

数学でアクティブ・ラーニングをしよう

アクティブ・ラーニングとは、課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習方法のことです。次の問題をペアやグループで探究してみましょう。

地表上の距離を測ろう

地表上の2点間の距離は、それぞれの緯度と経度の組から求めることができます。地球を球面として、東京とロンドンの2都市間の距離を考えてみよう。

東京は東経 139° 、北緯 36° で、ロンドンは何度 0° 、北緯 51° です。

まず、地球を右の図のような大円^(*)とし、地球の1周の長さを $40,000\text{ km}$ とします。このとき、東京とロンドンを結ぶ円弧の中心角 θ° がわかれば、東京とロンドン間の地表上の距離は、次の式で求めることができます。

$$40000 \cdot \frac{\theta}{360} \text{ (km)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

次に、東京の経度と緯度の組を $(139^\circ, 36^\circ)$ 、ロンドンの経度と緯度の組を $(0^\circ, 51^\circ)$ とします。このとき、地球の半径を1とすると、地球の中心Oから各地点を指す空間ベクトルは、次のようになります。

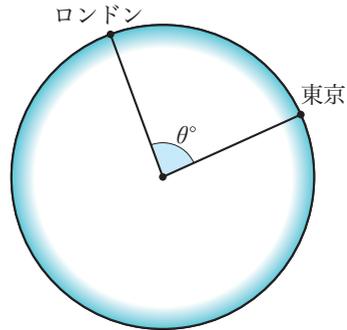
東京 $(\cos 36^\circ \cos 139^\circ, \cos 36^\circ \sin 139^\circ, \sin 36^\circ)$

ロンドン $(\cos 51^\circ, 0, \sin 51^\circ)$

この2つのベクトルから、 $\textcircled{1}$ の $\cos \theta$ の値と θ の値を求めてみよう。このとき、関数電卓や表計算ソフト、三角比の表などを用いるとよい。

次に、東京とロンドンの地表上の距離を求めてみよう。

さらに、ニューヨークは西経 74° 、北緯 40° です。東京とニューヨークの地表上の距離を求めてみよう。



(*) 球面と、その球面の中心を通る平面が交わってできる円を大円という。

何個の球が必要か

右の写真のように、底面が三角形になるように球を重ねていき、4段まで作りました。これを6段まで作るにはあと何個の球が必要だろうか。

- 5 これを n 段まで作るには、全部で何個の球が必要だろうか。

また、底面が正方形になるように球を重ねていき、 n 段まで作るには、全部で何個の球が必要だろうか。



選挙速報

- 10 選挙速報のテレビ番組では、開票率が1%でも当選確実と伝えられることがあります。これはどういう仕組みだろうか。

各テレビ局では、開票前に独自の調査を行っており、その一つに出口調査というものがあります。これは、投票場に行き、誰に投票したかを調査するものです。



では、どれくらいの人に調査を行えばいいだろうか。

- たとえば、ある候補者について、投票者全体での得票率を p 、出口調査で無作為に選んだ n 人での得票率を p_0 とすると、 p に対する信頼度 95% の信頼区間は次のようになります。

$$p_0 - 1.96 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \leq p \leq p_0 + 1.96 \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \quad \dots\dots ②$$

②において、得票率が $p_0 = 0.5$ のとき、 $n = 100, 400, 1000$ とした場合のそれぞれの信頼区間を調べてみよう。

また、そこからわかることを話し合ってみよう。