

# 1 章・1 節 数列

- ① 数列
- ② 等差数列
- ③ 等差数列の和

1 次の□をうめよ。[知]

- (1) 数列において、その各数を□といい、最初の数をも□(第1項)という。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の第  $n$  項  $a_n$  を  $n$  の式で表したものを□という。
- (3) 項の個数が有限である数列を□という。このとき、項の個数を□、最後の項を□という。また、項の個数が有限でない数列を□という。
- (4) 初項  $a$  から始めて、一定の数  $d$  を次々に加えて得られる数列を□といい、 $d$  をその数列の□という。

初項  $a$ 、公差  $d$  の等差数列  $\{a_n\}$  の一般項は

$$a_n = a + \square d$$

と表される。

- (5) 初項  $a$ 、公差  $d$ 、項数  $n$ 、末項  $l$  の等差数列の和を  $S_n$  とすると

$$S_n = \frac{1}{2} \square \left( \square + l \right) \\ = \frac{1}{2} \square \left\{ \square a + \square d \right\}$$

と表される。

2 次の数列  $\{a_n\}$  の一般項を推定せよ。[推]

- (1)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots$

[解]  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$

- (2)  $2 \cdot 1, 4 \cdot 4, 8 \cdot 9, 16 \cdot 16, 32 \cdot 25, \dots$

[解]  $a_n = 2^n \cdot n^2$

3 初項 5、公差 2 の等差数列  $\{a_n\}$  について、次の問に答えよ。[推]

- (1) 一般項を求めよ。

[解]  $a_n = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3$

- (2) 第 15 項を求めよ。

[解]  $a_{15} = 2 \cdot 15 + 3 = 33$

4 第 4 項が 10、第 10 項が  $-14$  である等差数列  $\{a_n\}$  について、次の問に答えよ。[推]

- (1) 初項  $a$  と公差  $d$  を求めよ。

[解] 第 4 項が 10 であるから  $a + 3d = 10$   
第 10 項が  $-14$  であるから  $a + 9d = -14$   
となる。  
これらを連立させて解くと  
 $a = 22, d = -4$

組	番号	名 前

- (2)  $-50$  は第何項か。

[解] (1)の結果より、一般項は  
 $a_n = 22 + (n-1) \cdot (-4) = -4n + 26$   
であるから  
 $-4n + 26 = -50$   
 $n = 19$   
よって、第 19 項

5 次の等差数列の和を求めよ。[推]

- (1) 初項 2、公差 5、項数 13

[解]  $S_{13} = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \{2 \cdot 2 + (13-1) \cdot 5\} = 416$

- (2)  $12, 9, 6, \dots, -9$

[解] 初項 12、公差  $-3$  の等差数列であるから  
一般項は  $12 + (n-1) \cdot (-3) = -3n + 15$   
 $-9$  を第  $n$  項とすると  $-3n + 15 = -9$   
これより、 $n = 8$  となり、項数は 8 である。  
よって、求める和  $S_8$  は  
 $S_8 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \{12 + (-9)\} = 12$

- (3) 1 から 200 までの自然数のうち、3 で割ると 2 余る数を小さい順に並べた数列

[解] 求める数列は初項 2、公差 3 の等差数列であるから  
一般項は  $2 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 1$   
ここで、 $3n - 1 \leq 200$  を満たす最大の自然数  $n$  は  
 $n \leq \frac{201}{3} = 67$   
よって、求める和  $S_{67}$  は  
 $\frac{1}{2} \cdot 67 \cdot \{2 \cdot 2 + (67-1) \cdot 3\} = 6767$

6 初項が 4 で、初項から第 6 項までの和が 114 の等差数列について、次の問に答えよ。[推]

- (1) 公差を求めよ。

[解] 公差を  $d$  とおくと、初項から第 6 項までの和は  
 $S_6 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \{2 \cdot 4 + (6-1)d\} = 3(8 + 5d)$   
よって  $3(8 + 5d) = 114$   
これを解いて  $d = 6$   
したがって、公差は 6

- (2) 初項から第何項までの和が 310 になるか。

[解]  $S_n = \frac{1}{2} n \{2 \cdot 4 + (n-1) \cdot 6\} = n(3n + 1) = 3n^2 + n$   
ゆえに  $3n^2 + n = 310$   
 $(3n + 31)(n - 10) = 0$   
これを解いて  $n = -\frac{31}{3}, 10$   
 $n$  は自然数であるから、第 10 項までの和が 310 になる。