2章・1節　平面上のベクトル

①　有向線分とベクトル
②　ベクトルの加法・減法・実数倍

組	番号	名　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1) 右の図のような，点の移動を表す向きのついた線分 AB を$\boxed{}$という。また， A を$\boxed{}$， B を$\boxed{}$という。

(2) 有向線分について，その位置を問題にせず，向きと長さだけに着目したものを$\boxed{}$という。

(3) 有向線分 AB の表すベクトルを$\boxed{}$と書く。また，有向線分 AB の長さをその$\boxed{}$または長さといい，$\boxed{}$で表す。

(4) $\boxed{}$が等しく$\boxed{}$が同じである2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ は等しいといい，$\boxed{}$と書く。

(5) ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，$\boxed{}$が反対のベクトルのことを $\vec{a}$ の$\boxed{}$といい，$\boxed{}$で表す。

(6) $\overrightarrow{\mathrm{AA}}$ は始点と終点が一致したベクトルであり，$\boxed{}$といわれ，$\vec{0}$ で表す。

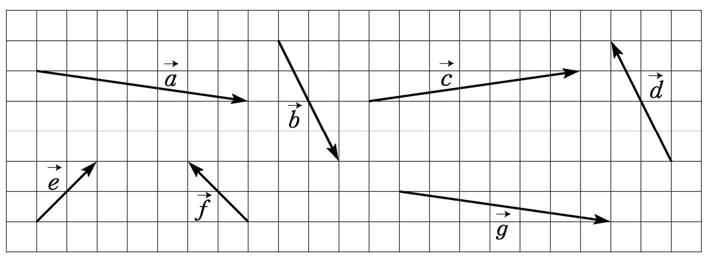
(7) $\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が同じ向き，または反対向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は$\boxed{}$であるといい，$\boxed{}$と書く。

$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$，$\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ のとき

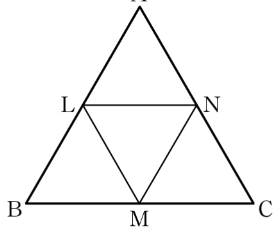
$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\iff$ $\boxed{}$となる実数 k がある

(8) 大きさが 1 のベクトルを$\boxed{}$という。

2　下の図で，等しいベクトルを答えよ。また，互いに逆ベクトルであるものを答えよ。$\boxed{\text{技}}$



3　正三角形 ABC の各辺の中点をそれぞれ L，M，N とする。この正三角形の各頂点または各辺の中点を始点または終点とするベクトルのうち，次のベクトルを答えよ。$\boxed{\text{技}}$



(1) $\overrightarrow{\mathrm{LN}}$ と等しいベクトル

(2) $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ の逆ベクトル

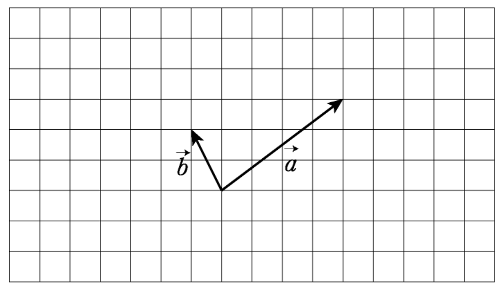
(3) $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ と大きさが等しいベクトル

4　下の図のように $\vec{a}$，$\vec{b}$ が与えられたとき，次のベクトルを図示せよ。$\boxed{\text{技}}$

(1) $\vec{a}+\vec{b}$

(2) $\vec{b}-\vec{a}$

(3) $\vec{a}-3\vec{b}$

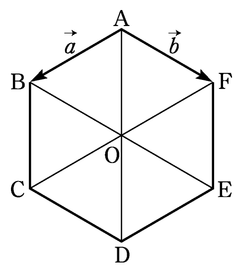


5　次の計算をせよ。$\boxed{\text{技}}$

(1) $\vec{a}-2\vec{a}+5\vec{a}$

(2) $2(\vec{a}-3\vec{b})-3(\vec{a}-2\vec{b})$

6　右の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$ とする。次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。$\boxed{\text{技}}$

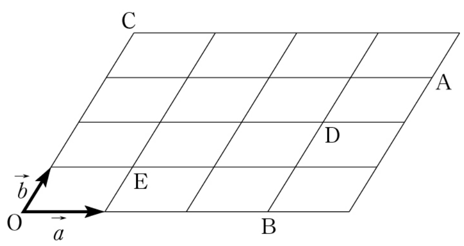


(1) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{EB}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{FD}}$

7　下の図のように，大きな平行四辺形を小さな 16 の平行四辺形に等分した。次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。$\boxed{\text{技}}$



(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$

2章・1節　平面上のベクトル

③　ベクトルの成分

④　ベクトルの内積

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{\quad}$をうめよ。知

(1)　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ の大きさ $|\vec{a}|$ は，$|\vec{a}|=\boxed{\qquad\qquad}$ となる。

(2)　2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ のとき

　(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(\boxed{\qquad\qquad})$

　(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\boxed{\qquad\qquad}$

(3)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対し，点 O を始点として，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる点 A，B をとる。このとき，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の$\boxed{\quad}$という。ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$。
また，$\boxed{\qquad}$を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ という。

(4)　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\quad}+\boxed{\quad}$$

(5)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\boxed{\quad}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\quad(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$$

(6)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角が 90° であるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は$\boxed{\quad}$であるといい，記号 $\vec{a}\ \boxed{\quad}\ \vec{b}$ で表す。
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると，$\theta=90^\circ$ のとき，$\cos\theta=\boxed{\quad}$ であるから，

$$\vec{a}\perp\vec{b}\iff\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\quad}$$

さらに，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のときには

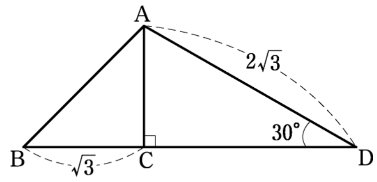
$$\vec{a}\perp\vec{b}\iff a_1b_1+a_2b_2=\boxed{\quad}$$

2　$\vec{a}=(-4,\ 3)$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。技

3　平面上に 3 点 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$，$\mathrm{B}(1,\ -3)$，$\mathrm{C}(7,\ 3)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 D の座標を求めよ。技

4　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ のとき，$\vec{c}=(4,\ 9)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形に表せ。技

5　右の図のような 2 つの直角三角形がある。次の内積を求めよ。技



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

6　次の 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。技

(1)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$

(2)　$\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(6,\ 2)$

7　$\vec{a}=(1,\ 2)$ に垂直で，大きさが 5 であるベクトルを求めよ。技

8　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$|\vec{a}-2\vec{b}|$ の値を求めよ。技

2章・1節　平面上のベクトル

組	番号	名　　前

①　有向線分とベクトル
②　ベクトルの加法・減法・実数倍

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　右の図のような，点の移動を表す向きのついた線分 AB を$\boxed{\text{有向線分}}$という。また，A を$\boxed{\text{始点}}$，B を$\boxed{\text{終点}}$という。

(2)　有向線分について，その位置を問題にせず，向きと長さだけに着目したものを$\boxed{\text{ベクトル}}$という。

(3)　有向線分 AB の表すベクトルを$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}$と書く。また，有向線分 AB の長さをその$\boxed{\text{大きさ}}$または長さといい，$\boxed{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|}$で表す。

(4)　$\boxed{\text{大きさ}}$が等しく$\boxed{\text{向き}}$が同じである2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ は等しいといい，$\boxed{\vec{a}=\vec{b}}$と書く。

(5)　ベクトル $\vec{a}$ と大きさが等しく，$\boxed{\text{向き}}$が反対のベクトルのことを $\vec{a}$ の$\boxed{\text{逆ベクトル}}$といい，$\boxed{-\vec{a}}$で表す。

(6)　$\overrightarrow{\mathrm{AA}}$ は始点と終点が一致したベクトルであり，$\boxed{\text{零ベクトル}}$といわれ，$\vec{0}$ で表す。

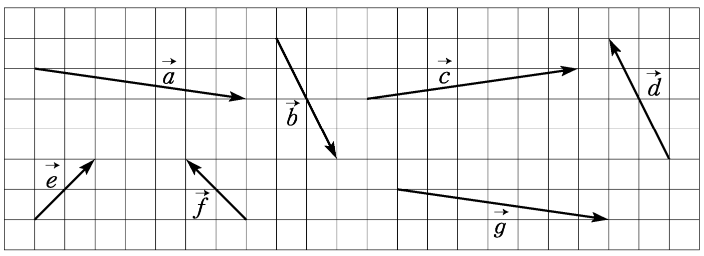
(7)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が同じ向き，または反対向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は$\boxed{\text{平行}}$であるといい，$\boxed{\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}}$と書く。

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき

$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\iff\boxed{\vec{b}=k\vec{a}}$となる実数 k がある

(8)　大きさが 1 のベクトルを$\boxed{\text{単位ベクトル}}$という。

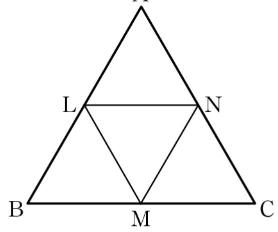
2　下の図で，等しいベクトルを答えよ。また，互いに逆ベクトルであるものを答えよ。技



［解］　等しいベクトルは　$\vec{a}$ と $\vec{g}$

互いに逆ベクトルであるものは　$\vec{b}$ と $\vec{d}$

3　正三角形 ABC の各辺の中点をそれぞれ L，M，N とする。この正三角形の各頂点または各辺の中点を始点または終点とするベクトルのうち，次のベクトルを答えよ。技



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{LN}}$ と等しいベクトル

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{BM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{MC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ の逆ベクトル

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{ML}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CN}}$，$\overrightarrow{\mathrm{NA}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ と大きさが等しいベクトル

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{MA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BN}}$，$\overrightarrow{\mathrm{NB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CL}}$，$\overrightarrow{\mathrm{LC}}$

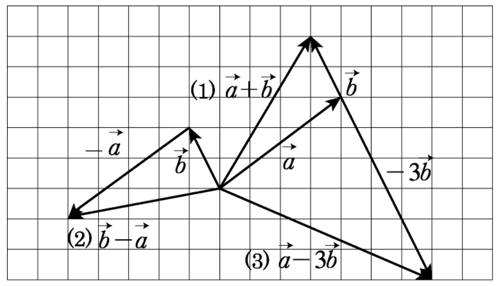
4　下の図のように $\vec{a}$，$\vec{b}$ が与えられたとき，次のベクトルを図示せよ。技

(1)　$\vec{a}+\vec{b}$

(2)　$\vec{b}-\vec{a}$

(3)　$\vec{a}-3\vec{b}$

［解］



5　次の計算をせよ。技

(1)　$\vec{a}-2\vec{a}+5\vec{a}$

［解］　$\vec{a}-2\vec{a}+5\vec{a}=(1-2+5)\vec{a}$

$=4\vec{a}$

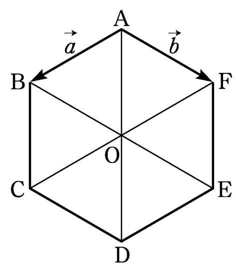
(2)　$2(\vec{a}-3\vec{b})-3(\vec{a}-2\vec{b})$

［解］　$2(\vec{a}-3\vec{b})-3(\vec{a}-2\vec{b})=2\vec{a}-6\vec{b}-3\vec{a}+6\vec{b}$

$=(2-3)\vec{a}+(-6+6)\vec{b}$

$=-\vec{a}$

6　右の正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$ とする。次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。技



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AO}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BO}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{a}+\vec{b}$

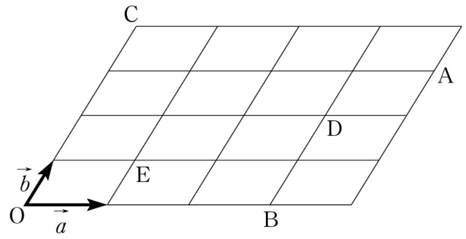
(2)　$\overrightarrow{\mathrm{EB}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{EB}}=2\overrightarrow{\mathrm{EO}}=2\overrightarrow{\mathrm{FA}}=-2\overrightarrow{\mathrm{AF}}=-2\vec{b}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{FD}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{FD}}=\overrightarrow{\mathrm{FC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}=2\vec{a}+\vec{b}$

7　下の図のように，大きな平行四辺形を小さな 16 の平行四辺形に等分した。次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。技



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=4\vec{a}+3\vec{b}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-3\vec{a}+4\vec{b}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{DE}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{DE}}=-2\vec{a}-\vec{b}$

2章・1節　平面上のベクトル

③　ベクトルの成分
④　ベクトルの内積

組	番号	名　　前

1　次の□をうめよ。知

(1)　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ の大きさ $|\vec{a}|$ は，$|\vec{a}|=\boxed{\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}}$ となる。

(2)　2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ のとき

　(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(\boxed{b_1-a_1,\ b_2-a_2})$

　(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\boxed{\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}}$

(3)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ に対し，点 O を始点として，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる点 A，B をとる。このとき，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の $\boxed{\text{なす角}}$ という。ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$。
また，$\boxed{|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ という。

(4)　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{a_1b_1}+\boxed{a_2b_2}$$

(5)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\quad(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$$

(6)　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角が 90° であるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は $\boxed{\text{垂直}}$ であるといい，記号 $\vec{a}\ \boxed{\perp}\ \vec{b}$ で表す。
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると，$\theta=90^\circ$ のとき，$\cos\theta=\boxed{0}$ であるから，

$$\vec{a}\perp\vec{b}\iff\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{0}$$

さらに，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のときには

$$\vec{a}\perp\vec{b}\iff a_1b_1+a_2b_2=\boxed{0}$$

2　$\vec{a}=(-4,\ 3)$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを成分表示せよ。技

［解］　$|\vec{a}|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

であるから，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルは

$$\frac{1}{5}\vec{a}=\left(-\frac{4}{5},\ \frac{3}{5}\right)$$

3　平面上に 3 点 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$，$\mathrm{B}(1,\ -3)$，$\mathrm{C}(7,\ 3)$ がある。四角形 ABCD が平行四辺形となるような点 D の座標を求めよ。技

［解］　点 D の座標を $(x,\ y)$ とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であるから

$(x-(-3),\ y-2)=(7-1,\ 3-(-3))$

よって　$x+3=6$，$y-2=6$

ゆえに　$x=3$，$y=8$　したがって　**D(3, 8)**

4　$\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ のとき，$\vec{c}=(4,\ 9)$ を $k\vec{a}+l\vec{b}$ の形に表せ。技

［解］　$k\vec{a}+l\vec{b}=k(2,\ 1)+l(-1,\ 3)$

$=(2k-l,\ k+3l)$

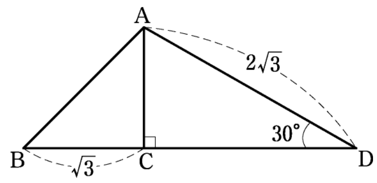
これが $\vec{c}=(4,\ 9)$ に等しいから

$$\begin{cases}2k-l=4\\k+3l=9\end{cases}$$

これを解くと　$k=3$，$l=2$

ゆえに　$\boldsymbol{\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}}$

5　右の図のような 2 つの直角三角形がある。次の内積を求めよ。技



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

［解］　$\mathrm{AC}=\mathrm{AD}\sin30^\circ=\sqrt{3}$，$\mathrm{BC}=\sqrt{3}$ であるから　$\angle\mathrm{ABC}=45^\circ$

よって　$\mathrm{AB}=\sqrt{6}$

ゆえに　$\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\cos45^\circ=\boldsymbol{3}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

［解］　$\mathrm{CD}=\mathrm{AD}\cos30^\circ=3$

よって　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\sqrt{3}\times3\times\cos90^\circ=\boldsymbol{0}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\cos60^\circ=\boldsymbol{3}$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

［解］　$\overrightarrow{\mathrm{DA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}\times3\times\cos150^\circ=\boldsymbol{-9}$

6　次の 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。技

(1)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$

［解］　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{2}{2\times2}=\dfrac{1}{2}$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ であるから　$\boldsymbol{\theta=60^\circ}$

(2)　$\vec{a}=(2,\ -1)$，$\vec{b}=(6,\ 2)$

［解］　$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times6+(-1)\times2=10$

$|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$　　$|\vec{b}|=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$

よって　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{10}{\sqrt{5}\times2\sqrt{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ であるから　$\boldsymbol{\theta=45^\circ}$

7　$\vec{a}=(1,\ 2)$ に垂直で，大きさが 5 であるベクトルを求めよ。技

［解］　求めるベクトルを $\vec{b}=(x,\ y)$ とする。

$\vec{a}\perp\vec{b}$ であるから　$x+2y=0$　……①

$|\vec{b}|=5$ であるから　$x^2+y^2=5^2$　……②

①より　$x=-2y$　……③

②に代入すると　$(-2y)^2+y^2=5^2$

よって　$y=\pm\sqrt{5}$

③に代入すると，$y=\sqrt{5}$ のとき　$x=-2\sqrt{5}$

$y=-\sqrt{5}$ のとき　$x=2\sqrt{5}$

ゆえに，求めるベクトルは　$\boldsymbol{(-2\sqrt{5},\ \sqrt{5})}$，$\boldsymbol{(2\sqrt{5},\ -\sqrt{5})}$

8　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$ のとき，$|\vec{a}-2\vec{b}|$ の値を求めよ。技

［解］　$|\vec{a}-2\vec{b}|^2=(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=\vec{a}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})-2\vec{b}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})$

$=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot(2\vec{b})-2\vec{b}\cdot\vec{a}+2\vec{b}\cdot(2\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=2^2-4\times(-2)+4\times1^2=16$

$|\vec{a}-2\vec{b}|\geqq0$ であるから　$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{16}=\boldsymbol{4}$