

1章・1節 数列

① 数列と一般項

② 等差数列

組	番号	名前

1 次の□をうめなさい。☑

(1) 順序づけられた数の並びを□という。

(2) 数列において、並んでいるそれぞれの数を□といい、初めから順に第1項, 第2項, …という。また, 第1項を□ともいう。

(3) 数の並びに限りがある数列では, 項の個数を□といい, 最後の項は□という。

(4) 初めから数えて n 番目の項 a_n を□といい, これを n の式で表したものを, この数列の□という。

(5) 初項に一定の数を次々にたして得られる数列を□といい, たす一定の数を□という。

(6) 初項 a , 公差 d の等差数列の一般項は

$$a_n = \square$$

(7) 初項 a , 末項 l , 項数 n の等差数列の和 S は

$$S = \square$$

2 次の等差数列の□にあてはまる数を求めなさい。☑

(1) □, -2, 4, □

(2) 5, □, □, -7

3 初項 -3, 公差 4 の等差数列がある。☑

(1) 一般項を求めなさい。

(2) 69 はこの数列の第何項ですか。

4 第4項が 10, 第7項が -2 である等差数列の一般項を求めなさい。☑

5 次の等差数列の和を求めなさい。☑

(1) 初項 4, 末項 46, 項数 15

(2) 初項 5, 公差 -6, 項数 20

6 6 から始まる n 個の 6 の倍数の和

$6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 6n$ を求めなさい。☑

7 次の等差数列の初項から末項までの和 S を求めなさい。☑

96, 91, 86, …, 1

1章・1節 数列

③ 等比数列

組	番号	名前

1 次の□をうめなさい。☑

(1) 初項に一定の数を次々にかけて得られる数列を□といい、かける一定の数をその数列の□という。

(2) 初項 a 、公比 r の等比数列の一般項は

$$a_n = \square$$

ここで $r^0 = 1$ とすると、この式は $r = 1$ のときも成り立つ。

(3) 初項 a 、公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S は

$$S = \square \quad \text{ただし } r \neq 1$$

$r = 1$ のときは、次のようになる。

$$S = a + a + a + \cdots + a = \square$$

2 次の等比数列の□にあてはまる数を求めなさい。☑

(1) □, $2\sqrt{3}$, 6, □

(2) -4, □, □, $\frac{1}{2}$

3 初項 3、公比 -2 の等比数列がある。☑

(1) 一般項を求めなさい。

(2) 768 はこの数列の第何項ですか。

4 第3項が 45、第5項が 405 である等比数列の一般項を求めなさい。☑

5 初項 5、公比 -2、項数 4 である等比数列の和 S を求めなさい。☑

6 次の等比数列の和 S を求めなさい。☑

3, 12, 48, 192, … の初項から第 5 項まで

7 1日目に1円、2日目に2円、3日目に4円というように、毎日、前日の2倍の金額を貯金していくと、20日目には貯金額は全部で何円になるか求めなさい。☑

1章・1節 数列

- ① 数列と一般項
- ② 等差数列

組	番号	名前

1 次の□をうめなさい。☑

- (1) 順序づけられた数の並びを**数列**という。
- (2) 数列において、並んでいるそれぞれの数を**項**といい、初めから順に第1項、第2項、…という。また、第1項を**初項**ともいう。
- (3) 数の並びに限りがある数列では、項の個数を**項数**といい、最後の項は**末項**という。
- (4) 初めから数えて n 番目の項 a_n を**第 n 項**といい、これを n の式で表したものを、この数列の**一般項**という。
- (5) 初項に一定の数を次々にたして得られる数列を**等差数列**といい、たす一定の数を**公差**という。

(6) 初項 a 、公差 d の等差数列の一般項は

$$a_n = a + (n-1)d$$

(7) 初項 a 、末項 l 、項数 n の等差数列の和 S は

$$S = \frac{1}{2}n(a+l)$$

2 次の等差数列の□にあてはまる数を求めなさい。☑

- (1) □, -2, 4, □

[解] 公差は $4 - (-2) = 6$ であるから、

$$\text{初項は } -2 - 6 = -8$$

$$\text{第4項は } 4 + 6 = 10$$

- (2) 5, □, □, -7

[解] 公差を d とすると、初項が5であるから一般項は

$$a_n = 5 + (n-1)d$$

第4項が-7であるから

$$a_4 = 5 + (4-1)d = -7$$

$$5 + 3d = -7$$

$$d = -4$$

よって

$$\text{第2項は } 5 + (-4) = 1$$

$$\text{第3項は } -7 - (-4) = -3$$

3 初項-3、公差4の等差数列がある。☑

- (1) 一般項を求めなさい。

[解] $a_n = -3 + (n-1) \times 4 = 4n - 7$

- (2) 69はこの数列の第何項ですか。

[解] 69がこの数列の第 n 項であるとする

$$4n - 7 = 69$$

$$\text{よって } n = 19$$

すなわち、69は**第19項**である。

4 第4項が10、第7項が-2である等差数列の一般項を求めなさい。☑

[解] 初項を a 、公差を d とおくと、一般項は

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\text{第4項が10であるから } a + 3d = 10 \quad \dots\dots ①$$

$$\text{第7項が-2であるから } a + 6d = -2 \quad \dots\dots ②$$

$$② - ① \text{ より } 3d = -12$$

$$\text{よって } d = -4$$

$$① \text{ に代入すると } a + 3 \times (-4) = 10$$

$$\text{よって } a = 22$$

したがって、一般項は

$$a_n = 22 + (n-1) \times (-4)$$

すなわち

$$a_n = -4n + 26$$

5 次の等差数列の和を求めなさい。☑

- (1) 初項4、末項46、項数15

[解] $S = \frac{1}{2} \times 15 \times (4 + 46) = 375$

- (2) 初項5、公差-6、項数20

[解] $S = \frac{1}{2} \times 20 \times \{2 \times 5 + (20-1) \times (-6)\} = -1040$

6 6から始まる n 個の6の倍数の和

$6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 6n$ を求めなさい。☑

[解] $S = \frac{1}{2} \times n \times (6 + 6n)$

$$= 3n(n+1)$$

$$\text{または } 6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 6n = 6 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n)$$

$$= 6 \times \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= 3n(n+1)$$

7 次の等差数列の初項から末項までの和 S を求めなさい。☑

$$96, 91, 86, \dots, 1$$

[解] 初項96、公差-5であるから、一般項は

$$a_n = 96 + (n-1) \times (-5) = -5n + 101$$

$$\text{末項1が第 } n \text{ 項であるとする、 } -5n + 101 = 1$$

$$\text{よって } n = 20$$

$$\text{したがって } S = \frac{1}{2} \times 20 \times (96 + 1) = 970$$

1章・1節 数列

③ 等比数列

1 次の□をうめなさい。[国]

(1) 初項に一定の数を次々にかけて得られる数列を「等比数列」といい、かける一定の数をその数列の「公比」という。

(2) 初項 a 、公比 r の等比数列の一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

ここで $r^0 = 1$ とすると、この式は $r = 1$ のときも成り立つ。

(3) 初項 a 、公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S は

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{ただし } r \neq 1$$

$r = 1$ のときは、次のようになる。

$$S = a + a + a + \cdots + a = na$$

2 次の等比数列の□にあてはまる数を求めなさい。[国]

(1) □, $2\sqrt{3}$, 6, □

[解] 公比は $6 \div 2\sqrt{3} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ であるから、

$$\text{初項は } 2\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 2$$

$$\text{第4項は } 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

(2) -4 , □, □, $\frac{1}{2}$

[解] 公比を r とすると、初項が -4 であるから一般項は

$$a_n = -4r^{n-1}$$

第4項が $\frac{1}{2}$ であるから

$$a_4 = -4r^{4-1} = \frac{1}{2}$$

$$r^3 = -\frac{1}{8}$$

$$-\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \text{ であるから}$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

よって

$$\text{第2項は } -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\text{第3項は } 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

3 初項 3、公比 -2 の等比数列がある。[国]

(1) 一般項を求めなさい。

[解] $a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$

(2) 768 はこの数列の第何項ですか。

[解] 768 がこの数列の第 n 項であるとする

$$3 \times (-2)^{n-1} = 768$$

$$(-2)^{n-1} = 256$$

$$(-2)^8 = 256 \text{ であるから } (-2)^{n-1} = (-2)^8$$

よって、 $n-1=8$ より $n=9$

したがって、768 は第9項である。

組	番号	名前

4 第3項が 45、第5項が 405 である等比数列の一般項を求めなさい。[国]

[解] 初項 a 、公比 r とすると、一般項は $a_n = ar^{n-1}$

$$\text{第3項が 45 であるから } ar^2 = 45 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$\text{第5項が 405 であるから } ar^4 = 405 \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$$\text{②より } ar^2 \times r^2 = 405$$

$$\text{①を代入すると } 45 \times r^2 = 405$$

$$\text{よって } r^2 = 9$$

$$\text{したがって } r = \pm 3$$

①より

$$r = 3 \text{ のとき } a = 5$$

$$r = -3 \text{ のとき } a = 5$$

したがって、一般項は

$$a_n = 5 \times 3^{n-1} \quad \text{または} \quad a_n = 5 \times (-3)^{n-1}$$

5 初項 5、公比 -2 、項数 4 である等比数列の和 S を求めなさい。

[解] 求める和 S は

$$S = \frac{5 \times \{(-2)^4 - 1\}}{-2 - 1} = \frac{5 \times 15}{-3} = -25$$

6 次の等比数列の和 S を求めなさい。[国]

3, 12, 48, 192, ... の初項から第5項まで

[解] 求める和 S は

$$\text{初項 } a = 3$$

$$\text{公比 } r = 12 \div 3 = 4$$

$$\text{項数 } n = 5$$

であるから

$$S = \frac{3 \times (4^5 - 1)}{4 - 1} = \frac{3 \times (1024 - 1)}{3} = 1023$$

7 1日目に1円、2日目に2円、3日目に4円というように、毎日、前日の2倍の金額を貯金していくと、20日目には貯金額は全部で何円になるか求めなさい。[国]

[解] 貯金額は、初項 1、公比 2 の等比数列の初項から第 20 項までの和であるから

$$\frac{1 \times (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 1048576 - 1 = 1048575 \text{ (円)}$$