3章・1節　確率分布

組	番号	名　前

①　確率変数と確率分布
②　確率変数の平均と分散

1　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1)　試行の結果によって値が定まる変数を$\boxed{\quad\quad\quad}$という。確率変数 X のとる値にその値をとる確率を対応させたものを，この確率変数の$\boxed{\quad\quad\quad}$，または単に$\boxed{\quad\quad}$といい，確率変数 X は，この分布に$\boxed{\quad\quad}$という。

(2)　確率変数 X が下の表の確率分布に従うとき

$$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\quad\quad}$または$\boxed{\quad\quad\quad}$といい，記号$\boxed{\quad\quad\quad}$で表す。

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

(3)　確率変数 X に対して，X の平均を m とするとき，$X-m$ を X の平均からの$\boxed{\quad\quad}$という。

確率変数 X のとる値を $x_1, x_2, \cdots, x_n$，確率 $P(X=x_i)$ を p_i，X の平均を m とするとき

$$(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\quad\quad}$といい，記号$\boxed{\quad\quad\quad}$で表す。

分散は X の平均 m からの偏差の2乗 $(X-m)^2$ の平均であるから，次のように表される。

$$V(X)=E\left(\boxed{\quad\quad\quad\quad}\right)=E\left(\boxed{\quad\quad}\right)-\boxed{\quad\quad}$$

分散 $V(X)$ の正の平方根 $\sqrt{V(X)}$ を X の$\boxed{\quad\quad\quad}$といい，記号$\boxed{\quad\quad\quad}$で表す。

確率変数 $aX+b$ の平均と分散，標準偏差は次のようになる。

$E(aX+b)=\boxed{\quad\quad\quad\quad}$

$V(aX+b)=\boxed{\quad\quad\quad}$

$\sigma(aX+b)=\boxed{\quad\quad\quad}$

2　2個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和を X とすると，X は確率変数である。このとき，次の確率を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　$P(X=2)$

(2)　$P(X\leqq 4)$

3　赤球4個と白球3個が入っている袋から同時に3個の球を取り出すとき，その中に含まれている赤球の個数 X の確率分布を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

4　1，2，3，4の数を1つずつ書いたカードが4枚ある。ここから同時に2枚引き，小さい方の数を X とする。確率変数 X の確率分布，平均，分散および標準偏差を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

5　1個のさいころを2回投げるとき，3の倍数の目が出る回数 X の平均，分散および標準偏差を求めよ。また，$3X+2$ の平均と分散を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

3章・1節　確率分布

③　確率変数の和と積
④　二項分布

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　一般に，2つの確率変数 X，Y に対して，次の式が成り立つ。

$E(X+Y)=\boxed{}+\boxed{}$

(2)　2つの確率変数 X，Y があって，X のとる任意の値 a と Y のとる任意の値 b に対して

$P(X=a,\ Y=b)=\boxed{}\cdot\boxed{}$

が成り立つとき，確率変数 X，Y は$\boxed{}$であるという。

(3)　X，Y が独立であるとき，確率変数X，Y の積の平均と和の分散について，次の式が成り立つ。

$E(XY)=E(X)\ \boxed{}\ E(Y)$

$V(X+Y)=V(X)\ \boxed{}\ V(Y)$

(4)　ある試行で，事象 A が起こる確率を p とし，A が起こらない確率を $q=1-p$ とおく。これを n 回くり返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすれば，$X=r$ となる確率は

$P(X=r)=\boxed{}$　$(r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$

である。確率変数 X の確率分布が上の式のようになるとき，この確率分布を確率 p に対する次数$\boxed{}$の$\boxed{}$といい，$\boxed{}$で表す。

このとき，平均と分散は

$E(X)=\boxed{}$，　$V(X)=\boxed{}$

2　独立な確率変数 X，Y の分布がそれぞれ下の表で与えられている。このとき，$X+Y$ の平均と分散を求めよ。技

X	0	1	2	計
P	0.3	0.5	0.2	1

Y	0	1	2	計
P	0.1	0.3	0.6	1

3　2つの袋Ａ，Ｂがあり，袋Ａには1，3，5，7，9の数を1つずつ書いた札が5枚入っており，袋Ｂには2，4，6，8の数を１つずつ書いた札が4枚入っている。2つの袋から1枚ずつ札を取り出すとき，2枚に書かれた数の積の平均を求めよ。技

4　確率変数 X が二項分布 $B\left(6,\ \dfrac{1}{3}\right)$ に従うとき，次の問に答えよ。

技

(1)　確率 $P(X=3)$ を求めよ。

(2)　確率 $P(X\geqq 5)$ を求めよ。

(3)　平均 $E(X)$ を求めよ。

(4)　分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

5　赤球2個と白球6個が入っている袋がある。この袋から球を1個取り出し，色を調べてもとに戻す。これを72回くり返すとき，赤球を取り出す回数を X とする。X の平均，分散，標準偏差を求めよ。技

3 章・1 節　確率分布

①　確率変数と確率分布
②　確率変数の平均と分散

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　試行の結果によって値が定まる変数を$\boxed{\text{確率変数}}$という。確率変数 X のとる値にその値をとる確率を対応させたものを，この確率変数の$\boxed{\text{確率分布}}$，または単に$\boxed{\text{分布}}$といい，確率変数 X は，この分布に$\boxed{\text{従う}}$という。

(2)　確率変数X が下の表の確率分布に従うとき

$$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\text{平均}}$または$\boxed{\text{期待値}}$といい，記号$\boxed{E(X)}$で表す。

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

(3)　確率変数 X に対して，X の平均を m とするとき，$X-m$ を X の平均からの$\boxed{\text{偏差}}$という。

確率変数 X のとる値を x_1, x_2, $\cdots$, x_n, 確率 $P(X=x_i)$ を p_i, X の平均を m とするとき

$$(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

を確率変数 X の$\boxed{\text{分散}}$といい，記号$\boxed{V(X)}$で表す。

分散は X の平均 m からの偏差の 2 乗 $(X-m)^2$ の平均であるから，次のように表される。

$$V(X)=E\left(\boxed{(X-m)^2}\right)=E\left(\boxed{X^2}\right)-\boxed{m^2}$$

分散 $V(X)$ の正の平方根 $\sqrt{V(X)}$ を X の$\boxed{\text{標準偏差}}$といい，記号$\boxed{\sigma(X)}$で表す。

確率変数 $aX+b$ の平均と分散，標準偏差は次のようになる。

$$E(aX+b)=\boxed{aE(X)+b}$$

$$V(aX+b)=\boxed{a^2V(X)}$$

$$\sigma(aX+b)=\boxed{|a|\sigma(X)}$$

2　2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和をX とすると，X は確率変数である。このとき，次の確率を求めよ。技

(1)　$P(X=2)$

［解］　2 個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$（通り）

また，2 個のさいころの目を $(a,\ b)$ とすると，$X=2$ となるのは $(1,\ 1)$ の 1 通りであるから

$$P(X=2)=\mathbf{\frac{1}{36}}$$

(2)　$P(X\leqq4)$

［解］　$X\leqq4$ となるのは

$(1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(2,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 1)$

の 6 通りであるから

$$P(X\leqq4)=\frac{6}{36}=\mathbf{\frac{1}{6}}$$

3　赤球 4 個と白球 3 個が入っている袋から同時に 3 個の球を取り出すとき，その中に含まれている赤球の個数 X の確率分布を求めよ。技

［解］　X は 0，1，2，3 の値をとる確率変数である。

$X=0$ は 3 個とも白球である事象

$X=1$ は赤球が 1 個，白球が 2 個である事象

$X=2$ は赤球が 2 個，白球が 1 個である事象

$X=3$ は 3 個とも赤球である事象

を表す。

したがって，それぞれの確率は

$$P(X=0)=\frac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\frac{1}{35},\qquad P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\frac{12}{35},$$

$$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\frac{18}{35},\qquad P(X=3)=\frac{{}_4C_3}{{}_7C_3}=\frac{4}{35}$$

となり，X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

4　1，2，3，4 の数を 1 つずつ書いたカードが 4 枚ある。ここから同時に 2 枚引き，小さい方の数を X とする。確率変数 X の確率分布，平均，分散および標準偏差を求めよ。技

［解］　X のとる値は　1，2，3 であり，それぞれの値をとる確率は

$$P(X=1)=\frac{1\times3}{{}_4C_2}=\frac{1}{2},\qquad P(X=2)=\frac{1\times2}{{}_4C_2}=\frac{1}{3},$$

$$P(X=3)=\frac{1\times1}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}$$

よって，X の確率分布は次の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

したがって，X の平均，分散および標準偏差は次のようになる。

$$E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{5}{3}}$$

$$V(X)=1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6}-\left(\frac{5}{3}\right)^2=\mathbf{\frac{5}{9}}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\mathbf{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

5　1 個のさいころを 2 回投げるとき，3 の倍数の目が出る回数 X の平均，分散および標準偏差を求めよ。また，$3X+2$ の平均と分散を求めよ。技

［解］　X のとる値は　0，1，2 であり，X の確率分布は次のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

したがって，X の平均，分散および標準偏差は次のようになる。

$$E(X)=0\times\frac{4}{9}+1\times\frac{4}{9}+2\times\frac{1}{9}=\mathbf{\frac{2}{3}}$$

$$V(X)=0^2\times\frac{4}{9}+1^2\times\frac{4}{9}+2^2\times\frac{1}{9}-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\mathbf{\frac{4}{9}}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\mathbf{\frac{2}{3}}$$

また，$3X+2$ の平均と分散は

$$E(3X+2)=3E(X)+2=4$$

$$V(3X+2)=3^2V(X)=4$$

3章・1節　確率分布

③　確率変数の和と積
④　二項分布

組	番号	名　　前

1　次の□をうめよ。知

(1)　一般に，2つの確率変数 X，Y に対して，次の式が成り立つ。

$E(X+Y)=\boxed{E(X)}+\boxed{E(Y)}$

(2)　2つの確率変数 X，Y があって，X のとる任意の値 a と Y のとる任意の値 b に対して

$P(X=a,\ Y=b)=\boxed{P(X=a)}\cdot\boxed{P(Y=b)}$

が成り立つとき，確率変数 X，Y は $\boxed{\text{独立}}$ であるという。

(3)　X，Y が独立であるとき，確率変数 X，Y の積の平均と和の分散について，次の式が成り立つ。

$E(XY)=E(X)\ \boxed{\cdot}\ E(Y)$

$V(X+Y)=V(X)\ \boxed{+}\ V(Y)$

(4)　ある試行で，事象 A が起こる確率を p とし，A が起こらない確率を $q=1-p$ とおく。これを n 回くり返す反復試行において，事象 A が起こる回数を X とすれば，$X=r$ となる確率は

$P(X=r)=\boxed{{}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r}}$　$(r=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$

である。確率変数 X の確率分布が上の式のようになるとき，この確率分布を確率 p に対する次数 $\boxed{n}$ の $\boxed{\text{二項分布}}$ といい，$\boxed{B(n,\ p)}$ で表す。

このとき，平均と分散は

$E(X)=\boxed{np}$,　　$V(X)=\boxed{npq}$

2　独立な確率変数 X，Y の分布がそれぞれ下の表で与えられている。このとき，$X+Y$ の平均と分散を求めよ。技

X	0	1	2	計
P	0.3	0.5	0.2	1

Y	0	1	2	計
P	0.1	0.3	0.6	1

［解］　X と Y の平均と分散は

$E(X)=0\times0.3+1\times0.5+2\times0.2=0.9$

$V(X)=0^2\times0.3+1^2\times0.5+2^2\times0.2-0.9^2=0.49$

$E(Y)=0\times0.1+1\times0.3+2\times0.6=1.5$

$V(Y)=0^2\times0.1+1^2\times0.3+2^2\times0.6-1.5^2=0.45$

よって，$X+Y$ の平均は

$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$

$=0.9+1.5=\mathbf{2.4}$

X，Y は独立であるから，$X+Y$ の分散は

$V(X+Y)=V(X)+V(Y)$

$=0.49+0.45=\mathbf{0.94}$

3　2つの袋A，Bがあり，袋Aには1，3，5，7，9の数を1つずつ書いた札が5枚入っており，袋Bには2，4，6，8の数を1つずつ書いた札が4枚入っている。2つの袋から1枚ずつ札を取り出すとき，2枚に書かれた数の積の平均を求めよ。技

［解］　袋Aから取り出した札の数を X，袋Bから取り出した札の数を Y とすると

$E(X)=1\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{5}+5\times\frac{1}{5}+7\times\frac{1}{5}+9\times\frac{1}{5}=5$

$E(Y)=2\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{4}+6\times\frac{1}{4}+8\times\frac{1}{4}=5$

X，Y は独立であるから

$E(XY)=E(X)\cdot E(Y)=5\times5=\mathbf{25}$

4　確率変数 X が二項分布 $B\left(6,\ \frac{1}{3}\right)$ に従うとき，次の問に答えよ。技

(1)　確率 $P(X=3)$ を求めよ。

［解］　$P(X=3)={}_6\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^3=\mathbf{\frac{160}{729}}$

(2)　確率 $P(X\geqq5)$ を求めよ。

［解］　$P(X\geqq5)=P(X=5)+P(X=6)$

$={}_6\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^1+{}_6\mathrm{C}_6\left(\frac{1}{3}\right)^6=\mathbf{\frac{13}{729}}$

(3)　平均 $E(X)$ を求めよ。

［解］　$E(X)=6\times\frac{1}{3}=\mathbf{2}$

(4)　分散 $V(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

［解］　$V(X)=6\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\mathbf{\frac{4}{3}}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\mathbf{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$

5　赤球2個と白球6個が入っている袋がある。この袋から球を1個取り出し，色を調べてもとに戻す。これを72回くり返すとき，赤球を取り出す回数を X とする。X の平均，分散，標準偏差を求めよ。技

［解］　この袋から赤球を取り出す確率は　$\frac{2}{2+6}=\frac{1}{4}$

よって，X は二項分布 $B\left(72,\ \frac{1}{4}\right)$ に従う。

したがって，X の平均，分散，標準偏差は

$E(X)=72\times\frac{1}{4}=\mathbf{18}$

$V(X)=72\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\mathbf{\frac{27}{2}}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{27}{2}}=\mathbf{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$