times2}{2\times1}=3$

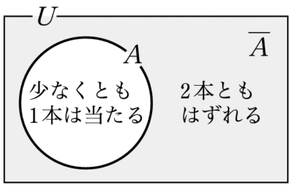
問 2　赤球 4 個と白球 2 個の合計 6 個の球が入っている袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，2 個とも同じ色である確率を求めなさい。

●余事象の確率を利用して確率を求めてみよう。

例 3　9 本のくじの中に当たりくじが 4 本ある。このくじを同時に 2 本引くとき，少なくとも 1 本は当たる確率を求めてみよう。

少なくとも 1 本は当たる事象を A とすると，その余事象 $\bar{A}$ は，2 本ともはずれるという事象になる。

事象 $\bar{A}$ が起こるのは，5 本のはずれくじから 2 本引くときであるから



$$P(\bar{A})=\frac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

◀ ${}_9\mathrm{C}_2=\frac{9\times8}{2\times1}=36$

${}_5\mathrm{C}_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

よって，求める確率 $P(A)$ は

$$P(A)=1-P(\bar{A})=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$$

問 3　10 本のくじの中に当たりくじが 4 本ある。このくじを同時に 2 本引くとき，少なくとも 1 本は当たる確率を求めなさい。

2　確率分布

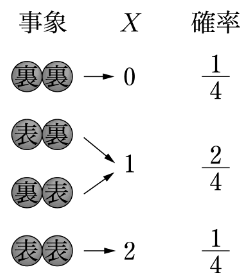
ねらい　数学Ａでは，ある試行における個々の事象の確率を求めました。
ここでは，これらの事象の確率全体のようすを考えます。

確率変数と確率分布

10円硬貨2枚を同時に投げる試行で，表が出る枚数を X とする。X の値は0，1，2のいずれかであり

$X=0$ となるのは1通りで，その確率は $\frac{1}{4}$
$X=1$ となるのは2通りで，その確率は $\frac{2}{4}$
$X=2$ となるのは1通りで，その確率は $\frac{1}{4}$

である。



上の例で，$X=k$ となる確率を $P(X=k)$ のように表すと

$P(X=0)=\frac{1}{4}$，$P(X=1)=\frac{2}{4}$，$P(X=2)=\frac{1}{4}$

上の X のように，試行の結果によって値が定まる変数を**確率変数**という。

ここで，X のとる値とその確率を表にまとめると，右のようになる。この表のように，確率変数のとる値にその値をとる確率を対応させたものを，この確率変数 X の**確率分布**または単に**分布**という。また，確率変数 X は，この確率分布に**従う**という。

X の値	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

一般に，次のことが成り立つ。

確率分布

確率変数 X のとる値が x_1，x_2，$\cdots$，x_n で，それらの値をとる確率 P が p_1，p_2，$\cdots$，p_n であるとき，X の確率分布は右の表のようになる。

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

このとき，$p_1+p_2+\cdots+p_n=1$ である。

●確率分布を求めてみよう。

例 4　大小 2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和を X とする。このとき，X は 2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12 の値をとる確率変数である。

X の確率分布は次の表のようになる。

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

2 個のさいころの目の和

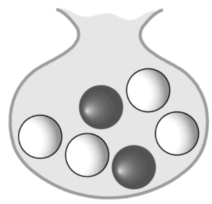
	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	2	3	4	5	6	7
⚁	3	4	5	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	8	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

問 4　1 枚の硬貨を 4 回投げるとき，表が出る回数を X とする。
X の確率分布を求めなさい。

➜p.103 復習問題①

例題 1

赤球 2 個，白球 4 個が入った袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，その中に含まれている赤球の個数 X の確率分布を求めなさい。



解　X は 0，1，2 の値をとる確率変数である。

$X=0$ となるのは 2 個とも白球を取り出すときであるから

$$P(X=0)=\frac{{}_4C_2}{{}_6C_2}=\frac{6}{15}$$

◀ ${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

$X=1$ となるのは赤球と白球を 1 個ずつ取り出すときであるから

$$P(X=1)=\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$$

$X=2$ となるのは 2 個とも赤球を取り出すときであるから

$$P(X=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{15}$$

よって，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

問 5　赤球 3 個，白球 5 個が入った袋から，同時に 3 個の球を取り出すとき，その中に含まれている赤球の個数 X の確率分布を求めなさい。

3　確率変数の平均

ねらい　平均を確率分布から求めることを考えます。

確率変数の平均

右の表のような賞金がもらえる 10 本のくじがある。このくじを 1 本引くとき，平均すると賞金はいくらになるか考えてみよう。

	賞金(円)	本数(本)
1 等	1000	1
2 等	500	2
3 等	100	7

このくじを 1 本引いて得られる賞金の平均は，賞金総額をくじの本数で割ったものであるから

$$\frac{1000\times1+500\times2+100\times7}{10}=270\quad(円)$$

◀くじを 1 本引くときに期待できる賞金の額が 270 円である。

となる。これは

$$1000\times\frac{1}{10}+500\times\frac{2}{10}+100\times\frac{7}{10}=270\quad(円)\qquad\cdots\cdots①$$

とも考えることができる。

ここで 1 本引いたときの賞金の額を X とすると，X は確率変数であり，その確率分布は次の表のようになる。

X	1000	500	100	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{7}{10}$	1

したがって，①は次のように書くことができる。

$$1000\times P(X=1000)+500\times P(X=500)+100\times P(X=100)=270$$

一般に，確率変数 X の確率分布が右の表のようになるとき

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

を確率変数 X の**平均**または**期待値**といい，$\boldsymbol{E(X)}$ で表す。

◀$E(X)$の E は，期待値を意味する Expectation の頭文字である。

確率変数の平均

$$\boldsymbol{E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n}$$

●確率変数 X の平均を求めてみよう。

例 5　1 個のさいころを投げるとき，出る目の数を X とすると，X は 1，2，3，4，5，6 の値をとる確率変数で

$$P(X=1)=P(X=2)=P(X=3)=P(X=4)=P(X=5)$$
$$=P(X=6)=\frac{1}{6}$$

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

であるから，X の平均 $E(X)$ は

$$E(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$$

問 6　10 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表が出る枚数を X とする。X の平均を求めなさい。

例題 2

2 本の当たりくじを含む 5 本のくじがある。この中から同時に 2 本のくじを引くとき，その中に含まれる当たりくじの本数を X とする。X の確率分布と平均を求めなさい。

解　X のとる値は 0，1，2 である。

$$P(X=0)=\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$$

◀ 3 本のはずれくじから 2 本

$$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{6}{10}$$

◀ 3 本のはずれくじから 1 本と 2 本の当たりくじから 1 本

$$P(X=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{10}$$

◀ 2 本の当たりくじから 2 本

であるから，確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

したがって，平均 $E(X)$ は

$$E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{1}{10}=\boldsymbol{\frac{4}{5}}$$

問 7　2 本の当たりくじを含む 5 本のくじがある。この中から同時に 3 本のくじを引くとき，その中に含まれる当たりくじの本数を X とする。X の確率分布と平均を求めなさい。

→p.103 復習問題2(1)

4　確率変数の分散・標準偏差

ねらい　確率変数の平均からの散らばりぐあいを表す数値を考えます。

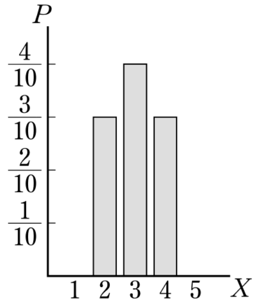
確率変数の分散

2つの袋㋐，㋑の中に，1から5までの数を書いたカードが10枚ずつ入っている。㋐，㋑それぞれの袋のカードの構成は右の表のようになっている。㋐，㋑から1枚ずつカードを引き，そのカードに書かれた数をそれぞれ X，Y で表すと，X，Y の確率分布は次の表のようになる。

カードの数	1	2	3	4	5	計
㋐	0	3	4	3	0	10
㋑	2	2	2	2	2	10

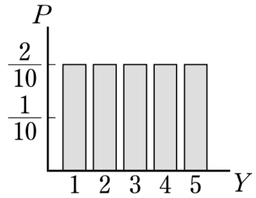
㋐

X	1	2	3	4	5	計
P	0	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	0	1



㋑

Y	1	2	3	4	5	計
P	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	1



このとき，確率変数 X，Y の平均 $E(X)$，$E(Y)$ は

$$E(X)=1\times0+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{4}{10}+4\times\frac{3}{10}+5\times0=3$$

$$E(Y)=1\times\frac{2}{10}+2\times\frac{2}{10}+3\times\frac{2}{10}+4\times\frac{2}{10}+5\times\frac{2}{10}=3$$

右の図から，X の確率分布よりも Y の確率分布のほうが散らばりぐあいが大きいことがわかるが，平均では，この確率分布の違いを示すことはできない。そこで，確率変数の平均からの散らばりぐあいを表す数値を考えてみよう。

X は確率分布が右の表のようになる確率変数で，X の平均を m とするとき

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n \quad \cdots\cdots①$$

を確率変数 X の**分散**といい，$\boldsymbol{V(X)}$ で表す。

◀$V(X)$ の V は，分散を意味する Variance の頭文字である。

確率変数の分散

$$\boldsymbol{V(X)=(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n}$$

●分散を求め，散らばりぐあいを比較してみよう。

例 6　前ページの確率変数 X，Y において

$$m = E(X) = E(Y) = 3$$

であるから，分散 $V(X)$，$V(Y)$ は次のようになる。

$$V(X) = (1-3)^2 \times 0 + (2-3)^2 \times \frac{3}{10} + (3-3)^2 \times \frac{4}{10} + (4-3)^2 \times \frac{3}{10} + (5-3)^2 \times 0$$
$$= 4 \times 0 + 1 \times \frac{3}{10} + 0 \times \frac{4}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 4 \times 0 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$
$$V(Y) = (1-3)^2 \times \frac{2}{10} + (2-3)^2 \times \frac{2}{10} + (3-3)^2 \times \frac{2}{10} + (4-3)^2 \times \frac{2}{10} + (5-3)^2 \times \frac{2}{10}$$
$$= 4 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{2}{10} + 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{2}{10} + 4 \times \frac{2}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

よって，$V(Y) > V(X)$ が成り立つ。

これは, Y の確率分布が X の確率分布より平均からの散らばりぐあいが大きいことを示している。

例題 3

10 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表が出る枚数を X とする。X の分散を求めなさい。

解　X は 0，1，2 の値をとる確率変数で，その確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

X の平均を m とすると

$$m = E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{2}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$$

よって，X の分散 $V(X)$ は

$$V(X) = (0-1)^2 \times \frac{1}{4} + (1-1)^2 \times \frac{2}{4} + (2-1)^2 \times \frac{1}{4}$$
$$= 1 \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{2}{4} + 1 \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{2}{4} = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

◀10 円硬貨の表裏

◀$X = 0$ とは 裏裏
$X = 1$ とは 表裏，裏表
$X = 2$ とは 表表

問 8　10 円硬貨 3 枚を同時に投げるとき，表が出る枚数を X とする。X の分散を求めなさい。

分散の計算

86 ページの分散の式①を変形してみよう。

$$\begin{aligned}V(X) &= (x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n\\ &= ({x_1}^2-2mx_1+m^2)p_1+({x_2}^2-2mx_2+m^2)p_2+\cdots\\ &\qquad +({x_n}^2-2mx_n+m^2)p_n\\ &= {x_1}^2p_1+{x_2}^2p_2+\cdots+{x_n}^2p_n\\ &\qquad -2m(x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n)\\ &\qquad +m^2(p_1+p_2+\cdots+p_n)\\ &= E(X^2)-2m\times m+m^2\times 1\\ &= E(X^2)-m^2\end{aligned}$$

◀ ${x_1}^2p_1+{x_2}^2p_2+\cdots+{x_n}^2p_n$ は確率変数 X^2 の平均 $E(X^2)$ である。

したがって，分散は次の式でも計算することができる。

分散の計算

$$\boldsymbol{V(X)=E(X^2)-m^2}$$

◀ $m=E(X)$

●分散を計算してみよう。

例 7　87 ページの例題 3 の確率変数 X の分散 $V(X)$ を確率変数 X^2 を利用して求めてみよう。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

X の平均を m とすると

$$m=E(X)=1$$

である。

また，確率変数 X^2 の平均 $E(X^2)$ は

$$\begin{aligned}E(X^2)&=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{2}{4}+2^2\times\frac{1}{4}\\ &=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{2}{4}+4\times\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

よって，分散 $V(X)$ は

$$V(X)=E(X^2)-m^2=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$$

問 9　1 個のさいころを投げるとき，出る目の数を X とする。
X の分散 $V(X)$ を確率変数 X^2 の平均 $E(X^2)$ を利用して求めなさい。

確率変数の標準偏差

確率分布の散らばりぐあいを表す数値として，分散の正の平方根を用いることが多い。

分散 $V(X)$ の正の平方根 $\sqrt{V(X)}$ を X の**標準偏差**といい，$\boldsymbol{\sigma(X)}$ で表す。

◀ $\sigma(X)$ の σ は，ギリシャ文字 $\sum$ の小文字で，シグマと読む。

確率変数の標準偏差

$$\boldsymbol{\sigma(X)=\sqrt{V(X)}}$$

例題 4

3 本の当たりくじを含む 5 本のくじがある。この中から同時に 2 本のくじを引くとき，その中に含まれる当たりくじの本数を X とする。X の標準偏差を求めなさい。

解　X は 0，1，2 の値をとる確率変数で，確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

◀ $P(X=0)=\dfrac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{10}$

$P(X=1)=\dfrac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\dfrac{6}{10}$

$P(X=2)=\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{10}$

よって，X の平均を m とすると，

$$m=E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$$

である。

また，確率変数 X^2 の平均 $E(X^2)$ は

$$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{6}{10}+2^2\times\frac{3}{10}=\frac{9}{5}$$

ゆえに，X の分散 $V(X)$ は

$$V(X)=E(X^2)-m^2=\frac{9}{5}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

したがって，X の標準偏差 $\sigma(X)$ は次のようになる。

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\boldsymbol{\frac{3}{5}}$$

問 10　1 円硬貨 1 枚と 5 円硬貨 1 枚の計 2 枚を同時に投げ，表が出る硬貨の合計金額を X とするとき，X の標準偏差を求めなさい。

X	0	1	5	6	計
P					1

➜p.103 復習問題2(2)

新数学Ｂ　P.090

5　二項分布

ねらい　数学Ａで学習した反復試行において，ある事象が起こる回数を確率変数としたときの確率分布を考えます。

1 個のさいころを 3 回投げるとき，1 の目が 2 回だけ出る確率を考えてみよう。

◀同じ試行を何回もくり返すことを反復試行という。

3 回投げるうち，1 の目が 2 回だけ出る事象は，右の表のように ${}_3\mathrm{C}_2 = 3$ (通り)あり，それぞれの起こる確率は $\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1$ である。

	1回目	2回目	3回目	確率
${}_3\mathrm{C}_2$通り	⊡	⊡	×	$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\left(\frac{5}{6}\right)^1$
	⊡	×	⊡	$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\left(\frac{5}{6}\right)^1$
	×	⊡	⊡	$\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\left(\frac{5}{6}\right)^1$

よって，求める確率は　$\displaystyle {}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{15}{216}$

この例で，1 の目が X 回だけ出るとすると，X は 0，1，2，3 の値をとる確率変数で，X の確率分布は次の表のようになる。

◀$X=0$ とは，3 回投げて，1 の目が 1 回も出ない事象である。

X	0	1	2	3	計
P	${}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^3$	${}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2$	${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1$	${}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^0$	1

一般に，1 回の試行で，事象 A が起こる確率を p とし，A が起こらない確率を $q=1-p$ とおく。この試行を n 回くり返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすれば，X は 0，1，…，n の値をとる確率変数である。

また，$X=r$ となる確率は

$$\boldsymbol{P(X=r)={}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}} \qquad (r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

である。したがって X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	…	r	…	n	計
P	${}_n\mathrm{C}_0 q^n$	${}_n\mathrm{C}_1 pq^{n-1}$	…	${}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}$	…	${}_n\mathrm{C}_n p^n$	1

確率変数 X の確率分布が上の表のようになるとき，この確率分布を確率 p に対する次数 n の**二項分布**という。また，このとき，確率変数 X は**二項分布 $\boldsymbol{B(n,\ p)}$** に従うという。

◀$B(n,\ p)$ の B は，二項分布を意味する Binomial distribution の頭文字である。

二項分布 $B(n,\ p)$ の確率
$P(X=r)={}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}$　　$(q=1-p,\ r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$

◀二項分布は，試行の回数 n と確率 p で定まる。

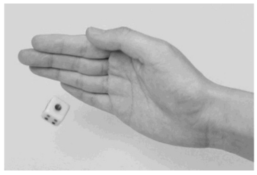
●二項分布を $B(n,\ p)$ の形で表してみよう。

例８　１枚の硬貨を５回くり返し投げる反復試行において，表が出る回数を確率変数 X とすると，X の確率分布は二項分布である。
１回の試行で表が出る確率は　$p=\frac{1}{2}$
これを５回くり返すから　$n=5$
よって，X は二項分布 $B\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。

問 11　１個のさいころを８回投げるとき，６の目が出る回数を X とする。確率変数 X はどのような二項分布に従いますか。$B(n,\ p)$ の形で答えなさい。

●二項分布に従う確率変数の確率分布を求めてみよう。

例９　１個のさいころを４回投げるとき，２以下の目が出る回数を確率変数 X とすると，$n=4$，$p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ であるから，X は二項分布 $B\left(4,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。



したがって，$X=r$ となる確率は

$$P(X=r)={}_4\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{3}\right)^r\left(\frac{2}{3}\right)^{4-r}$$

$$(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

であるから，X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$	1

◀$P(X=0)={}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$
$P(X=1)={}_4\mathrm{C}_1\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$
$P(X=2)={}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{24}{81}$
$P(X=3)={}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\frac{2}{3}=\frac{8}{81}$
$P(X=4)={}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$

問 12　１枚の硬貨を３回投げるとき，表が出る回数を X とする。X の確率分布を求めなさい。

新数学 B　P.092

二項分布の平均・分散・標準偏差

二項分布に従う確率変数 X の平均，分散，標準偏差を求めてみよう。

1 個のさいころを 3 回投げるとき，5 以上の目が出る回数を確率変数 X とすると，

$n=3$，$p=\frac{1}{3}$ であるから，X は二項分布 $B\left(3,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。よって，

$$P(X=r)={}_3\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{3}\right)^r\left(\frac{2}{3}\right)^{3-r}\quad (r=0,\ 1,\ 2,\ 3)$$

であるから，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

したがって，平均 $E(X)$，分散 $V(X)$，標準偏差 $\sigma(X)$ は次のようになる。

$$E(X)=0\times\frac{8}{27}+1\times\frac{12}{27}+2\times\frac{6}{27}+3\times\frac{1}{27}=\frac{27}{27}=1$$

$$V(X)=\left(0^2\times\frac{8}{27}+1^2\times\frac{12}{27}+2^2\times\frac{6}{27}+3^2\times\frac{1}{27}\right)-1^2=\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

上の二項分布 $B\left(3,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う確率変数 X の平均 $E(X)$，分散 $V(X)$ の値について

$$E(X)=1=3\times\frac{1}{3}$$

$$V(X)=\frac{2}{3}=3\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$$

が成り立つ。

一般に，確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，次のことが成り立つ。

二項分布の平均，分散，標準偏差

平均　$\boldsymbol{E(X)=np}$

分散　$\boldsymbol{V(X)=npq}$　　ただし，$q=1-p$

標準偏差　$\boldsymbol{\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{npq}}$

●二項分布に従う確率変数 X の平均，分散，標準偏差を求めてみよう。

例 10　確率変数 X が二項分布 $B\left(9,\ \frac{1}{3}\right)$ に従うとき，X の平均，分散，標準偏差は

$$E(X)=9\times\frac{1}{3}=3$$

$$V(X)=9\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=2$$

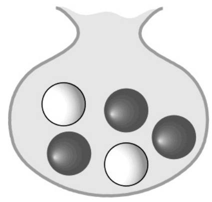
$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{2}$$

問 13　確率変数 X が次の二項分布に従うとき，X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。

(1)　$B\left(100,\ \frac{1}{2}\right)$　　　　(2)　$B\left(8,\ \frac{1}{4}\right)$

例題 5

袋の中に赤球 3 個と白球 2 個が入っている。この袋の中から球を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどす。これを 25 回くり返すとき，赤球を取り出す回数 X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。



解　球を 1 個取り出すとき，それが赤球である確率は

$p=\frac{3}{5}$

これを 25 回くり返すから，$n=25$ である。

よって，確率変数 X は二項分布 $B\left(25,\ \frac{3}{5}\right)$ に従う。

したがって，X の平均，分散，標準偏差は

$E(X)=25\times\frac{3}{5}=\mathbf{15}$

$V(X)=25\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\mathbf{6}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\mathbf{6}}$

問 14　袋の中に赤球 3 個と白球 1 個が入っている。この袋の中から球を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどす。
これを 80 回くり返すとき，赤球を取り出す回数 X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。

➜p.103 復習問題③

6　連続した値をとる確率変数の分布

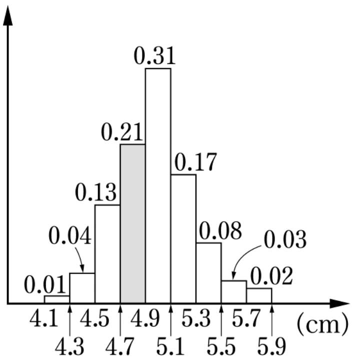
ねらい　これまでの確率変数は，とびとびの値をとった。ここでは，とる値が連続的に変化するような確率変数の分布について考えます。

紙テープを目分量で 5cm の長さに切り，切った実際の長さ X を測るという実験を，100 回行った。
この実験で，X は確率変数である。
階級の幅を 0.2 として整理した結果が右の表である。
この表より，$4.7 \leqq X < 4.9$ で表される階級の相対度数が 0.21 であることから，X が 4.7 以上 4.9 未満の値をとる確率が 0.21 であると考えられる。
このことを次のように表す。

$$P(4.7 \leqq X < 4.9) = 0.21$$

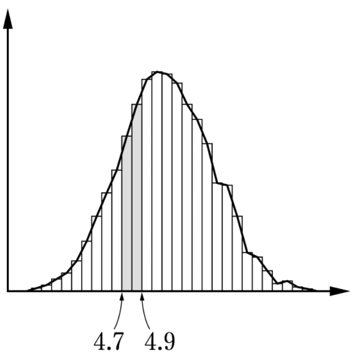
階級 (cm)	度数 (回)	相対度数
4.1 以上～ 4.3 未満	1	0.01
4.3 ～ 4.5	4	0.04
4.5 ～ 4.7	13	0.13
4.7 ～ 4.9	21	0.21
4.9 ～ 5.1	31	0.31
5.1 ～ 5.3	17	0.17
5.3 ～ 5.5	8	0.08
5.5 ～ 5.7	3	0.03
5.7 ～ 5.9	2	0.02
計	100	1.00

表から，各階級の相対度数の値を面積とする長方形を用いてヒストグラムをかくと右のようになり，X の値が各階級に属する確率は，それぞれの階級に対応する長方形の面積で表されている。
この長方形の面積の総和は 1 である。



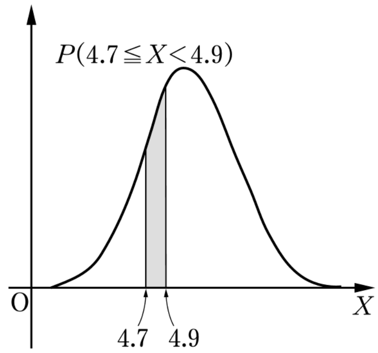
◀ヒストグラムの色のついた部分の面積は 0.21 で，$P(4.7 \leqq X < 4.9)$ を表す。

さらに実験をくり返して合計 1000 回行い，階級の幅を 0.1 にしてヒストグラムをつくり，これに折れ線を加えてかくと右のようになった。

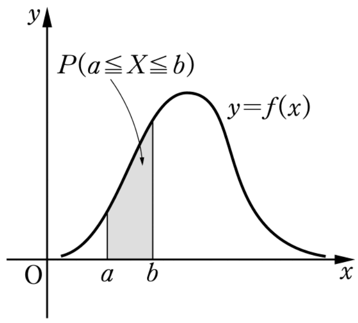


前ページの例の実験回数をさらに増やしていき，階級の幅を限りなく小さくしていくと，折れ線は右の図のような１つの曲線に近づくことがわかる。

このとき，X が 4.7 以上 4.9 未満の値をとる確率 $P(4.7 \leqq X < 4.9)$ は，右の図の色のついた部分の面積に等しい。



一般に，連続的な値をとる確率変数を**連続型確率変数**という。さらに，連続型確率変数 X に対して，1 つの関数 $y = f(x)$ が対応して，確率 $P(a \leqq X \leqq b)$ が右の図の色のついた部分の面積に等しいとき，関数 $f(x)$ を X の**確率密度関数**，$y = f(x)$ のグラフをその**分布曲線**という。このとき，曲線 $y = f(x)$ と x 軸の間の面積は 1 である。



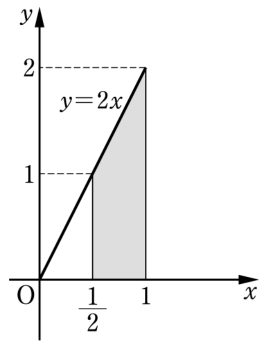
◀重さ，時間，長さなどは連続型確率変数である。

◀一般に
$P(a \leqq X \leqq b)$
$= P(a \leqq X < b)$
が成り立つ。

●確率密度関数から確率を求めてみよう。

$\boxed{\text{例 11}}$　$0 \leqq x \leqq 1$ に値をとる確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = 2x$ であるとき，$\frac{1}{2} \leqq X \leqq 1$ となる確率を求めてみよう。
求める確率は右の図の色のついた部分の面積に等しいから

$$P\left(\frac{1}{2} \leqq X \leqq 1\right) = (1+2) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$



$\boxed{\text{問 15}}$　$0 \leqq x \leqq 2$ に値をとる確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ であるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P\left(0 \leqq X \leqq \frac{1}{2}\right)$　　　(2)　$P(1 \leqq X \leqq 2)$

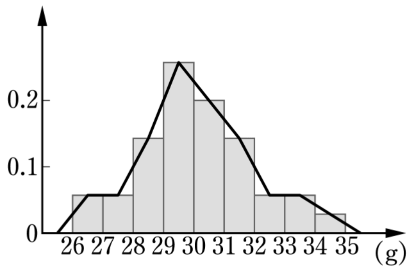
7　正規分布

ねらい　連続型確率変数の確率分布のうち，もっとも重要で代表的な確率分布について学びます。

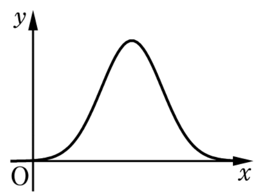
正規分布

右の表は，ある工場で一定の規格で作られた部品の中から 35 個を取り出し，重さを測定し，まとめたものである。この表から，各階級の相対度数の値を面積とする長方形を用いてヒストグラムをつくり，折れ線を加えてかくと次のようになる。

重さ (g)	度数 (個)	相対度数
26 以上～ 27 未満	2	0.057
27 ～ 28	2	0.057
28 ～ 29	5	0.143
29 ～ 30	9	0.257
30 ～ 31	7	0.200
31 ～ 32	5	0.143
32 ～ 33	2	0.057
33 ～ 34	2	0.057
34 ～ 35	1	0.029
計	35	1.000



この例で，部品の重さを X として，測定する部品の数を増やし，階級の幅をさらに小さくしていくと，折れ線は，右の図のようななめらかで左右対称な山型の曲線に近づく。



確率変数 X がこのような分布曲線をもち，その確率密度関数 $f(x)$ が，m，σ を定数として

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

と表されるとき，この確率分布を**正規分布**という。また，このとき，確率変数 X は**正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従う**という。
ここで，π は円周率，e は自然対数の底とよばれる無理数である。

◀ $N(m,\ \sigma^2)$ の N は，正規分布を意味する Normal distribution の頭文字である。
◀ 無理数 e は
$e=2.718281828459045\cdots$

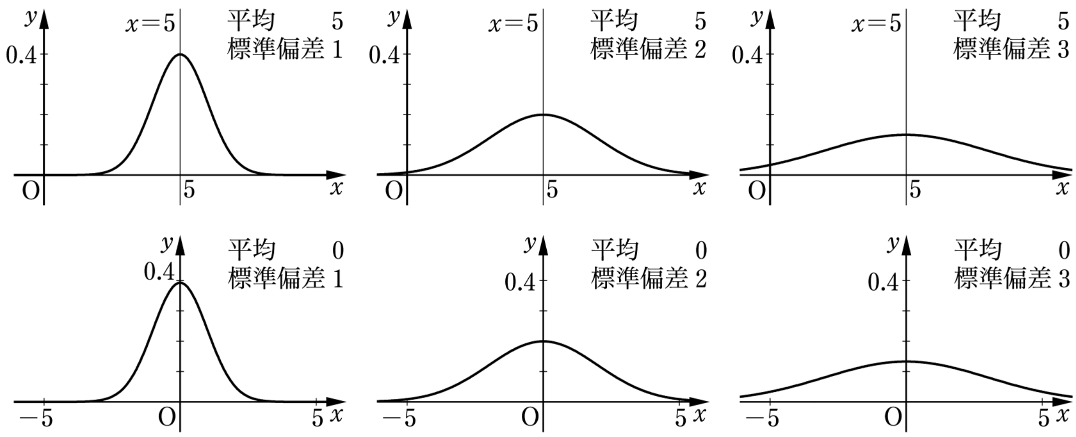
正規分布について，次のことが知られている。

正規分布の平均と標準偏差

確率変数 X が正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従うとき

平均　$\boldsymbol{E(X)=m}$,　　標準偏差　$\boldsymbol{\sigma(X)=\sigma}$

次の図は，平均が 5 の場合と 0 の場合について，標準偏差が 1，2，3 となる正規分布の分布曲線をかいたものである。



一般に，正規分布 $N\left(m,\ \sigma^2\right)$ に従う確率変数 X の確率密度関数を $f(x)$ とすると，その分布曲線 $y=f(x)$ は，次の性質をもつ。

〔1〕　直線 $x=m$ に関して対称で，y は $x=m$ のとき最大値をとる。

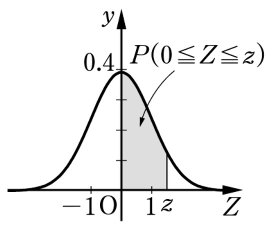
〔2〕　標準偏差 σ が大きくなるほど平らな形になり，σ が小さくなるほど対称軸 $x=m$ のまわりに集まり，山が高くなる。

〔3〕　x 軸を漸近線とする。

標準正規分布

確率変数 Z が，平均 $m=0$，標準偏差 $\sigma=1$ の正規分布，すなわち $N\left(0,\ 1\right)$ に従うとき，この正規分布を**標準正規分布**という。

このとき，確率変数 Z の分布曲線は右の図のようになる。



確率変数 Z が標準正規分布に従うとき，右の図の色のついた部分の面積は確率 $P(0 \leqq Z \leqq z)$ に等しい。この値をまとめたものが，129 ページの正規分布表である。

標準正規分布の確率

●正規分布表を用いて，確率を求めてみよう。

例 12　標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う確率変数 Z について確率 $P(0 \leqq Z \leqq 0.84)$ を求めてみよう。
正規分布表を用いて調べると

$$P(0 \leqq Z \leqq 0.84) = 0.29955$$

であることがわかる。

z	.03	.04	.05
0.6	.23565	.23891	.24215
0.7	.26730	.27035	.27337
0.8	.29673	.29955	.30234
0.9	.32381	.32639	.32894

問 16　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(0 \leqq Z \leqq 1)$　　　(2)　$P(0 \leqq Z \leqq 1.96)$

例題 6

確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(0.4 \leqq Z \leqq 1.2)$

(2)　$P(-0.4 \leqq Z \leqq 1.2)$

(3)　$P(0.4 \leqq Z)$

解　(1)　$P(0.4 \leqq Z \leqq 1.2)$

$= P(0 \leqq Z \leqq 1.2) - P(0 \leqq Z \leqq 0.4)$

$= 0.38493 - 0.15542 = \mathbf{0.22951}$

(2)　$P(-0.4 \leqq Z \leqq 1.2)$

$= P(-0.4 \leqq Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq 1.2)$

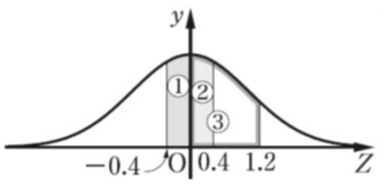
$= P(0 \leqq Z \leqq 0.4) + P(0 \leqq Z \leqq 1.2)$

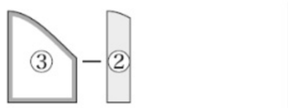
$= 0.15542 + 0.38493 = \mathbf{0.54035}$

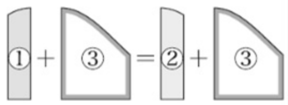
(3)　$P(0.4 \leqq Z)$

$= P(0 \leqq Z) - P(0 \leqq Z \leqq 0.4)$

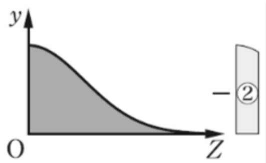
$= 0.5 - 0.15542 = \mathbf{0.34458}$







◀　$P(-0.4 \leqq Z \leqq 0)$
$= P(0 \leqq Z \leqq 0.4)$



◀ $P(0 \leqq Z) = 0.5$

問 17　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(0.6 \leqq Z \leqq 1.5)$　　　(2)　$P(-0.6 \leqq Z \leqq 1.5)$

(3)　$P(Z \leqq 0.6)$

➔p.103 復習問題4

一般の正規分布の確率

確率変数 X が正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従うとき

$Z=\frac{X-m}{\sigma}$

とすれば，Z は平均 0，標準偏差 1 の標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うことが知られている。このとき，Z を，X を**標準化した確率変数**という。

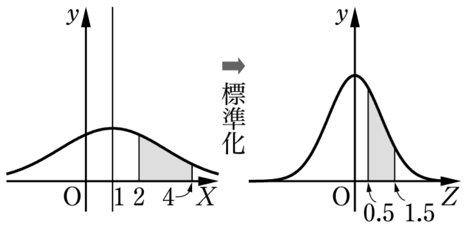
X に関する確率は，$Z=\frac{X-m}{\sigma}$ を用いて X を標準化し，標準正規分布 $N(0,\ 1)$ における Z の確率に変えることにより，求めることができる。

◀標準化すると，129 ページの正規分布表が使えるようになる。

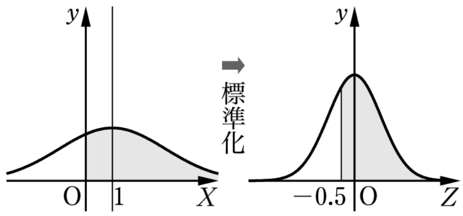
●標準化して一般の正規分布の確率を求めてみよう。

例 13　確率変数 X が正規分布 $N(1,\ 2^2)$ に従うとき，$Z=\frac{X-1}{2}$ とすると，Z は $N(0,\ 1)$ に従う。このとき

$$
\begin{aligned}
&P(2\leqq X\leqq 4)\\
&=P\left(\frac{2-1}{2}\leqq Z\leqq\frac{4-1}{2}\right)\\
&=P(0.5\leqq Z\leqq 1.5)\\
&=P(0\leqq Z\leqq 1.5)-P(0\leqq Z\leqq 0.5)\\
&=0.43319-0.19146\\
&=0.24173
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
&P(0\leqq X)\\
&=P\left(\frac{0-1}{2}\leqq Z\right)\\
&=P(-0.5\leqq Z)\\
&=0.5+P(0\leqq Z\leqq 0.5)\\
&=0.5+0.19146\\
&=0.69146
\end{aligned}
$$



問 18　確率変数 X が正規分布 $N(3,\ 5^2)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。 ➜p.103 復習問題5

(1)　$P(3\leqq X\leqq 7)$　　(2)　$P(6\leqq X\leqq 9)$

(3)　$P(0\leqq X\leqq 5)$　　(4)　$P(1\leqq X)$

正規分布の利用

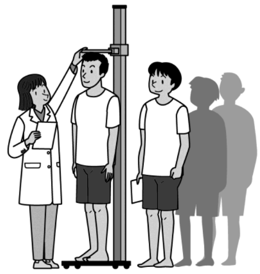
自然現象や社会現象の中には，その確率分布が正規分布に従うものがある。身近な問題を正規分布を用いて考えてみよう。

例題 7

ある高校の 1 年生男子の身長の分布は

平均 168cm，標準偏差 6cm

の正規分布とみなせるという。身長が 165cm 以上 174cm 以下の生徒は約何%いますか。



解　平均 168，標準偏差 6 の正規分布に従う確率変数を X とすれば, 求める割合は確率 $P(165 \leqq X \leqq 174)$ である。$Z=\frac{X-168}{6}$ とすると，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって

$$\begin{aligned} P(165 \leqq X \leqq 174) &= P\left(\frac{165-168}{6} \leqq Z \leqq \frac{174-168}{6}\right) \\ &= P(-0.5 \leqq Z \leqq 1) \\ &= P(-0.5 \leqq Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq 1) \\ &= P(0 \leqq Z \leqq 0.5) + P(0 \leqq Z \leqq 1) \\ &= 0.19146 + 0.34134 = 0.53280 \end{aligned}$$

したがって，身長が 165cm 以上 174cm 以下の生徒は**約 53%** います。

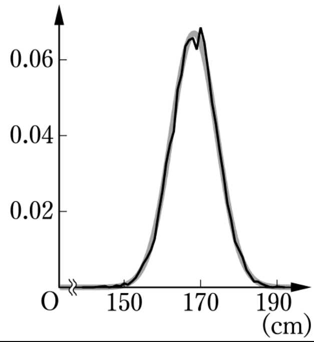
問 19　例題 7 で身長が 180cm 以上の生徒は約何%いますか。　➜p.103 復習問題6

数学ミュージアム　実際のデータと正規分布

ある年の全国の 15 歳男子の身長を調査したところ，平均は 168.3cm，標準偏差は 5.96cm でした。この調査結果を階級の幅を 1cm として整理し，各階級の相対度数を表したものが，右の図の黒い折れ線です。

また，青い曲線は，平均と標準偏差がこの調査結果と等しい正規分布 $N(168.3,\ 5.96^2)$ の分布曲線です。

黒い折れ線と青い曲線は，ほぼ重なっています。



新数学Ｂ　P.101

8　二項分布と標準正規分布

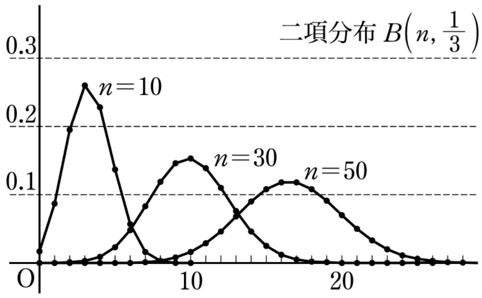
ねらい　二項分布と正規分布の関連を調べ，二項分布の問題を正規分布を用いて解くことを学びます。

1 個のさいころを投げる試行を n 回くり返すとき，3 の倍数の目が出る回数を X とすると，3 の倍数の目が r 回出る確率 $P(X=r)$ は反復試行の確率より

$$P(X=r)= {}_n\mathrm{C}_r \left(\frac{1}{3}\right)^r \left(\frac{2}{3}\right)^{n-r} \qquad (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

であり，確率変数 X は二項分布 $B\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。

このとき，X のとる値を横軸，それに対応する確率を縦軸として $n=10$，30，50 の場合の折れ線グラフをかくと右の図のようになる。



◀確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき
$m=E(X)=np$
$\sigma^2=V(X)=np(1-p)$

二項分布 $B\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$ の平均 m と分散 σ^2 は

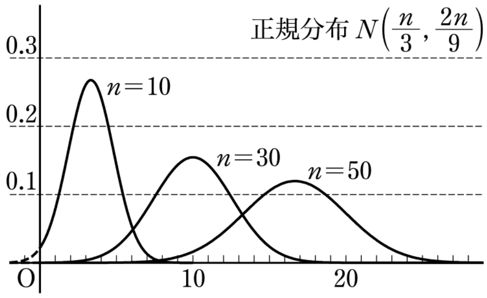
$$m=n\times\frac{1}{3}=\frac{n}{3}$$
$$\sigma^2=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2n}{9}$$

となるから，二項分布 $B\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$ と平均，

分散が等しい正規分布 $N\left(\frac{n}{3},\ \frac{2n}{9}\right)$ の

分布曲線を $n=10$，30，50 の場合について

かくと，右の図のようになる。



2 つの図を比べてみると，n が大きくなるにつれて，$B\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$ の折れ線グラフと

$N\left(\frac{n}{3},\ \frac{2n}{9}\right)$ の分布曲線が似てくることがわかる。

二項分布の正規分布による近似

一般に，二項分布 $B(n,\ p)$ に従う確率変数 X は，n が十分に大きいとき，$q=1-p$ とおくと，正規分布 $N(np,\ npq)$ にほぼ従うことが知られている。このことから次のことが成り立つ。

二項分布の正規分布による近似

確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，n が十分に大きければ，$Z=\frac{X-np}{\sqrt{npq}}$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとみなしてよい。ただし，$q=1-p$ とする。

例題 8

1 個のさいころを 450 回投げるとき, 3 の倍数の目が 148 回以上出る確率を求めなさい。

解　3 の倍数の目が出る回数を X とすると，X は二項分布 $B\left(450,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。X の平均 m と標準偏差 σ は

$$m=450\times\frac{1}{3}=150$$

$$\sigma=\sqrt{450\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=10$$

である。

◀ $m=np$
$\sigma=\sqrt{npq}$

ここで，$n=450$ は十分に大きいから，$Z=\frac{X-m}{\sigma}$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとみなしてよい。

◀確率変数 X は正規分布 $N(150,\ 100)$ に従う。

よって，求める確率は

$$\begin{aligned}P(148\leqq X)&=P\left(\frac{148-150}{10}\leqq Z\right)\\&=P(-0.2\leqq Z)\\&=P(-0.2\leqq Z\leqq 0)+P(0\leqq Z)\\&=P(0\leqq Z\leqq 0.2)+0.5\\&=0.07926+0.5=\mathbf{0.57926}\end{aligned}$$

問 20　1 個のさいころを 180 回投げるとき，1 の目が 36 回以上出る確率を求めなさい。

➜p.103 復習問題⑦

新数学 B　P.103

復習問題

□ **1** 大小 2 個のさいころを同時に投げて，出る目の数が異なるときは，出る目の数の大きいほうから小さいほうをひいた差を X とし，出る目の数が等しいときは，$X=0$ とする。このとき，X の確率分布を求めなさい。

確率分布
↩p.83 例 4

□ **2** 1 から 5 までの番号を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがある。この中から同時に 2 枚のカードを引くとき，引いたカードの番号の小さいほうを X とする。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　X の確率分布と平均を求めなさい。

(2)　X の分散と標準偏差を求めなさい。

確率変数の平均・分散・標準偏差
↩p.85 例題 2
p.89 例題 4

□ **3** 2 本の当たりくじを含む 10 本のくじがある。このくじを引き，当たりはずれを調べてもとにもどす。これを 100 回くり返すとき，当たりくじを引く回数 X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。

二項分布に従う確率変数の平均・分散・標準偏差
↩p.93 例題 5

□ **4** 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(-1 \leqq Z \leqq 1)$　　　(2)　$P(-1.5 \leqq Z)$

標準正規分布の確率
↩p.98 例題 6

□ **5** 確率変数 X が正規分布 $N(64,\ 2^2)$ に従うとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(X \leqq 68)$　　　(2)　$P(63 \leqq X \leqq 66)$

一般の正規分布の確率
↩p.99 例 13

□ **6** ある農場で生産されるニワトリの卵の重さの分布は

平均 60.4g,　　標準偏差 9.6g

の正規分布とみなせるという。重さが 58g 以上 70g 以下の卵は約何%ありますか。

正規分布の利用
↩p.100 例題 7

□ **7** 赤球 2 個と白球 3 個が入った袋から球を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどす。これを 150 回くり返す。赤球を取り出す回数を X とするとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(X \leqq 48)$　　　(2)　$P(66 \leqq X \leqq 72)$

二項分布と標準正規分布
↩p.102 例題 8