1章・1節　数列

組	番号	名　　前

①　数列
②　等差数列
③　等差数列の和

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　数列において，その各数を$\boxed{}$といい，最初の数を$\boxed{}$(第1項)という。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の第 n 項a_n を n の式で表したものを$\boxed{}$という。

(3)　項の個数が有限である数列を$\boxed{}$という。このとき，項の個数を$\boxed{}$，最後の項を$\boxed{}$という。また，項の個数が有限でない数列を$\boxed{}$という。

(4)　初項 a から始めて，一定の数 d を次々に加えて得られる数列を$\boxed{}$といい，d をその数列の$\boxed{}$という。
初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=a+\boxed{}\,d$$

と表される。

(5)　初項a，公差d，項数 n，末項 l の等差数列の和を S_n とすると

$$S_n=\frac{1}{2}\boxed{}\left(\boxed{}+l\right)$$
$$=\frac{1}{2}\boxed{}\left\{\boxed{}a+\boxed{}\,d\right\}$$

と表される。

2　次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を推定せよ。考

(1)　$\frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{7}{8},\ \cdots$

(2)　$2\cdot1,\ 4\cdot4,\ 8\cdot9,\ 16\cdot16,\ 32\cdot25,\ \cdots$

3　初項 5，公差 2 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。技

(1)　一般項を求めよ。

(2)　第 15 項を求めよ。

4　第 4 項が 10，第 10 項が -14 である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。技

(1)　初項 a と公差 d を求めよ。

(2)　-50 は第何項か。

5　次の等差数列の和を求めよ。技

(1)　初項 2，公差 5，項数 13

(2)　$12,\ 9,\ 6,\ \cdots,\ -9$

(3)　1 から 200 までの自然数のうち，3 で割ると 2 余る数を小さい順に並べた数列

6　初項が 4 で，初項から第 6 項までの和が 114 の等差数列について，次の問に答えよ。技

(1)　公差を求めよ。

(2)　初項から第何項までの和が 310 になるか。

1章・1節　数列

組	番号	名　　前

④　等比数列
⑤　等比数列の和

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　初項aから始めて，一定の数rを次々に掛けて得られる数列を$\boxed{}$といい，rを$\boxed{}$という。

(2)　初項a，公比rの等比数列$\{a_n\}$の一般項は

$a_n=\boxed{}$

と表される。また，初項から第n項までの和S_nは

$r \neq 1$ のとき　$S_n=\dfrac{\boxed{}}{1-r}=\dfrac{\boxed{}}{r-1}$

$r=1$ のとき　$S_n=\boxed{}$

となる。

2　次の等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。また，第6項を求めよ。技

(1)　初項4，公比3

(2)　3，-6，12，-24，…

(3)　36，12，4，$\dfrac{4}{3}$，…

3　第3項が20，第6項が160である等比数列$\{a_n\}$について，次の問に答えよ。ただし，公比は実数とする。技

(1)　一般項を求めよ。

(2)　1280は第何項か。

4　0でない3つの数4，$x+1$，$x+4$がこの順で等比数列となるとき，xの値を求めよ。考

5　次の等比数列の和を求めよ。技

(1)　初項4，公比3，項数5

(2)　$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{8}$，…，$\dfrac{1}{2^n}$

(3)　5，-10，20，…，-160

6　初項から第4項までの和が45，初項から第8項までの和が765である等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。技

1章・1節　数列

⑥　和の記号Σ

組	番号	名　　前

1　次の$\square$をうめよ。知

(1)　数列の和$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$は記号Σを用いて次のように書き表す。

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=\square}^{\square}a_k$$

(2)　初項a，公比r（$r\neq1$）の等比数列の初項から第n項までの和について

$$a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}=\sum_{k=1}^{\square}ar^{\square}$$

$$=\frac{\square}{1-r}$$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}c=\square$　　（cは定数）

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k=\square$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=\square$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=\square$

2　次の$\square$をうめ，与えられた和を記号Σを用いずに表せ。知

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{4}(3k-4)=\square+\square+\square+\square$

(2)　$\displaystyle\sum_{i=2}^{n+1}\frac{1}{i}=\square+\square+\cdots+\square$

3　次の和を記号Σを用いて表せ。知

(1)　$2+7+12+\cdots+(5n-3)$

(2)　$1\cdot3+2\cdot5+3\cdot7+\cdots+100\cdot201$

4　次の和を求めよ。技

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}3\cdot(-2)^{k-1}$

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(4k-7)$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k-1)(2k+3)$

5　次の数列の初項から第n項までの和S_nを求めよ。技

(1)　$1\cdot1^2$，$2\cdot3^2$，$3\cdot5^2$，$4\cdot7^2$，…

(2)　3，$3+5$，$3+5+7$，$3+5+7+9$，…

(3)　2，$2+6$，$2+6+18$，$2+6+18+54$，…

1章・1節　数列

⑦　いろいろな数列

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　数列 $\{a_n\}$ に対して，隣り合う項の差

$b_n = a_{n+1} - a_n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$

として得られる数列 $\{b_n\}$ を数列 $\{a_n\}$ の $\boxed{}$ という。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると

$n \geqq \boxed{}$ のとき　$a_n = \boxed{} + \sum_{k=1}^{\boxed{}} b_k$

(3)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第n 項までの和を S_n とすると

$a_1 = S_{\boxed{}}$

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = S_{\boxed{}} - S_{\boxed{}}$

2　次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。技

(1)　2, 4, 8, 14, 22, …

(2)　10, 7, 16, －11, 70, …

3　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n = n^3 + 4n$ で表されるとき，この数列の一般項を求めよ。技

4　次の数列の和S_n を求めよ。技

(1)　$\frac{1}{2\cdot5}, \frac{1}{5\cdot8}, \frac{1}{8\cdot11}, \cdots, \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$

(2)　$3\cdot2,\ 5\cdot2^2,\ 7\cdot2^3,\ 9\cdot2^4,\ \cdots,\ (2n+1)\cdot2^n$

5　正の奇数の列を次のような群に分ける。

1 | 3 , 5 | 7 , 9 ,11 ,13 | 15 ,17 ,19 ,21 ,23 ,25 ,27 ,29 | 31 ,…

これについて，次の問に答えよ。技

(1)　第n 群の最初の項を求めよ。

(2)　第n 群の項の総和を求めよ。

1章・1節　数列

組	番号	名　　前

①　数列
②　等差数列
③　等差数列の和

1　次の$\boxed{\quad}$をうめよ。知

(1)　数列において, その各数を $\boxed{項}$ といい, 最初の数を $\boxed{初項}$ (第1項)という。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の第 n 項a_n を n の式で表したものを $\boxed{一般項}$ という。

(3)　項の個数が有限である数列を $\boxed{有限数列}$ という。このとき, 項の個数を $\boxed{項数}$，最後の項を $\boxed{末項}$ という。また，項の個数が有限でない数列を $\boxed{無限数列}$ という。

(4)　初項 a から始めて，一定の数 d を次々に加えて得られる数列を $\boxed{等差数列}$ といい，d をその数列の $\boxed{公差}$ という。

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=a+\boxed{(n-1)}\,d$$

と表される。

(5)　初項a，公差d，項数 n，末項 l の等差数列の和を S_n とすると

$$S_n=\frac{1}{2}\boxed{n}\left(\boxed{a}+l\right)$$

$$=\frac{1}{2}\boxed{n}\left\{\boxed{2}\,a+\boxed{(n-1)}\,d\right\}$$

と表される。

2　次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を推定せよ。考

(1)　$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, …

［解］　$\boldsymbol{a_n=\frac{2n-1}{2n}}$

(2)　2・1, 4・4, 8・9, 16・16, 32・25, …

［解］　$\boldsymbol{a_n=2^n\cdot n^2}$

3　初項 5，公差 2 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。技

(1)　一般項を求めよ。

［解］　$a_n=5+(n-1)\cdot 2=\boldsymbol{2n+3}$

(2)　第 15 項を求めよ。

［解］　$a_{15}=2\cdot 15+3=\boldsymbol{33}$

4　第 4 項が 10，第 10 項が -14 である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。技

(1)　初項 a と公差 d を求めよ。

［解］　第 4 項が 10 であるから　　$a+3d=10$

第 10 項が -14 であるから　　$a+9d=-14$

となる。

これらを連立させて解くと

$\boldsymbol{a=22,\ \ d=-4}$

(2)　-50 は第何項か。

［解］　(1)の結果より，一般項は

$a_n=22+(n-1)\cdot(-4)=-4n+26$

であるから

$-4n+26=-50$

$n=19$

よって，**第 19 項**

5　次の等差数列の和を求めよ。技

(1)　初項 2，公差 5，項数 13

［解］　$S_{13}=\frac{1}{2}\cdot 13\cdot\{2\cdot 2+(13-1)\cdot 5\}=\boldsymbol{416}$

(2)　12, 9, 6, …, -9

［解］　初項 12，公差 -3 の等差数列であるから

一般項は　　$12+(n-1)\cdot(-3)=-3n+15$

-9 を第n 項とすると　　$-3n+15=-9$

これより，$n=8$ となり，項数は 8 である。

よって，求める和 S_8 は

$S_8=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot\{12+(-9)\}=\boldsymbol{12}$

(3)　1 から 200 までの自然数のうち，3 で割ると 2 余る数を小さい順に並べた数列

［解］　求める数列は初項 2，公差 3 の等差数列であるから

一般項は　　$2+(n-1)\cdot 3=3n-1$

ここで，$3n-1\leqq 200$ を満たす最大の自然数n は

$n\leqq\frac{201}{3}=67$

よって，求める和S_{67} は

$\frac{1}{2}\cdot 67\cdot\{2\cdot 2+(67-1)\cdot 3\}=\boldsymbol{6767}$

6　初項が 4 で, 初項から第 6 項までの和が 114 の等差数列について, 次の問に答えよ。技

(1)　公差を求めよ。

［解］　公差を d とおくと，初項から第 6 項までの和は

$S_6=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\{2\cdot 4+(6-1)d\}=3(8+5d)$

よって　　$3(8+5d)=114$

これを解いて　　$d=6$

したがって，**公差は 6**

(2)　初項から第何項までの和が 310 になるか。

［解］　$S_n=\frac{1}{2}n\{2\cdot 4+(n-1)\cdot 6\}=n(3n+1)=3n^2+n$

ゆえに　　$3n^2+n=310$

$(3n+31)(n-10)=0$

これを解いて　　$n=-\frac{31}{3}$, 10

n は自然数であるから，**第 10 項までの和**が310 になる。

1章・1節　数列

④　等比数列
⑤　等比数列の和

組	番号	名　前

1 次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　初項aから始めて，一定の数rを次々に掛けて得られる数列を $\boxed{\text{等比数列}}$ といい，r を $\boxed{\text{公比}}$ という。

(2)　初項a，公比rの等比数列$\{a_n\}$の一般項は

$a_n=\boxed{ar^{n-1}}$

と表される。また，初項から第 n 項までの和 S_n は

$r\neq 1$ のとき　$S_n=\dfrac{\boxed{a(1-r^n)}}{1-r}=\dfrac{\boxed{a(r^n-1)}}{r-1}$

$r=1$ のとき　$S_n=\boxed{na}$

となる。

2 次の等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。また，第 6 項を求めよ。技

(1)　初項 4，公比 3

［解］　$\boldsymbol{a_n=4\cdot 3^{n-1}}$

$a_6=4\cdot 3^{6-1}=\mathbf{972}$

(2)　3,　-6,　12,　-24,　…

［解］　初項 3，公比 -2 より

$\boldsymbol{a_n=3\cdot(-2)^{n-1}}$

$a_6=3\cdot(-2)^{6-1}=\mathbf{-96}$

(3)　36,　12,　4,　$\dfrac{4}{3}$,　…

［解］　初項 36，公比 $\dfrac{1}{3}$ より

$\boldsymbol{a_n=36\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}$

$a_6=36\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{6-1}=\boldsymbol{\dfrac{4}{27}}$

3 第 3 項が20，第 6 項が160 である等比数列$\{a_n\}$について，次の問に答えよ。ただし，公比は実数とする。技

(1)　一般項を求めよ。

［解］　初項を a，公比を r とおくと

第 3 項が 20 であるから　$ar^2=20$　……①

第 6 項が 160 であるから　$ar^5=160$　……②

となる。

②÷① より　$r^3=8$

したがって　$r=2$

①に代入して　$a=5$

よって　$\boldsymbol{a_n=5\cdot 2^{n-1}}$

(2)　1280 は第何項か。

［解］　1280 を第n項とすると　$5\cdot 2^{n-1}=1280$

$2^{n-1}=256=2^8$ より　$n-1=8$

したがって　$n=9$

よって，1280 は**第 9 項**である。

4 0 でない 3 つの数 4，$x+1$，$x+4$ がこの順で等比数列となるとき，x の値を求めよ。考

［解］　4，$x+1$，$x+4$ がこの順で等比数列となることから

$(x+1)^2=4(x+4)$

$x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$

よって　$\boldsymbol{x=-3,\ 5}$

5 次の等比数列の和を求めよ。技

(1)　初項 4，公比 3，項数 5

［解］　$S_5=\dfrac{4\cdot(3^5-1)}{3-1}=2\cdot(3^5-1)=\mathbf{484}$

(2)　$\dfrac{1}{2}$,　$\dfrac{1}{4}$,　$\dfrac{1}{8}$,　…,　$\dfrac{1}{2^n}$

［解］　初項$\dfrac{1}{2}$，公比$\dfrac{1}{2}$，項数 n の等比数列であるから

$S_n=\dfrac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}=\boldsymbol{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

(3)　5,　-10,　20,　…,　-160

［解］　初項 5，公比 -2 の等比数列であるから

一般項 a_n は　$a_n=5\cdot(-2)^{n-1}$

-160 を第n項とすると　$5\cdot(-2)^{n-1}=-160$

$(-2)^{n-1}=-32=(-2)^5$ より　$n=6$

よって，-160 は第 6 項であるから，求める和 S_6 は

$S_6=\dfrac{5\cdot\{1-(-2)^6\}}{1-(-2)}=\dfrac{5\cdot(1-64)}{3}=\mathbf{-105}$

6 初項から第 4 項までの和が 45，初項から第 8 項までの和が 765 である等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。技

［解］　初項を a，公比を r，初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$r=1$ のとき　$S_4=45$ より　$4a=45$

$S_8=765$ より　$8a=765$

ゆえに，これらを同時に満たす a は存在しない。

よって，$r\neq 1$ であるから

$S_4=45$ より　$\dfrac{a(1-r^4)}{1-r}=45$　……①

$S_8=765$ より　$\dfrac{a(1-r^8)}{1-r}=765$　……②

②より　$\dfrac{a(1-r^4)(1+r^4)}{1-r}=765$

これに①を代入して　$45(1+r^4)=765$

整理して　$r^4=16$

r は実数であるから　$r=\pm 2$

$r=2$ のとき，①に代入して　$a=3$

よって　$a_n=3\cdot 2^{n-1}$

$r=-2$ のとき，①に代入して　$a=-9$

よって　$a_n=-9\cdot(-2)^{n-1}$

したがって　$\boldsymbol{a_n=3\cdot 2^{n-1}}$　**または**　$\boldsymbol{a_n=-9\cdot(-2)^{n-1}}$

1章・1節　数列

⑥　和の記号Σ

組	番号	名　　前

1 次の□をうめよ。知

(1)　数列の和$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$は記号Σを用いて次のように書き表す。

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=\boxed{1}}^{\boxed{n}}a_k$$

(2)　初項a，公比r $(r\neq1)$の等比数列の初項から第n項までの和について

$$a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}=\sum_{k=1}^{\boxed{n}}ar^{\boxed{k-1}}$$
$$=\frac{\boxed{a(1-r^n)}}{1-r}$$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}c=\boxed{nc}$　　（cは定数）

$$\sum_{k=1}^{n}k=\boxed{\frac{1}{2}n(n+1)}$$

$$\sum_{k=1}^{n}k^2=\boxed{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}$$

$$\sum_{k=1}^{n}k^3=\boxed{\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2}$$

2 次の□をうめ，与えられた和を記号Σを用いずに表せ。知

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{4}(3k-4)=\boxed{-1}+\boxed{2}+\boxed{5}+\boxed{8}$

(2)　$\displaystyle\sum_{i=2}^{n+1}\frac{1}{i}=\boxed{\frac{1}{2}}+\boxed{\frac{1}{3}}+\cdots+\boxed{\frac{1}{n+1}}$

3 次の和を記号Σを用いて表せ。知

(1)　$2+7+12+\cdots+(5n-3)$

［解］　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(5k-3)$

(2)　$1\cdot3+2\cdot5+3\cdot7+\cdots+100\cdot201$

［解］　$\displaystyle\sum_{k=1}^{100}k(2k+1)$

4 次の和を求めよ。技

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}3\cdot(-2)^{k-1}$

［解］　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}3\cdot(-2)^{k-1}=\frac{3\{1-(-2)^n\}}{1-(-2)}$
$=1-(-2)^n$

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(4k-7)$

［解］　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(4k-7)=4\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}7$
$=4\cdot\frac{1}{2}n(n+1)-7n$
$=n(2n-5)$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k-1)(2k+3)$

［解］　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k-1)(2k+3)=\sum_{k=1}^{n}(2k^2+k-3)$
$\displaystyle=2\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}3$
$=2\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+\frac{1}{2}n(n+1)-3n$
$=\frac{1}{6}n(n-1)(4n+13)$

5 次の数列の初項から第n項までの和S_nを求めよ。技

(1)　$1\cdot1^2$，$2\cdot3^2$，$3\cdot5^2$，$4\cdot7^2$，…

［解］　この数列の第k項は$k(2k-1)^2$である。

よって，求める和S_nは

$\displaystyle S_n=\sum_{k=1}^{n}k(2k-1)^2$
$\displaystyle=\sum_{k=1}^{n}(4k^3-4k^2+k)$
$\displaystyle=4\sum_{k=1}^{n}k^3-4\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k$
$=4\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2-4\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+\frac{1}{2}n(n+1)$
$=\frac{1}{6}n(n+1)\{6n(n+1)-4(2n+1)+3\}$
$=\frac{1}{6}n(n+1)(6n^2-2n-1)$

(2)　3，3＋5，3＋5＋7，3＋5＋7＋9，…

［解］　この数列の第k項は，初項3，公差2，項数kの等差数列の和である。

$\frac{1}{2}k\{2\cdot3+(k-1)\cdot2\}=k^2+2k$

よって，求める和S_nは

$\displaystyle S_n=\sum_{k=1}^{n}(k^2+2k)$
$\displaystyle=\sum_{k=1}^{n}k^2+2\sum_{k=1}^{n}k$
$=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)$
$=\frac{1}{6}n(n+1)\{(2n+1)+6\}$
$=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+7)$

(3)　2，2＋6，2＋6＋18，2＋6＋18＋54，…

［解］　この数列の第k項は，初項2，公比3，項数kの等比数列の和である。

$\frac{2(3^k-1)}{3-1}=3^k-1$

よって，求める和S_nは

$\displaystyle S_n=\sum_{k=1}^{n}(3^k-1)=\sum_{k=1}^{n}3^k-\sum_{k=1}^{n}1$
$=\frac{3(3^n-1)}{3-1}-n$
$=\frac{1}{2}(3^{n+1}-2n-3)$

1章・1節　数列

⑦　いろいろな数列

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　数列 $\{a_n\}$ に対して，隣り合う項の差

$$b_n=a_{n+1}-a_n \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

として得られる数列 $\{b_n\}$ を数列 $\{a_n\}$ の $\boxed{\text{階差数列}}$ という。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると

$$n\geqq\boxed{2}\ \text{のとき}\qquad a_n=\boxed{a_1}+\sum_{k=1}^{\boxed{n-1}}b_k$$

(3)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第n 項までの和を S_n とすると

$$a_1=S_{\boxed{1}}$$

$$n\geqq 2\ \text{のとき}\qquad a_n=S_{\boxed{n}}-S_{\boxed{n-1}}$$

2　次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。技

(1)　2，4，8，14，22，…

［解］　この数列を $\{a_n\}$，その階差数列を $\{b_n\}$ とすると，$\{b_n\}$ は

2，4，6，8，…

となり，初項 2，公差 2 の等差数列であるから

$b_n=2+(n-1)\cdot 2=2n$

$n\geqq 2$ のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k=2+\sum_{k=1}^{n-1}2k=2+2\cdot\frac{1}{2}(n-1)n=n^2-n+2$

$a_1=2$ であるから，$a_n=n^2-n+2$ は$n=1$ のときも成り立つ。

ゆえに　　$\boldsymbol{a_n=n^2-n+2}$

(2)　10，7，16，-11，70，…

［解］　この数列を$\{a_n\}$，その階差数列を$\{b_n\}$ とすると，$\{b_n\}$ は

-3，9，-27，81，…

となり，初項 -3，公比 -3 の等比数列であるから

$b_n=-3\cdot(-3)^{n-1}=(-3)^n$

$n\geqq 2$ のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k=10+\sum_{k=1}^{n-1}(-3)^k$

$=10+\frac{-3\{1-(-3)^{n-1}\}}{1-(-3)}$

$=\frac{1}{4}\{37-(-3)^n\}$

$a_1=10$ であるから，$a_n=\frac{1}{4}\{37-(-3)^n\}$ は$n=1$ のときも成り立つ。

ゆえに　　$\boldsymbol{a_n=\frac{1}{4}\{37-(-3)^n\}}$

3　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n=n^3+4n$ で表されるとき，この数列の一般項を求めよ。技

［解］　$a_1=S_1=1^3+4\cdot 1=5$

また，$n\geqq 2$ のとき

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(n^3+4n)-\{(n-1)^3+4(n-1)\}$

$=3n^2-3n+5$

$a_1=5$ であるから，$a_n=3n^2-3n+5$ は$n=1$ のときも成り立つ。

ゆえに　　$\boldsymbol{a_n=3n^2-3n+5}$

4　次の数列の和S_n を求めよ。技

(1)　$\frac{1}{2\cdot 5}$，$\frac{1}{5\cdot 8}$，$\frac{1}{8\cdot 11}$，…，$\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$

［解］　$\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)$ が成り立つから

S_n

$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(3k-1)(3k+2)}$

$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3k-1}-\frac{1}{3k+2}\right)$

$=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{11}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)\right\}$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3n+2}\right)$

$=\boldsymbol{\frac{n}{2(3n+2)}}$

(2)　$3\cdot 2$，$5\cdot 2^2$，$7\cdot 2^3$，$9\cdot 2^4$，…，$(2n+1)\cdot 2^n$

［解］　$S_n=3\cdot 2+5\cdot 2^2+7\cdot 2^3+9\cdot 2^4+\cdots+(2n+1)\cdot 2^n$　……①

①の両辺に2 を掛けて

$2S_n=3\cdot 2^2+5\cdot 2^3+7\cdot 2^4+\cdots+(2n-1)\cdot 2^n+(2n+1)\cdot 2^{n+1}$

……②

①−②より

$-S_n=2+2(2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n)-(2n+1)\cdot 2^{n+1}$

$=2+2\cdot\frac{2(2^n-1)}{2-1}-(2n+1)\cdot 2^{n+1}$

$=2+2\cdot 2^{n+1}-4-(2n+1)\cdot 2^{n+1}$

$=-(2n-1)\cdot 2^{n+1}-2$

よって　　$\boldsymbol{S_n=(2n-1)\cdot 2^{n+1}+2}$

5　正の奇数の列を次のような群に分ける。

1 | 3 , 5 | 7 , 9 ,11 ,13 | 15 ,17 ,19 ,21 ,23 ,25 ,27 ,29 | 31 ,…

これについて，次の問に答えよ。技

(1)　第n 群の最初の項を求めよ。

［解］　第n 群には 2^{n-1} 個の項が入っているから，$n\geqq 2$ のとき，第 1 群から第 $(n-1)$ 群までに含まれる奇数の個数は

$1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-2}=\frac{1(2^{n-1}-1)}{2-1}=2^{n-1}-1$

ゆえに，第n 群の最初の項は2^{n-1} 番目の奇数であるから

$2\cdot 2^{n-1}-1=\boldsymbol{2^n-1}$

これは $n=1$ のときも成り立つ。

(2)　第n 群の項の総和を求めよ。

［解］　第n 群は，初項2^n-1，公差2，項数2^{n-1} の等差数列であるから，その和は

$\frac{1}{2}\cdot 2^{n-1}\{2(2^n-1)+(2^{n-1}-1)\cdot 2\}$

$=2^{n-2}(3\cdot 2^n-4)$

$\boldsymbol{=3\cdot 2^{2n-2}-2^n}$