3 章・1 節　確率分布

組	番号	名　　前

①　確率の基本性質　　②　確率分布
③　確率変数の平均　　④　確率変数の分散・標準偏差

1　次の$\boxed{\quad}$をうめなさい。知

(1)　同じ条件で何回もくり返せる実験や観察のことを$\boxed{\quad}$といい，その結果として起こることがらを$\boxed{\quad}$という。

(2)　ある試行で起こり得るすべての結果が N 通りで，そのおのおのは同様に確からしいとする。そのうち，事象 A が起こる場合が a 通りのとき，事象 A の$\boxed{\quad}$を $\dfrac{a}{N}$ で定め，$P(A)$ で表す。

(3)　試行の結果によって値が定まる変数を$\boxed{\quad}$という。

(4)　確率変数 X のとる値にその値をとる確率を対応させたものを，この確率変数 X の$\boxed{\quad}$または単に分布といい，確率変数 X は，この確率分布に$\boxed{\quad}$という。

(5)　確率変数 X の確率分布が下の表のようになるとき

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\quad}$または期待値といい，$E(X)$ で表す。
また，$E(X)=m$ とするとき，

$$(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\quad}$といい，$V(X)$ で表す。

(6)　分散 $V(X)$ の正の平方根 $\sqrt{V(X)}$ を X の$\boxed{\quad}$という。

2　4 本のくじの中に当たりくじが 2 本ある。このくじを同時に 2 本ひくとき，ひく当たりくじの本数を X とする。技

(1)　X の確率分布を求めなさい。

X	0	1	2	計
P				1

(2)　確率変数 X の平均 $E(X)$ を求めなさい。

(3)　確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めなさい。

(4)　確率変数 X の標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

3　赤球 4 個と白球 3 個が入った袋から同時に 3 個の球を取り出すとき，その中に含まれる赤球の個数 X の確率分布を求めなさい。
技

X	0	1	2	3	計
P					1

4　50 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚の計 2 枚を同時に投げ，表が出る硬貨の合計金額を X とする。技

(1)　X の確率分布を求めなさい。

X	0	50	100	150	計
P					1

(2)　確率変数 X の平均 $E(X)$ を求めなさい。

(3)　確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めなさい。

(4)　確率変数 X の標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

3章・1節　確率分布

⑤　二項分布　　⑥　連続した値をとる確率変数の分布
⑦　正規分布　　⑧　二項分布と標準正規分布

組	番号	名　前

1　次の$\boxed{\quad}$をうめなさい。知

(1)　1回の試行で，事象 A が起こる確率を p とし， A が起こらない確率を $q=1-p$ とおく。この試行を n 回くり返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすれば，X は 0，1，$\cdots$，n の値をとる確率変数である。また，$X=r$ となる確率は

$P(X=r)=\boxed{\qquad\qquad}$　　$(r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$

したがって，X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	$\cdots$	r	$\cdots$	n	計
P	${}_nC_0q^n$	${}_nC_1pq^{n-1}$	$\cdots$	${}_nC_rp^rq^{n-r}$	$\cdots$	${}_nC_np^n$	1

確率変数 X が上の表のようになるとき，この確率分布を確率 p に対する次数 n の$\boxed{\qquad\quad}$といい，$B(n,\ p)$ で表す。

(2)　二項分布の平均，分散，標準偏差

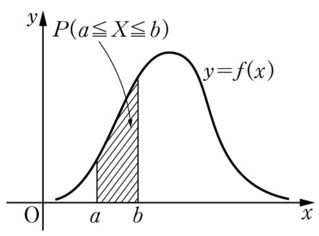
平均　　$E(X)=\boxed{\quad}$

分散　　$V(X)=\boxed{\quad}$　　ただし，$q=1-p$

標準偏差　$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\qquad}$

(3)　一般に，連続的な値をとる確率変数を$\boxed{\qquad\qquad}$という。

(4)　連続型確率変数 X に対して，1つの関数 $y=f(x)$ が対応し，確率 $P(a\leqq X\leqq b)$ が右の図の影のついた部分の面積に等しいとき，関数 $f(x)$ のことを X の$\boxed{\qquad\qquad}$という。



(5)　図の $y=f(x)$ のグラフをその$\boxed{\qquad}$という。

(6)　確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が，m，σ を定数として

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

と表されるとき，この確率分布を$\boxed{\qquad}$という。また，このとき，確率変数 X は正規分布$\boxed{\qquad}$に従う　という。ここで，π は円周率，e は自然対数の底とよばれる無理数である。

(7)　確率変数 Z が平均 $m=0$，標準偏差 $\sigma=1$ の正規分布，すなわち $N(0,\ 1)$ に従うとき，この正規分布を$\boxed{\qquad\qquad}$という。

(8)　確率変数 X が正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従うとき，

$$Z=\frac{X-m}{\sigma}$$

とすれば，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うことが知られている。このとき，Z を，X を$\boxed{\quad}$した確率変数という。

2　次の確率変数は，それぞれ二項分布に従います。それぞれが従う二項分布を，$B(n,\ p)$ の形で答えなさい。技

(1)　1枚の硬貨を20回くり返し投げる反復試行において，表の出る回数を確率変数 X とする。

(2)　1個のさいころを12回くり返し投げる反復試行において，5以上の目が出る回数を確率変数 X とする。

3　袋の中に赤球2個と白球6個が入っている。この袋の中から玉を1個取り出し，色を調べてもとにもどす。これを72回くり返すとき，赤球を取り出す回数 X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。技

4　ある高校の男子生徒の身長の分布は

平均165 ｃｍ，標準偏差6 ｃｍ

の正規分布とみなせるという。身長が159 ｃｍ以上171 ｃｍ以下の男子生徒は約何%いますか。答えは小数第1位を四捨五入して整数で答えなさい。

ただし，$P(0\leqq X\leqq 1)=0.34134$ とします。技

3 章・1 節　確率分布

①　確率の基本性質　　②　確率分布
③　確率変数の平均　　④　確率変数の分散・標準偏差

組	番号	名　　前

1 次の□をうめなさい。知

(1) 同じ条件で何回もくり返せる実験や観察のことを $\boxed{\text{試行}}$ といい，その結果として起こることがらを $\boxed{\text{事象}}$ という。

(2) ある試行で起こり得るすべての結果が N 通りで, そのおのおのは同様に確からしいとする。そのうち，事象 A が起こる場合が a 通りのとき, 事象 A の $\boxed{\text{確率}}$ を $\dfrac{a}{N}$ で定め, $P(A)$ で表す。

(3) 試行の結果によって値が定まる変数を $\boxed{\text{確率変数}}$ という。

(4) 確率変数 X のとる値にその値をとる確率を対応させたものを, この確率変数 X の $\boxed{\text{確率分布}}$ または単に分布といい, 確率変数 X は，この確率分布に $\boxed{\text{従う}}$ という。

(5) 確率変数 X の確率分布が下の表のようになるとき

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$

を確率変数 X の $\boxed{\text{平均}}$ または期待値といい，$E(X)$ で表す。
また，$E(X)=m$ とするとき，

$(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n$

を確率変数 X の $\boxed{\text{分散}}$ といい，$V(X)$ で表す。

(6) 分散 $V(X)$ の正の平方根 $\sqrt{V(X)}$ を X の $\boxed{\text{標準偏差}}$ という。

2 4 本のくじの中に当たりくじが 2 本ある。このくじを同時に 2 本ひくとき，ひく当たりくじの本数を X とする。技

(1) X の確率分布を求めなさい。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

［解］　$P(X=0)=P(X=2)=\dfrac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\dfrac{1}{6}$，$P(X=1)=\dfrac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_4C_2}=\dfrac{4}{6}\left(=\dfrac{2}{3}\right)$

(2) 確率変数 X の平均 $E(X)$ を求めなさい。

［解］　$E(X)=0\times\dfrac{1}{6}+1\times\dfrac{4}{6}+2\times\dfrac{1}{6}=\mathbf{1}$

(3) 確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めなさい。

［解］　$V(X)=(0-1)^2\times\dfrac{1}{6}+(1-1)^2\times\dfrac{4}{6}+(2-1)^2\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{3}$

(4) 確率変数 X の標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

［解］　$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

3 赤球 4 個と白球 3 個が入った袋から同時に 3 個の球を取り出すとき，その中に含まれる赤球の個数 X の確率分布を求めなさい。技

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

［解］　X は 0，1，2，3 の値をとる確率変数である。

$X=0$ となるのは 3 個とも白球を取り出すときであるから，

$P(X=0)=\dfrac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{1}{35}$

$X=1$ となるのは赤球を 1 個，白球を 2 個取り出すときであるから，

$P(X=1)=\dfrac{{}_4C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\dfrac{4\times3}{35}=\dfrac{12}{35}$

$X=2$ となるのは赤球を 2 個，白球を 1 個取り出すときであるから，

$P(X=2)=\dfrac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\dfrac{6\times3}{35}=\dfrac{18}{35}$

$X=3$ となるのは 3 個とも赤球を取り出すときであるから，

$P(X=3)=\dfrac{{}_4C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{4}{35}$

4 50 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚の計 2 枚を同時に投げ，表が出る硬貨の合計金額を X とする。技

(1) X の確率分布を求めなさい。

X	0	50	100	150	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

［解］　X は 0，50，100，150 の値をとる確率変数である。

$X=0$ となるのは両方とも裏になるときであるから，

$P(X=0)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

$X=50$ となるのは 50 円硬貨が表，100 円硬貨が裏になるときであるから，

$P(X=50)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

$X=100$ となるのは 50 円硬貨が裏，100 円硬貨が表になるときであるから，

$P(X=100)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

$X=150$ となるのは両方とも表になるときであるから，

$P(X=150)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

(2) 確率変数 X の平均 $E(X)$ を求めなさい。

［解］　$E(X)=0\times\dfrac{1}{4}+50\times\dfrac{1}{4}+100\times\dfrac{1}{4}+150\times\dfrac{1}{4}=\mathbf{75}$

(3) 確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めなさい。

［解］　X の平均を m とすると　　$m=E(X)=75$

確率変数 X^2 の平均 $E(X^2)$ は

$E(X^2)=0^2\times\dfrac{1}{4}+50^2\times\dfrac{1}{4}+100^2\times\dfrac{1}{4}+150^2\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{35000}{4}=8750$

よって，分散 $V(X)$ は

$V(X)=E(X^2)-m^2=8750-75^2=3125$

(4) 確率変数 X の標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

［解］　$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{3125}=\sqrt{5^5}=\mathbf{25\sqrt{5}}$

3 章・1 節　確率分布

⑤　二項分布　　⑥　連続した値をとる確率変数の分布
⑦　正規分布　　⑧　二項分布と標準正規分布

組	番号	名　　前

1 次の$\boxed{}$をうめなさい。知

(1)　1 回の試行で，事象 A が起こる確率を p とし， A が起こらない確率を $q=1-p$ とおく。この試行を n 回くり返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすれば，X は 0，1，$\cdots$，n の値をとる確率変数である。また，$X=r$ となる確率は

$$P(X=r)=\boxed{{}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}}\qquad (r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

したがって，X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	$\cdots$	r	$\cdots$	n	計
P	${}_n\mathrm{C}_0 q^n$	${}_n\mathrm{C}_1 pq^{n-1}$	$\cdots$	${}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}$	$\cdots$	${}_n\mathrm{C}_n p^n$	1

確率変数 X が上の表のようになるとき，この確率分布を確率 p に対する次数 n の $\boxed{\text{二項分布}}$といい，$B(n,\ p)$ で表す。

(2)　二項分布の平均，分散，標準偏差

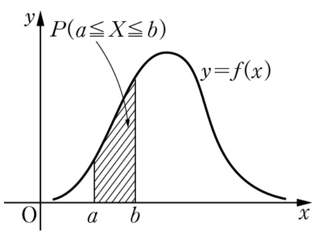
平均　　$E(X)=\boxed{np}$

分散　　$V(X)=\boxed{npq}$　　ただし，$q=1-p$

標準偏差　$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\sqrt{npq}}$

(3)　一般に，連続的な値をとる確率変数を $\boxed{\text{連続型確率変数}}$ という。

(4)　連続型確率変数 X に対して，1 つの関数 $y=f(x)$ が対応し，確率 $P(a\leqq X\leqq b)$ が右の図の影のついた部分の面積に等しいとき，関数 $f(x)$ のことを X の $\boxed{\text{確率密度関数}}$ という。



(5)　図の $y=f(x)$ のグラフをその $\boxed{\text{分布曲線}}$ という。

(6)　確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ が，m，σ を定数として

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

と表されるとき，この確率分布を $\boxed{\text{正規分布}}$ という。また，このとき，確率変数 X は正規分布 $\boxed{N(m,\ \sigma^2)}$ に従う　という。ここで，π は円周率，e は自然対数の底とよばれる無理数である。

(7)　確率変数 Z が平均 $m=0$，標準偏差 $\sigma=1$ の正規分布，すなわち $N(0,\ 1)$ に従うとき，この正規分布を $\boxed{\text{標準正規分布}}$ という。

(8)　確率変数 X が正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従うとき，

$$\mathrm{Z}=\frac{X-m}{\sigma}$$

とすれば，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うことが知られている。このとき，Z を，X を $\boxed{\text{標準化}}$ した確率変数という。

2 次の確率変数は，それぞれ二項分布に従います。それぞれが従う二項分布を，$B(n,\ p)$ の形で答えなさい。技

(1)　1 枚の硬貨を 20 回くり返し投げる反復試行において，表の出る回数を確率変数 X とする。

［解］　1 回の試行で表が出る確率は　　$p=\frac{1}{2}$

これを 20 回くり返すから　　$n=20$

よって，X は二項分布 $\boldsymbol{B\left(20,\ \frac{1}{2}\right)}$ に従う。

(2)　1 個のさいころを 12 回くり返し投げる反復試行において，5 以上の目が出る回数を確率変数 X とする。

［解］　1 回の試行で 5 以上の目が出る確率は　　$p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

これを 12 回くり返すから　　$n=12$

よって，X は二項分布 $\boldsymbol{B\left(12,\ \frac{1}{3}\right)}$ に従う。

3 袋の中に赤球 2 個と白球 6 個が入っている。この袋の中から玉を 1 個取り出し，色を調べてもとにもどす。これを 72 回くり返すとき，赤球を取り出す回数 X の平均，分散，標準偏差を求めなさい。技

［解］　球を 1 個取り出すとき，それが赤球である確率は　　$p=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

これを 72 回くり返すから，$n=72$ である。

よって，確率変数 X は二項分布 $B\left(72,\ \frac{1}{4}\right)$ に従う。

したがって，X の平均，分散，標準偏差は，

$$E(X)=72\times\frac{1}{4}=\mathbf{18}$$

$$V(X)=72\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\boldsymbol{\frac{27}{2}}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{27}{2}}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$$

4 ある高校の男子生徒の身長の分布は

平均 165 ｃｍ，標準偏差 6 ｃｍ

の正規分布とみなせるという。身長が 159 ｃｍ以上 171 ｃｍ以下の男子生徒は約何％いますか。答えは小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

ただし，$P(0\leqq X\leqq 1)=0.34134$ とします。技

［解］　平均 165，標準偏差 6 の正規分布に従う確率変数を X とすれば，求める割合は確率 $P(159\leqq X\leqq 171)$ である。$Z=\frac{X-165}{6}$ とすると，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって

$$\begin{aligned}P(159\leqq X\leqq 171)&=P\left(\frac{159-165}{6}\leqq X\leqq\frac{171-165}{6}\right)\\&=P(-1\leqq X\leqq 1)\\&=2\times P(0\leqq X\leqq 1)\\&=2\times 0.34134\\&=0.68268\end{aligned}$$

したがって，身長が 159 ｃｍ以上 171 ｃｍ以下の男子生徒は約 68 ％います。