

2節 円の性質

1 円周角の定理

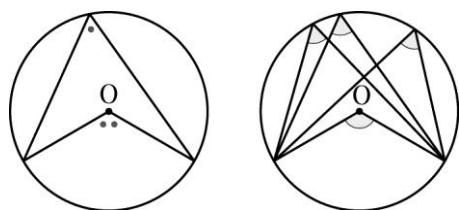
右の図のように、円 O の円周上の点を P とするとき、 $\angle AOB$ を弧 AB に対する (¹)、 $\angle APB$ を弧 AB に対する (²) という。

中心角と円周角については、次の定理が成り立つ。

円周角の定理

1つの弧に対して

- [1] 円周角の大きさは、中心角の半分である。
- [2] 円周角の大きさはすべて等しい。



(教科書 p.54)



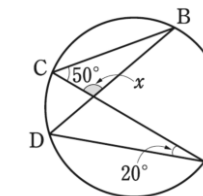
例2 円周角の定理を利用して、いろいろな角の大きさを求めてみよう。

右の図で、弧 CD に対する円周角であるから

$$\angle CBD =$$

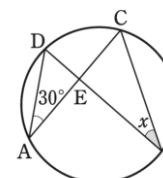
三角形の内角の和は 180° であるから

$$x =$$

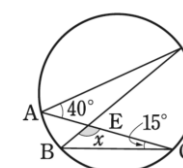


問2 次の図で、 x の値を求めなさい。

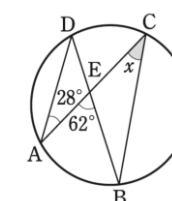
(1)



(2)

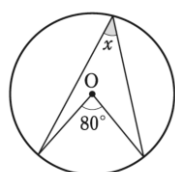


(3)

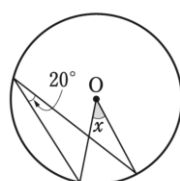


例1 円周角の定理を利用して、 x の値を求めてみよう。

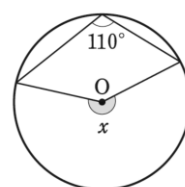
(1)



(2)

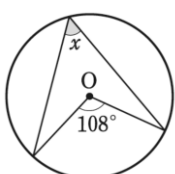


(3)

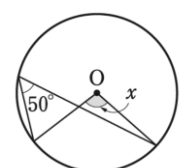


問1 次の図で、 x の値を求めなさい。

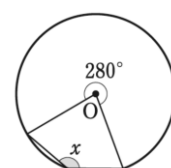
(1)



(2)



(3)



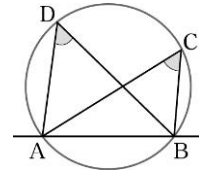
円周角の定理の逆

(教科書 p.55)

円周角について、次のことも成り立つ。

円周角の定理の逆

2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり
 $\angle ACB = \angle ADB$
 ならば、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。

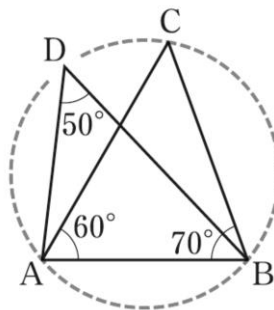


例3 右の図で、4点が同一円周上にあるかどうか調べてみよう。

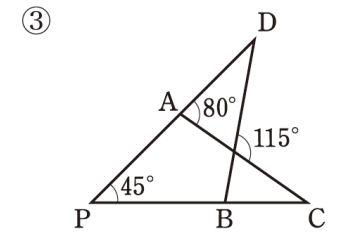
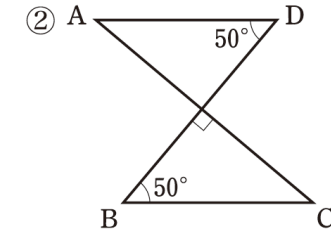
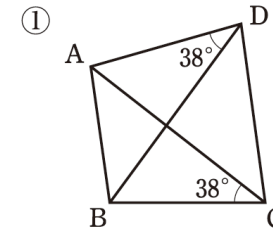
$$\angle ACB = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$$

よって、2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり

であるから、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。



問3 次の図のうち、4点A, B, C, Dが同一円周上にあるものはどれですか。



2 円に内接する四角形

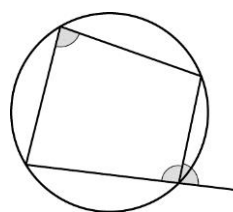
円に内接する四角形の性質

四角形の4つの頂点がすべて1つの円の周上にあるとき、この四角形は円に（¹）といい、その円をその四角形の（²）という。

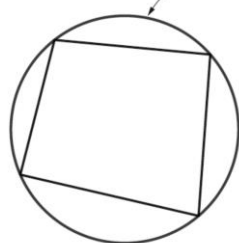
円に内接する四角形について、次のことが成り立つ。

円に内接する四角形

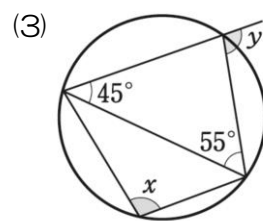
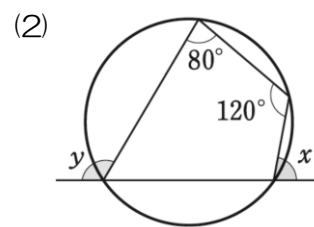
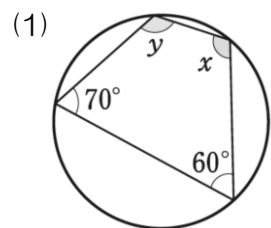
- 円に内接する四角形では
- [1] 対角の和は 180° である。
 - [2] 外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。



（教科書 p.56）
外接円



問4 次の図で、 x 、 y の値を求めなさい。



四角形が円に内接する条件

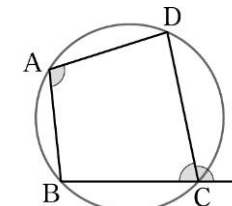
（教科書 p.57）

円に内接する四角形の定理は、その逆も成り立つ。

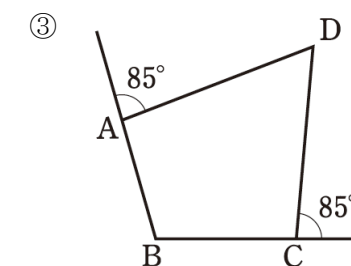
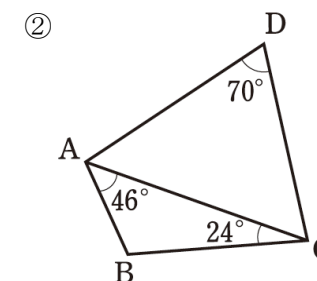
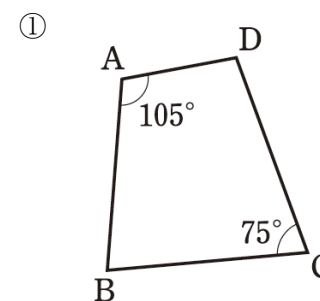
四角形が円に内接する条件

次の [1], [2] のいずれかが成り立つ四角形は、円に内接する。

- [1] 1組の対角の和が 180° である。
- [2] 1つの外角がそれと隣り合う内角の対角に等しい。



問5 次の図の四角形 ABCD のうち、円に内接するものはどれですか。



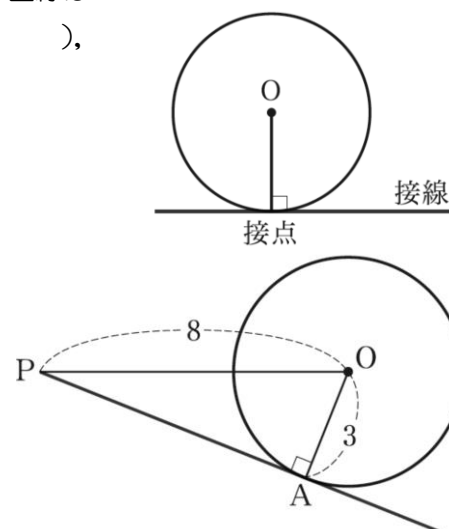
3 円と直線

円の接線

右の図のように、直線と円がただ1点を共有するとき、この直線は円に⁽¹⁾ といひ、この直線を円の⁽²⁾ ,
その共有点を⁽³⁾ といふ。

円の接線は、接点を通る半径に⁽⁴⁾ である。

(教科書 p.58)



例4 右の図でPAは円Oの接線であり、Aはその接点である。円Oの半径が3で、 $OP = 8$ のとき、PAの長さを求めてみよう。

円の接線は、接点を通る半径に垂直であるから
()

したがって、 $\triangle OPA$ は直角三角形である。

三平方の定理により

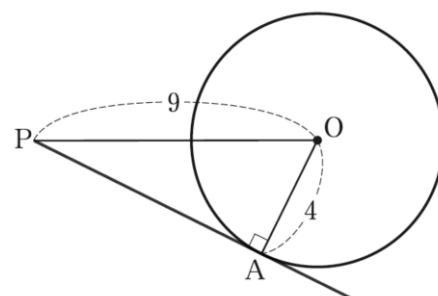
$$PA^2 + OA^2 = OP^2$$

$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 8^2 - 3^2 = 55$$

$PA > 0$ より

()

問6 右の図で、PAは円Oの接線であり、Aはその接点である。PAの長さを求めなさい。



円外の1点からの接線

(教科書 p.59)

どのような円に対しても、円外の1点から2本の接線が引ける。これらの接線について、次のことが成り立つ。

円外の1点からの接線

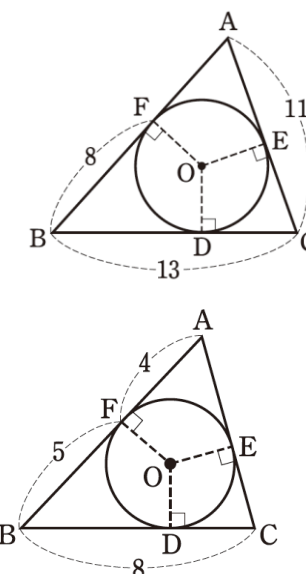
円外の1点からその円に2本の接線を引くと、
その点から2つの接点までの長さは等しい。

例題 右の図で、円Oは $\triangle ABC$ の内接円で、D、E、Fはその接点である。

1 AFの長さを求めなさい。

解 $BD = BF = 8$ であるから
 $CE = CD = 5$ であるから
 $AF = AE$ であるから

問7 右の図で、円Oは $\triangle ABC$ の内接円で、D、E、Fはその接点である。ACの長さを求めなさい。



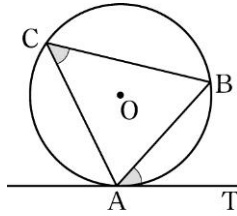
4 接線と弦のつくる角

(教科書 p.60)

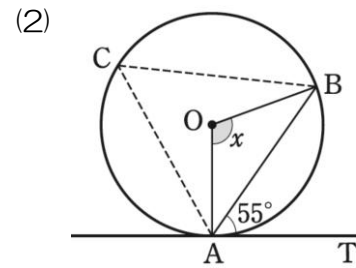
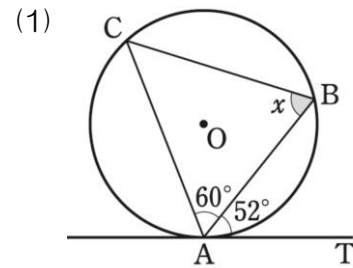
円の接線と弦のつくる角について、次の定理が成り立つ。

接線と弦のつくる角

円の接線とその接点を通る
弦のつくる角は、その角の
内部にある弧に対する
円周角に等しい。



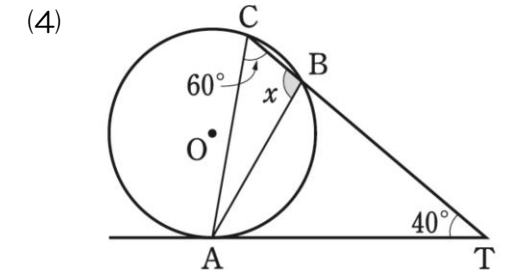
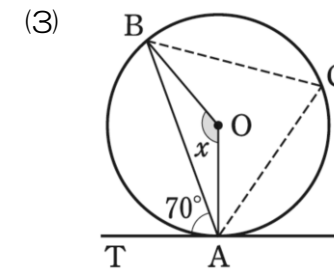
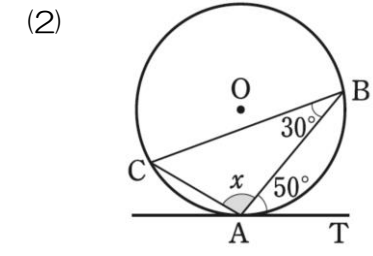
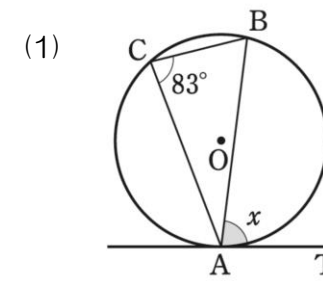
例題 2 次の図で、AT は円 O の接線であり、A はその接点である。 x の値を求めなさい。



解 (1) 接線と弦のつくる角の定理により
 $\angle ACB =$
 三角形の内角の和は 180° であるから

(2) 接線と弦のつくる角の定理により
 $\angle ACB =$
 円周角の定理により
 $\angle AOB =$
 よって

問 8 次の図で、AT は円 O の接線であり、A はその接点である。 x の値を求めなさい。



5 方べきの定理

方べきの定理(1)

(教科書 p.62)

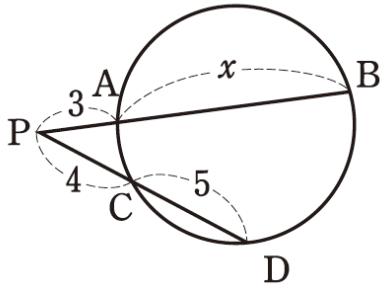
円周上にない点 P を通る 2 本の直線が円と交わる時、次の定理が成り立つ。

方べきの定理(1)

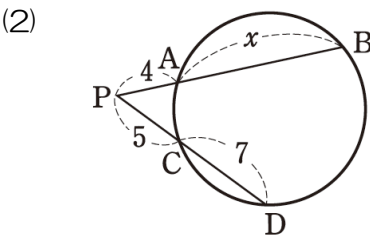
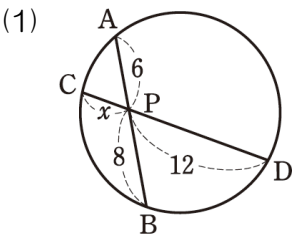
円周上にない点 P から、この円と 2 点 A、B で交わる直線と、2 点 C、D で交わる直線を引くと、次の式が成り立つ。

$$PA \times PB = PC \times PD$$

例 5 右の図で、方べきの定理(1)を用いて、 x の値を求めてみよう。



問 9 次の図で、 x の値を求めなさい。



方べきの定理(2)

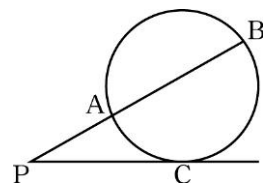
(教科書p.63)

円の外部の点Pを通る2本の直線のうち、1本が円と交わり、もう1本が円と接する場合、次の定理が成り立つ。

方べきの定理(2)

円の外部の点Pから、この円と2点A、Bで交わる直線と、この円と点Cで接する接線を引くと、次の式が成り立つ。

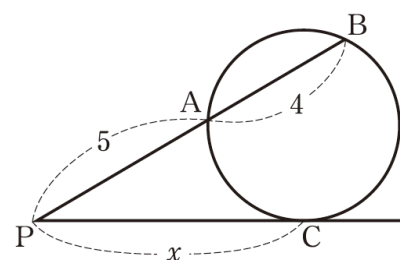
$$PC^2 = PA \times PB$$



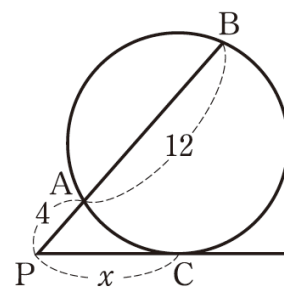
例 6 右の図で、PCは接線、Cはその接点である。方べきの定理(2)を用いて、 x の値を求めてみよう。

方べきの定理により

よって



問 10 右の図で、PCは接線、Cはその接点である。 x の値を求めなさい。



6 2つの円

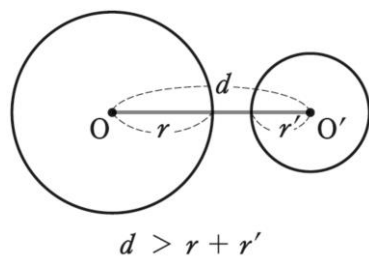
2つの円の位置関係

(教科書 p.64)

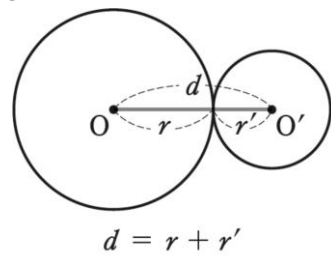
2つの円の位置関係は、それらの円の半径 r , r' と中心間の距離 d との関係で定まり、次の図に示すような5通りの場合が考えられる。ただし、 $r > r'$ とする。

㉑の場合は、2つの円が(1) といいい、㉒の場合は、(2) といいう。

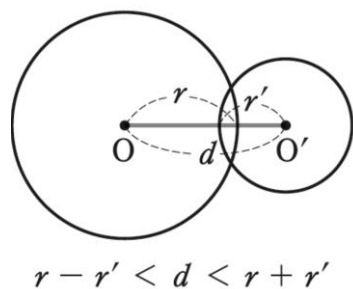
㉑ 離れている



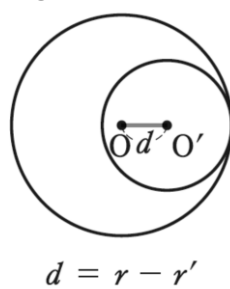
㉒ 外接する



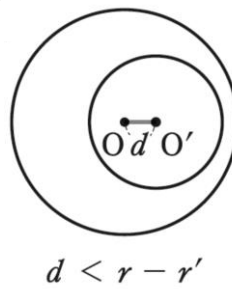
㉓ 2点で交わる



㉔ 内接する



㉕ 一方が他方の中にある

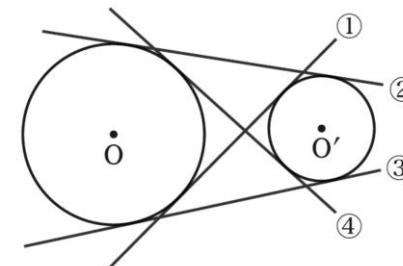


(教科書 p.64)

共通接線

1本の直線が2つの円の接線となるとき、このような接線を2つの円の(3) といいう。

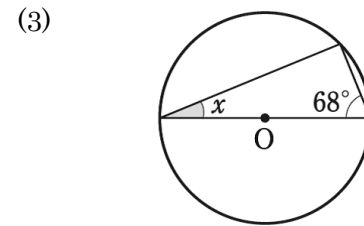
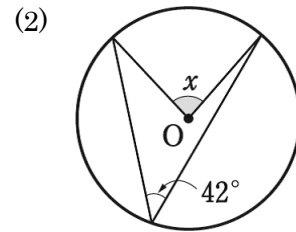
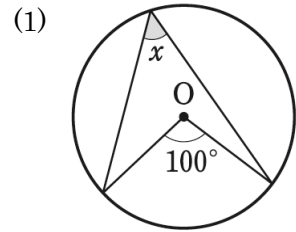
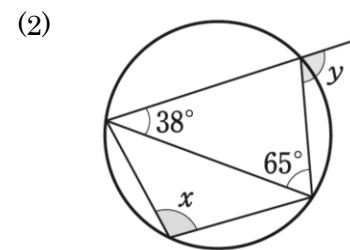
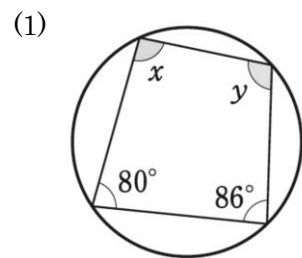
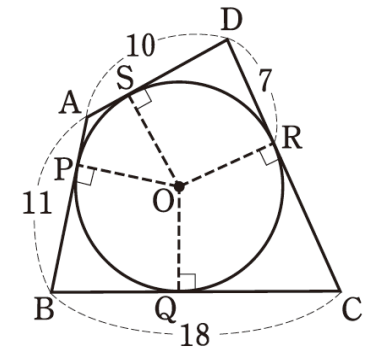
例7 右の図のように、2つの円の位置関係が左の図の㉑の場合、共通接線は() 本である。



問11 2つの円の位置関係が左の図の㉑～㉕の場合の共通接線の数を探なさい。

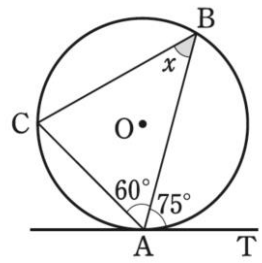
復習問題

(教科書 p.65)

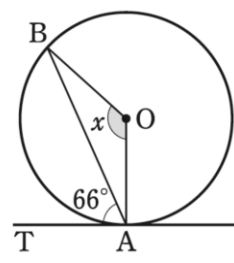
1 次の図で、 x の値を求めなさい。**2** 次の図で、 x , y の値を求めなさい。**3** 右の図で、円 O は四角形 $ABCD$ の内接円で、 P , Q , R , S はその接点である。四角形 $ABCD$ の周の長さを求めなさい。

4 次の図で、 AT は円 O の接線であり、 A はその接点である。 x の値を求めなさい。

(1)

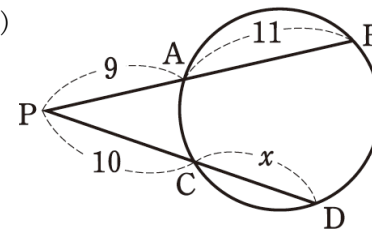


(2)

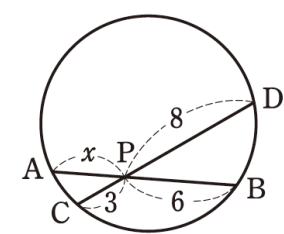


5 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)



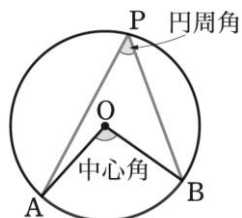
2節 円の性質

1 円周角の定理

右の図のように、円Oの円周上の点をPとすると、 $\angle AOB$ を弧ABに対する⁽¹⁾ **中心角**、 $\angle APB$ を弧ABに対する⁽²⁾ **円周角**という。

中心角と円周角については、次の定理が成り立つ。

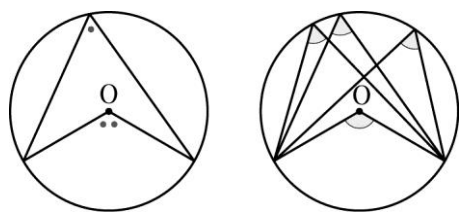
(教科書 p.54)



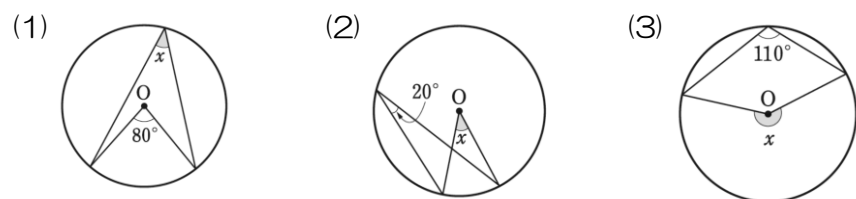
円周角の定理

1つの弧に対して

- [1] 円周角の大きさは、中心角の半分である。
- [2] 円周角の大きさはすべて等しい。

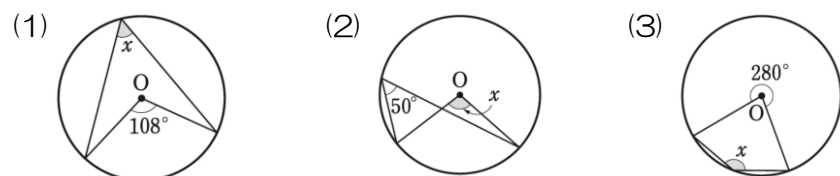


例1 円周角の定理を利用して、 x の値を求めてみよう。



$$x = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ \quad x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ \quad x = 2 \times 110^\circ = 220^\circ$$

問1 次の図で、 x の値を求めなさい。



$$x = \frac{1}{2} \times 108^\circ = 54^\circ \quad x = 2 \times 50^\circ = 100^\circ \quad x = \frac{1}{2} \times 280^\circ = 140^\circ$$

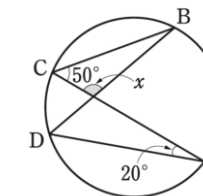
例2 円周角の定理を利用して、いろいろな角の大きさを求めてみよう。

右の図で、弧CDに対する円周角であるから

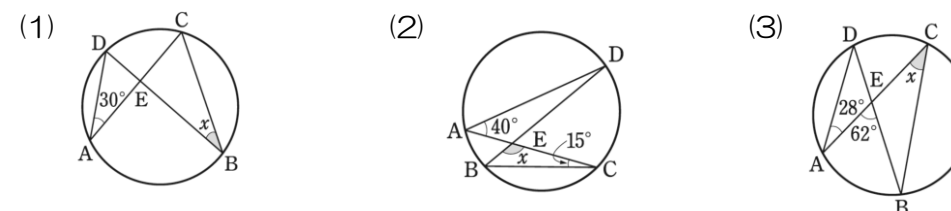
$$\angle CBD = \angle CAD = 20^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (50^\circ + 20^\circ) = 110^\circ$$



問2 次の図で、 x の値を求めなさい。



(1) 弧DCに対する円周角であるから

$$\angle DAC = \angle DBC$$

$$\text{よって } x = 30^\circ$$

(2) 弧DCに対する円周角であるから

$$\angle DBC = \angle DAC = 40^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (40^\circ + 15^\circ) = 125^\circ$$

(3) 弧DCに対する円周角であるから

$$\angle DBC = \angle DAC = 28^\circ$$

また

$$\angle BEC = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (28^\circ + 118^\circ) = 34^\circ$$

〔別解〕

三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから、 $\triangle CEB$ において

$$62^\circ = x + \angle EBC$$

$$x = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$$

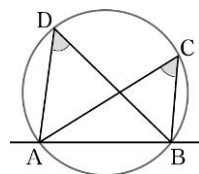
円周角の定理の逆

(教科書 p.55)

円周角について、次のことも成り立つ。

円周角の定理の逆

2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり
 $\angle ACB = \angle ADB$
 ならば、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。



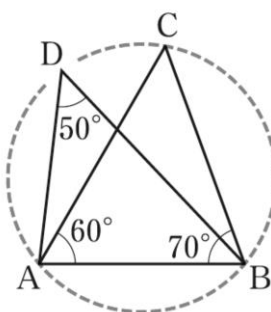
例3 右の図で、4点が同一円周上にあるかどうか調べてみよう。

$$\angle ACB = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$$

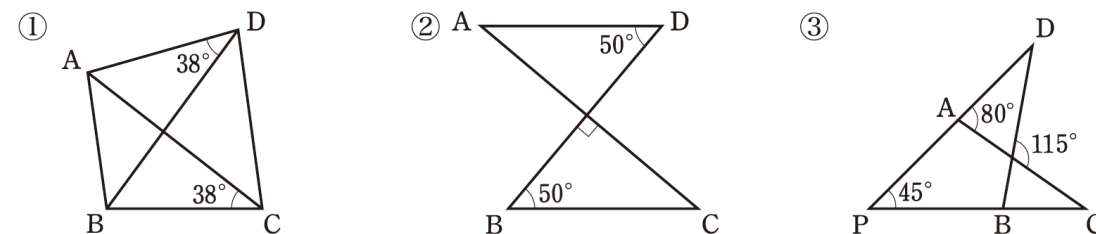
よって、2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり

$$\angle ACB = \angle ADB$$

であるから、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。



問3 次の図のうち、4点A, B, C, Dが同一円周上にあるものはどれですか。



① 2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり

$$\angle ACB = \angle ADB = 38^\circ$$

であるから、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。

② $\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあるが、 $\angle ACB$ と $\angle ADB$ が等しくないので、4点A, B, C, Dは同一円周上にはない。

③ $\angle PAC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

三角形の内角の和は 180° であるから、 $\triangle APC$ において

$$\angle ACP = 180^\circ - (45^\circ + 100^\circ) = 35^\circ$$

ACとDBの交点をEとする。

$$\angle DEA = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

であるから、 $\triangle DAE$ において

$$\angle ADE = 180^\circ - (80^\circ + 65^\circ) = 35^\circ$$

2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり

$$\angle ADB = \angle ACB = 35^\circ$$

であるから、4点A, B, C, Dは同一円周上にある。

答 同一円周上にあるのは ①, ③

〔③の別解〕

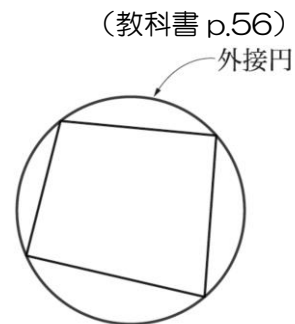
$\triangle APC$ と $\triangle DAE$ で、三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しいことを利用して、 $\angle ADB$ と $\angle ACP$ の大きさを求めてもよい。

2 円に内接する四角形

円に内接する四角形の性質

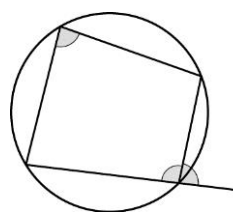
四角形の4つの頂点がすべて1つの円の周上にあるとき、この四角形は円に（¹ **内接する**）といい、その円をその四角形の（² **外接円**）という。

円に内接する四角形について、次のことが成り立つ。

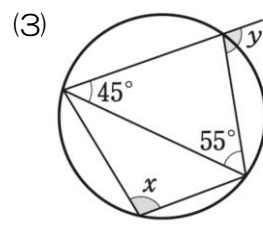
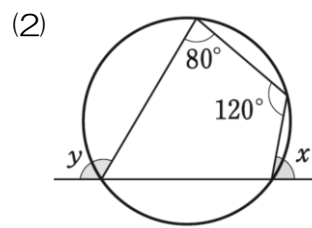
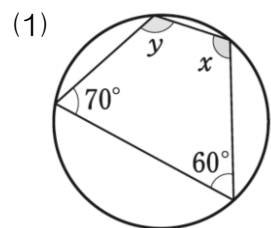


円に内接する四角形

円に内接する四角形では
 [1] 対角の和は 180° である。
 [2] 外角は、それと隣り合う内角の対角に等しい。



問4 次の図で、 x , y の値を求めなさい。



(1) $x + 70^\circ = 180^\circ$ より

$$x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$y + 60^\circ = 180^\circ$ より

$$y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

(2) $x = 80^\circ$, $y = 120^\circ$

(3) 三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから

$$y = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

$x = y$ であるから

$$x = 100^\circ$$

四角形が円に内接する条件

(教科書 p.57)

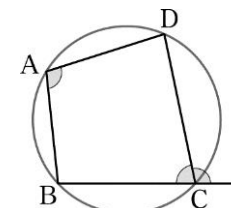
円に内接する四角形の定理は、その逆も成り立つ。

四角形が円に内接する条件

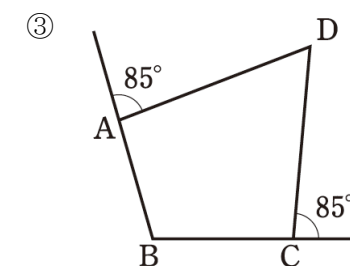
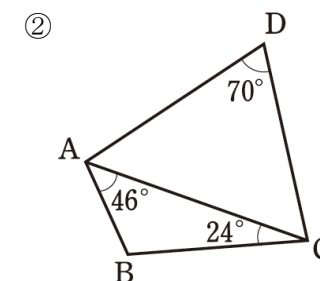
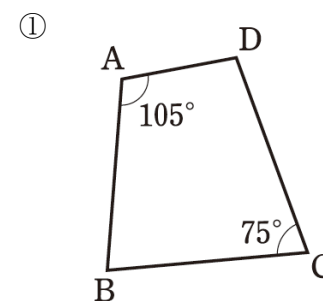
次の [1], [2] のいずれかが成り立つ四角形は、円に内接する。

[1] 1組の対角の和が 180° である。

[2] 1つの外角がそれと隣り合う内角の対角に等しい。



問5 次の図の四角形 ABCD のうち、円に内接するものはどれですか。



① $\angle A + \angle C = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$

よって、四角形 ABCD は円に内接する。

② 三角形の内角の和は 180° であるから

$$\angle B = 180^\circ - (46^\circ + 24^\circ) = 110^\circ$$

したがって

$$\angle B + \angle D = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

よって、四角形 ABCD は円に内接する。

③ $\angle BAD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

これは、頂点 C における外角と等しくない。

よって、四角形 ABCD は円に内接しない。

答 円に内接するのは ①, ②

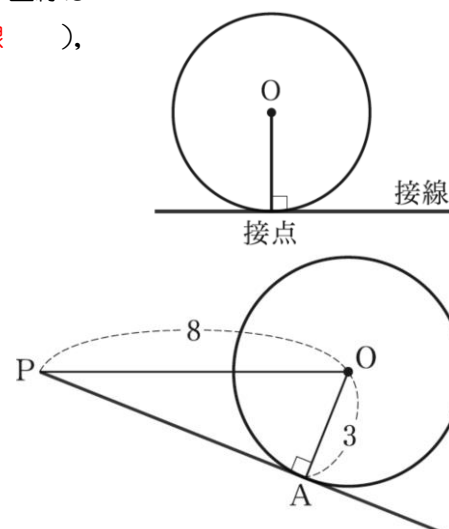
3 円と直線

円の接線

右の図のように、直線と円がただ1点を共有するとき、この直線は円に（¹ 接する）といい、この直線を円の（² 接線）、その共有点を（³ 接点）という。

円の接線は、接点を通る半径に（⁴ 垂直）である。

(教科書 p.58)



例4 右の図で PA は円 O の接線であり、A はその接点である。円 O の半径が 3 で、 $OP = 8$ のとき、PA の長さを求めてみよう。

円の接線は、接点を通る半径に垂直であるから

$$(OA \perp PA)$$

したがって、 $\triangle OPA$ は直角三角形である。

三平方の定理により

$$PA^2 + OA^2 = OP^2$$

$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 8^2 - 3^2 = 55$$

$PA > 0$ より

$$(PA = \sqrt{55})$$

問6 右の図で、PA は円 O の接線であり、A はその接点である。PA の長さを求めなさい。

円の接線は、接点を通る半径に垂直であるから

$$OA \perp PA$$

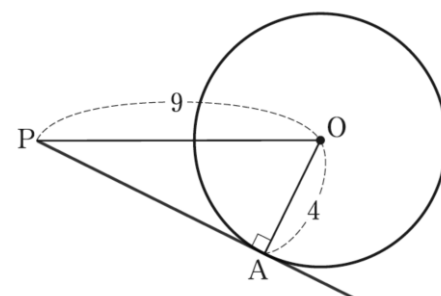
したがって、 $\triangle OPA$ は直角三角形である。

三平方の定理により

$$PA^2 + OA^2 = OP^2$$

$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 9^2 - 4^2 = 65$$

$PA > 0$ より $PA = \sqrt{65}$



円外の1点からの接線

(教科書 p.59)

どのような円に対しても、円外の1点から2本の接線が引ける。これらの接線について、次のことが成り立つ。

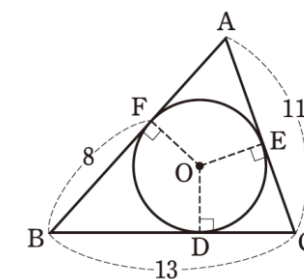
円外の1点からの接線

円外の1点からその円に2本の接線を引くと、その点から2つの接点までの長さは等しい。

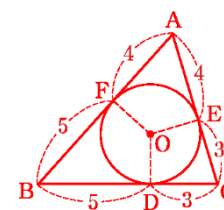
例題 右の図で、円 O は $\triangle ABC$ の内接円で、D、E、F はその接点である。

1 AF の長さを求めなさい。

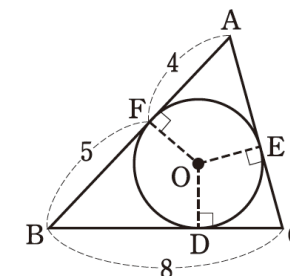
解 $BD = BF = 8$ であるから $CD = 13 - 8 = 5$
 $CE = CD = 5$ であるから $AE = 11 - 5 = 6$
 $AF = AE$ であるから $AF = 6$



問7 右の図で、円 O は $\triangle ABC$ の内接円で、D、E、F はその接点である。AC の長さを求めなさい。



$AF = AE$, $BD = BF$, $CD = CE$ であるから
 $AE = AF = 4$
 $CE = CD = BC - BD = 3$
 よって $AC = AE + CE = 4 + 3 = 7$



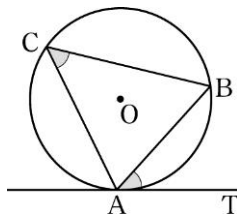
4 接線と弦のつくる角

(教科書 p.60)

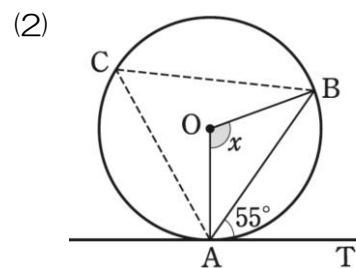
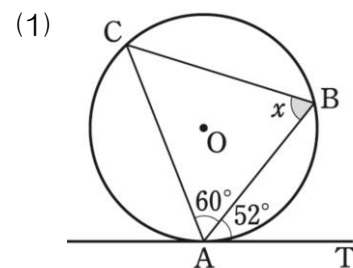
円の接線と弦のつくる角について、次の定理が成り立つ。

接線と弦のつくる角

円の接線とその接点を通る
弦のつくる角は、その角の
内部にある弧に対する
円周角に等しい。



例題 2 次の図で、AT は円 O の接線であり、A はその接点である。x の値を求めなさい。



解 (1) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ACB = \angle BAT = 52^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (60^\circ + 52^\circ) = 68^\circ$$

(2) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ACB = \angle BAT = 55^\circ$$

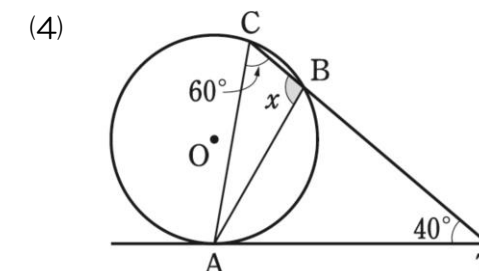
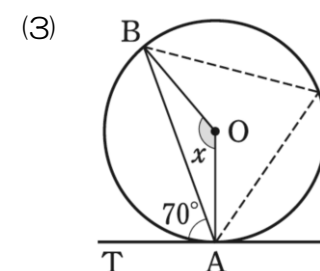
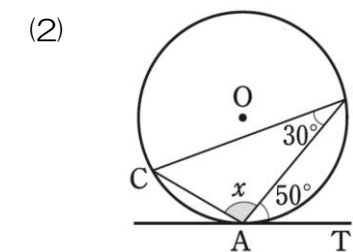
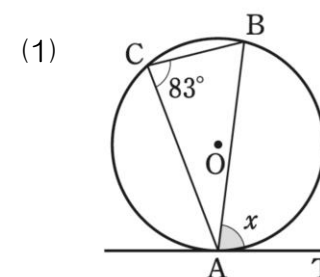
円周角の定理により

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

よって

$$x = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$$

問 8 次の図で、AT は円 O の接線であり、A はその接点である。x の値を求めなさい。



(1) 接線と弦のつくる角の定理により

$$x = \angle BCA = 83^\circ$$

(2) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle BCA = \angle BAT = 50^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (30^\circ + 50^\circ) = 100^\circ$$

(3) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle BCA = \angle BAT = 70^\circ$$

円周角の定理により

$$x = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

(4) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle BAT = \angle ACB = 60^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$\angle ABT = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

よって $x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

〔別解〕

三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから、 $\triangle BAT$ において

$$x = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

5 方べきの定理

方べきの定理(1)

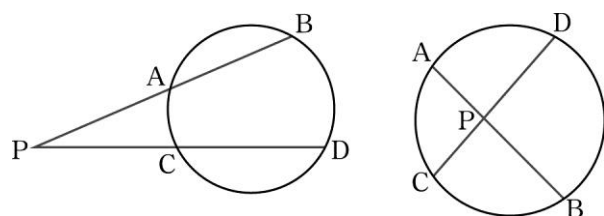
(教科書 p.62)

円周上にない点 P を通る 2 本の直線が円と交わる時、次の定理が成り立つ。

方べきの定理(1)

円周上にない点 P から、この円と 2 点 A, B で交わる直線と、2 点 C, D で交わる直線を引くと、次の式が成り立つ。

$$PA \times PB = PC \times PD$$



例 5 右の図で、方べきの定理(1)を用いて、 x の値を求めてみよう。

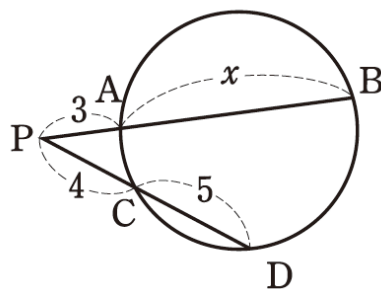
方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

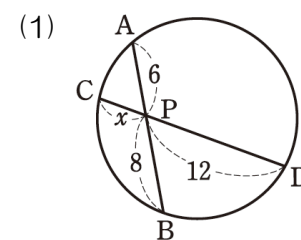
よって

$$3 \times (3 + x) = 4 \times (4 + 5)$$

これを解いて $x = 9$



問 9 次の図で、 x の値を求めなさい。



(1) 方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

よって

$$6 \times 8 = x \times 12$$

$$48 = 12x$$

これを解いて $x = 4$

(2) 方べきの定理により

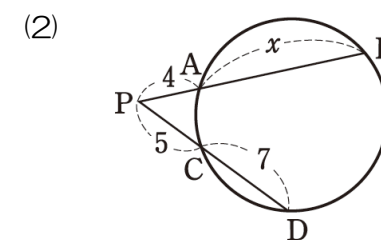
$$PA \times PB = PC \times PD$$

よって

$$4 \times (4 + x) = 5 \times (5 + 7)$$

$$16 + 4x = 60$$

これを解いて $x = 11$



方べきの定理(2)

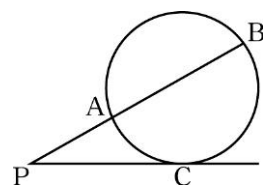
(教科書p.63)

円の外部の点Pを通る2本の直線のうち、1本が円と交わり、もう1本が円と接する場合、次の定理が成り立つ。

方べきの定理(2)

円の外部の点Pから、この円と2点A、Bで交わる直線と、この円と点Cで接する接線を引くと、次の式が成り立つ。

$$PC^2 = PA \times PB$$



例 6 右の図で、PCは接線、Cはその接点である。方べきの定理(2)を用いて、 x の値を求めてみよう。

方べきの定理により

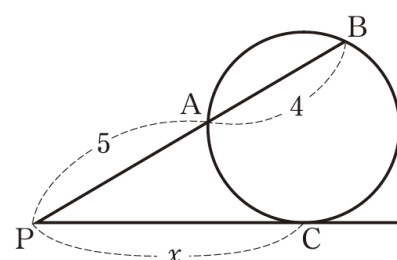
$$PC^2 = PA \times PB$$

よって

$$x^2 = 5 \times (5 + 4)$$

$$x^2 = 45$$

$$x > 0 \text{ より } x = 3\sqrt{5}$$



問 10 右の図で、PCは接線、Cはその接点である。 x の値を求めなさい。

方べきの定理により

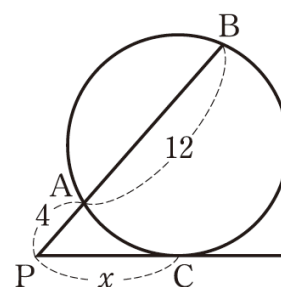
$$PC^2 = PA \times PB$$

よって

$$x^2 = 4 \times (4 + 12)$$

$$x^2 = 64$$

$$x > 0 \text{ より } x = 8$$



6 2つの円

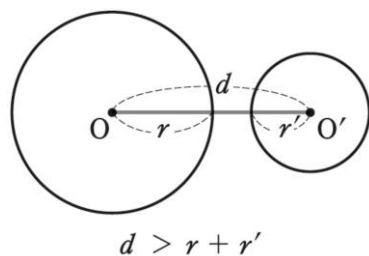
2つの円の位置関係

(教科書 p.64)

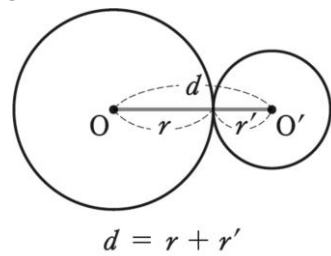
2つの円の位置関係は、それらの円の半径 r, r' と中心間の距離 d との関係で定まり、次の図に示すような5通りの場合が考えられる。ただし、 $r > r'$ とする。

①の場合は、2つの円が(1 外接する)といい、②の場合は、(2 内接する)という。

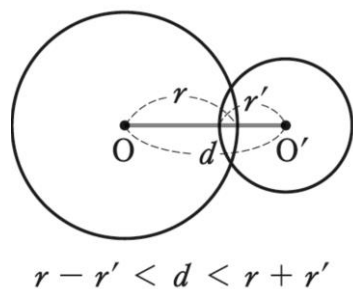
⑦ 離れている



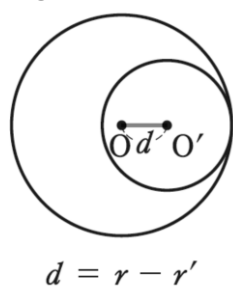
① 外接する



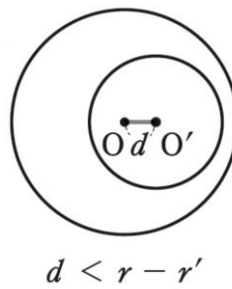
② 2点で交わる



③ 内接する



④ 一方が他方の中にある

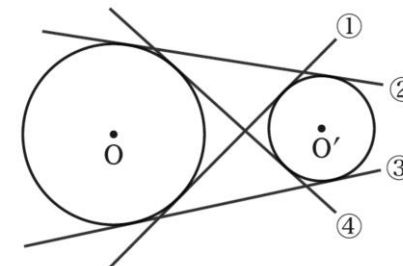


(教科書 p.64)

共通接線

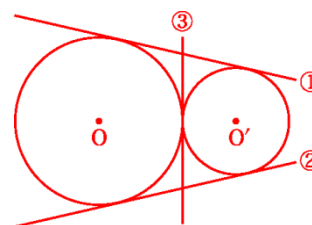
1本の直線が2つの円の接線となると、このような接線を2つの円の(3 共通接線)という。

例7 右の図のように、2つの円の位置関係が左の図の⑦の場合、共通接線は(4)本である。

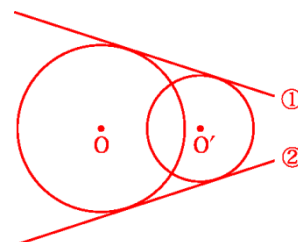


問11 2つの円の位置関係が左の図の①～④の場合の共通接線の数を調べなさい。

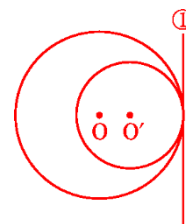
① 3本



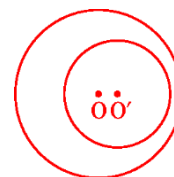
② 2本



③ 1本

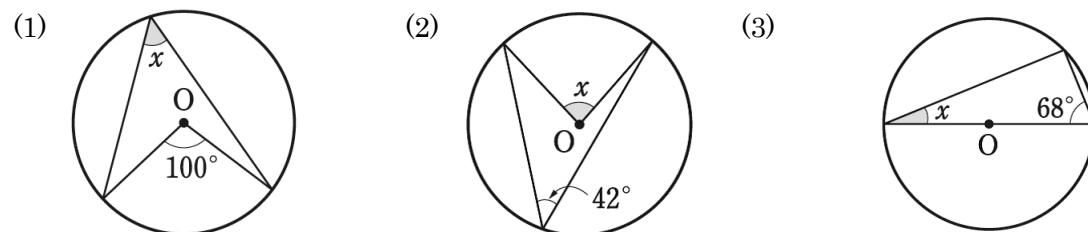


④ 0本



復習問題

(教科書 p.65)

1 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1) $x = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

(2) $x = 2 \times 42^\circ = 84^\circ$

(3) 弦が直径のとき、中心角が 180° であると考え、その円周角は 90° である。三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (68^\circ + 90^\circ) = 22^\circ$$

2 次の図で、 x , y の値を求めなさい。

(1) $x + 86^\circ = 180^\circ$ であるから

$$x = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

$$y + 80^\circ = 180^\circ$$
 であるから

$$y = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

(2) 三角形の外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから

$$y = 38^\circ + 65^\circ = 103^\circ$$

$$x = y$$
 であるから $x = 103^\circ$

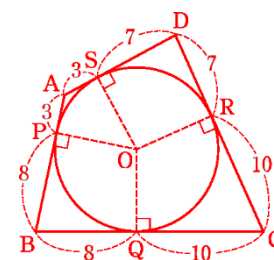
3 右の図で、円 O は四角形 ABCD の内接円で、P, Q, R, S はその接点である。四角形 ABCD の周の長さを求めなさい。

$$DS = DR = 7$$

$$AP = AS = 10 - 7 = 3$$

$$BQ = BP = 11 - 3 = 8$$

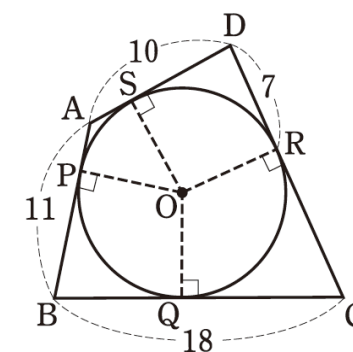
$$CR = CQ = 18 - 8 = 10$$



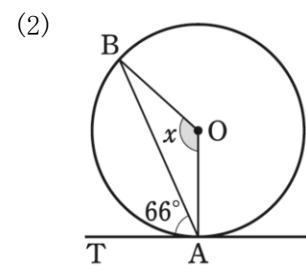
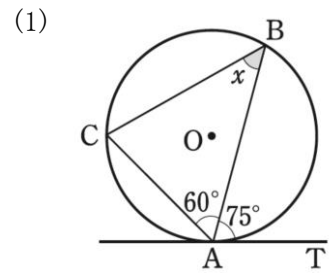
よって、四角形 ABCD の周の長さは

$$AB + BC + CD + DA$$

$$= 11 + 18 + (10 + 7) + 10 = 56$$



4 次の図で、ATは円Oの接線であり、Aはその接点である。 x の値を求めなさい。



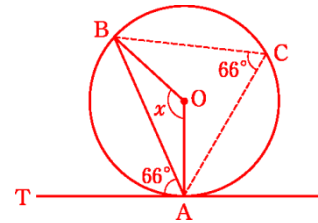
(1) 接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ACB = \angle BAT = 75^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

(2) 下の図のように、円Oの円周上に点Cをとる。



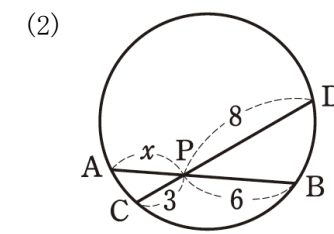
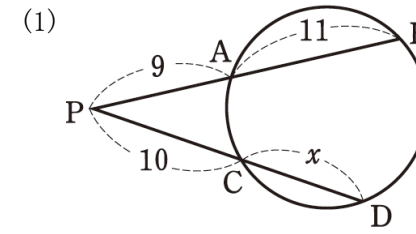
接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle BCA = \angle BAT = 66^\circ$$

円周角の定理により

$$x = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$$

5 次の図で、 x の値を求めなさい。



(1) 方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

よって

$$9 \times (9 + 11) = 10 \times (10 + x)$$

$$180 = 100 + 10x$$

これを解いて $x = 8$

(2) 方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

よって

$$x \times 6 = 3 \times 8$$

$$6x = 24$$

これを解いて $x = 4$