2章 図形の性質

1節 三角形の性質

1 三角形と角

教科書 P.44

問1 (1) $x = 180° - (70° + 60°) = \mathbf{50°}$

(2) $x = 180° - (35° + 90°) = \mathbf{55°}$

(3) $x = 64° + 46° = \mathbf{110°}$

教科書 P.45

問2 AB：A′B′ ＝ BC：B′C′ より

$$8 : x = 6 : 9$$

$$8 \times 9 = 6x$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 12}$

2 三角形と比

教科書 P.46

問3 (1) PQ // BC であるから

$$AP : AB = PQ : BC$$

よって　$3 : 9 = x : 12$

$$3 \times 12 = 9x$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 4}$

(2) PQ // BC であるから

$$AP : PB = AQ : QC$$

よって　$8 : 4 = x : 3$

$$8 \times 3 = 4x$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 6}$

教科書 P.47

問4 (1) 中点連結定理により，$MN = \frac{1}{2}BC$ であるから

$$x = \frac{1}{2} \times 6 = \mathbf{3}$$

(2) 中点連結定理により，$MN = \frac{1}{2}BC$ であるから

$$6 = \frac{1}{2}x$$

$$\boldsymbol{x = 12}$$

問5 (1) △ABC で，R，Q がそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから

$$RQ = \frac{1}{2}BC$$

よって

$$x = \frac{1}{2} \times 10 = \mathbf{5}$$

(2) △ABC で，P，R がそれぞれ辺 BC，BA の中点であるから

$$PR = \frac{1}{2}CA$$

よって

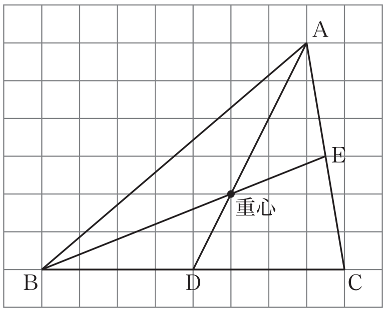
$$7 = \frac{1}{2}y$$

$$\boldsymbol{y = 14}$$

3 三角形の重心・外心・内心

教科書 P.49

問6



問7 (1) 点 G が △ABC の重心であるから

$$AG : GD = 2 : 1$$

よって　$8 : x = 2 : 1$

$$8 \times 1 = 2x$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 4}$

また

$$BG : GE = 2 : 1$$

$$BG : 6 = 2 : 1$$

$$BG = 6 \times 2 = 12$$

$y = BG + GE$ であるから

$$y = 12 + 6 = \mathbf{18}$$

(2) 点 G が △ABC の重心であるから

$AG : GD = 2 : 1$ ……①

PQ // BC であるから

$AP : PB = AG : GD$ ……②

$AQ : QC = AG : GD$ ……③

①，② より

$$AP : PB = 2 : 1$$

$$12 : x = 2 : 1$$

$$12 \times 1 = 2x$$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 6}$

①，③ より

$$AQ : QC = 2 : 1$$

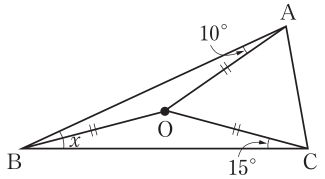
$$y : 5 = 2 : 1$$

$$y = 5 \times 2$$

$$\boldsymbol{y = 10}$$

教科書 P.50

問 8 (1)



点 O が △ABC の外心であるから

$$OA = OB = OC$$

よって，△OBA は二等辺三角形となり

$$\angle OBA = \angle OAB = 10^\circ$$

また，△OBC も二等辺三角形となるから

$$\angle OBC = \angle OCB = 15^\circ$$

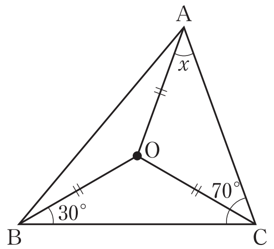
したがって

$$x = \angle OBA + \angle OBC$$

$$= 10^\circ + 15^\circ$$

$$= \boldsymbol{25^\circ}$$

(2)



点 O が △ABC の外心であるから

$$OA = OB = OC$$

よって，△OCB は二等辺三角形となり

$$\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$$

また，△OCA も二等辺三角形となるから

$$\angle OCA = \angle OAC = x$$

$\angle BCA = \angle OCB + \angle OCA$　であるから

$$70^\circ = 30^\circ + x$$

$$\boldsymbol{x = 40^\circ}$$

教科書 P.51

問 9 IA，IC はそれぞれ ∠BAC，∠BCA の二等分線であるから

$$\angle BAC = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

$$\angle BCA = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (\angle BAC + \angle BCA)$$

$$= 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ)$$

$$= \boldsymbol{30^\circ}$$

4 角の二等分線と線分の比

教科書 P.52

問10 AP が ∠A の二等分線であるから

$$BP : PC = AB : AC$$

よって　$2 : 3 = 4 : x$

$$2x = 3 \times 4$$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 6}$

復習問題

教科書 P.53

1 (1) PQ // BC であるから

$$AP : AB = PQ : BC$$

よって　　$6 : 15 = x : 10$

$$6 \times 10 = 15x$$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 4}$

(2) PQ // BC であるから

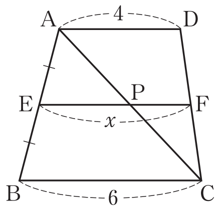
$$AP : PB = AQ : QC$$

よって　　$6 : 4 = x : 6$

$$6 \times 6 = 4x$$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 9}$

2 EF と AC の交点を P とする。



△ABC で，EP // BC であるから

$$AP : PC = AE : EB = 1 : 1$$

ゆえに，点 P は辺 AC の中点である。

よって，中点連結定理により

$$EP = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

△CDA で，PF // AD であるから

$$CF : FD = CP : PA = 1 : 1$$

ゆえに，点 F は辺 CD の中点である。

よって，中点連結定理により

$$PF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$x = EP + PF$ であるから

$$x = 3 + 2 = \mathbf{5}$$

3 (1) 点 G が △ABC の重心であるから

$$AG : GD = 2 : 1$$

よって

$$AD : GD = 3 : 1$$
$$18 : x = 3 : 1$$
$$18 \times 1 = 3x$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 6}$

また

$$EC : GC = 3 : 2$$
$$15 : y = 3 : 2$$
$$15 \times 2 = 3y$$

これを解いて　$\boldsymbol{y = 10}$

(2) 点 G が △ABC の重心であるから

$$AG : GD = 2 : 1 \quad \cdots\cdots ①$$

PQ // BC であるから

$$AP : PB = AG : GD \quad \cdots\cdots ②$$
$$AQ : QC = AG : GD \quad \cdots\cdots ③$$

①, ② より　$AP : PB = 2 : 1$

したがって　$AP : AB = 2 : 3$

$$x : 18 = 2 : 3$$
$$3x = 18 \times 2$$

これを解いて　$\boldsymbol{x = 12}$

①, ③ より　$AQ : QC = 2 : 1$

したがって　$AC : QC = 3 : 1$

$$15 : y = 3 : 1$$
$$15 \times 1 = 3y$$

これを解いて　$\boldsymbol{y = 5}$

4 (1) 点 O が △ABC の外心であるから

$$OA = OB = OC$$

よって，△OBA は二等辺三角形となり

$$\angle OAB = \angle OBA = 15^\circ$$

また，△OAC も二等辺三角形となるから

$$\angle OAC = \angle OCA = 25^\circ$$

したがって

$$x = \angle OAB + \angle OAC$$
$$= 15^\circ + 25^\circ = \mathbf{40^\circ}$$

(2) IB, IC はそれぞれ ∠ABC, ∠ACB の二等分線であるから

$$\angle ABC = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$$
$$\angle ACB = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$$
$$= 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = \mathbf{50^\circ}$$

5 (1) AP が ∠A の二等分線であるから

$$BP : PC = AB : AC = 15 : 10$$

よって

$$\mathbf{BP : PC = 3 : 2}$$

(2) (1) の結果より

$$BC : BP = 5 : 3$$

$BC = 15$ であるから

$$15 : BP = 5 : 3$$
$$15 \times 3 = 5BP$$

よって　$\mathbf{BP = 9}$

$PC = BC - BP$ であるから

$$PC = 15 - 9 = \mathbf{6}$$

2 節　円の性質

1　円周角の定理

教科書 P.54

問 1 (1) $x = \frac{1}{2} \times 108^\circ = \mathbf{54^\circ}$

(2) $x = 2 \times 50^\circ = \mathbf{100^\circ}$

(3) $x = \frac{1}{2} \times 280^\circ = \mathbf{140^\circ}$

教科書 P.55

問 2 (1) 弧 DC に対する円周角であるから

$$\angle DAC = \angle DBC$$

よって　$\boldsymbol{x = 30^\circ}$

(2) 弧 DC に対する円周角であるから

$$\angle DBC = \angle DAC = 40^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (40^\circ + 15^\circ) = \mathbf{125^\circ}$$

(3) 弧 DC に対する円周角であるから

$$\angle DBC = \angle DAC = 28^\circ$$

また

$$\angle BEC = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (28^\circ + 118^\circ) = \mathbf{34^\circ}$$

〔別解〕

三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つ

の内角の和に等しいから，△CEB において

$62^\circ = x + \angle EBC$

$x = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$

問3 ① 2点 C，D が直線 AB に対して同じ側にあり

$\angle ACB = \angle ADB = 38^\circ$

であるから，4点 A，B，C，D は同一円周上にある。

② $\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

2点 C，D は直線 AB に対して同じ側にあるが，∠ACB と ∠ADB が等しくないので，4点 A，B，C，D は同一円周上にはない。

③ $\angle PAC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

三角形の内角の和は 180° であるから，△APC において

$\angle ACP = 180^\circ - (45^\circ + 100^\circ) = 35^\circ$

AC と DB の交点を E とする。

$\angle DEA = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

であるから，△DAE において

$\angle ADE = 180^\circ - (80^\circ + 65^\circ) = 35^\circ$

2点 C, D が直線 AB に対して同じ側にあり

$\angle ADB = \angle ACB = 35^\circ$

であるから，4点 A，B，C，D は同一円周上にある。

答　同一円周上にあるのは　①，③

〔③ の別解〕

△APC と △DAE で，三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しいことを利用して，∠ADB と ∠ACP の大きさを求めてもよい。

2 円に内接する四角形

教科書 P.56

問4 (1) $x + 70^\circ = 180^\circ$ より

$x = 180^\circ - 70^\circ = \mathbf{110^\circ}$

$y + 60^\circ = 180^\circ$ より

$y = 180^\circ - 60^\circ = \mathbf{120^\circ}$

(2) $\boldsymbol{x = 80^\circ}$，$\boldsymbol{y = 120^\circ}$

(3) 三角形の外角は，それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから

$y = 45^\circ + 55^\circ = \mathbf{100^\circ}$

$x = y$ であるから

$\boldsymbol{x = 100^\circ}$

教科書 P.57

問5 ① $\angle A + \angle C = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$

よって，四角形 ABCD は円に内接する。

② 三角形の内角の和は 180° であるから

$\angle B = 180^\circ - (46^\circ + 24^\circ)$

$= 110^\circ$

したがって

$\angle B + \angle D = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$

よって，四角形 ABCD は円に内接する。

③ $\angle BAD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

これは，頂点 C における外角と等しくない。

よって，四角形 ABCD は円に内接しない。

答　円に内接するのは　①，②

3 円と直線

教科書 P.58

問6 円の接線は，接点を通る半径に垂直であるから

$OA \perp PA$

したがって，△OPA は直角三角形である。

三平方の定理により

$PA^2 + OA^2 = OP^2$

$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 9^2 - 4^2 = 65$

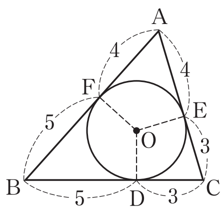
$PA > 0$ より　$PA = \boldsymbol{\sqrt{65}}$

教科書 P.59

問7 AF = AE，BD = BF，CD = CE であるから

$AE = AF = 4$

$CE = CD = BC - BD = 3$



よって　$AC = AE + CE = 4 + 3 = \mathbf{7}$

4 接線と弦のつくる角

教科書 P.61

問8 (1) 接線と弦のつくる角の定理により

$x = \angle BCA = \mathbf{83^\circ}$

(2) 接線と弦のつくる角の定理により

$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{BAT} = 50°$

三角形の内角の和は 180° であるから

$x = 180° - (30° + 50°) = \mathbf{100°}$

(3)　接線と弦のつくる角の定理により

$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{BAT} = 70°$

円周角の定理により

$x = 2 \times 70° = \mathbf{140°}$

(4)　接線と弦のつくる角の定理により

$\angle \mathrm{BAT} = \angle \mathrm{ACB} = 60°$

三角形の内角の和は 180° であるから

$\angle \mathrm{ABT} = 180° - (60° + 40°) = 80°$

よって　　$x = 180° - 80° = \mathbf{100°}$

〔別解〕

三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから，△BAT において

$x = 60° + 40° = 100°$

5 方べきの定理

教科書 P.63

問 9　(1)　方べきの定理により

$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$

よって

$6 \times 8 = x \times 12$

$48 = 12x$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 4}$

(2)　方べきの定理により

$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$

よって

$4 \times (4 + x) = 5 \times (5 + 7)$

$16 + 4x = 60$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 11}$

問10　方べきの定理により

$\mathrm{PC}^2 = \mathrm{PA} \times \mathrm{PB}$

よって

$x^2 = 4 \times (4 + 12)$

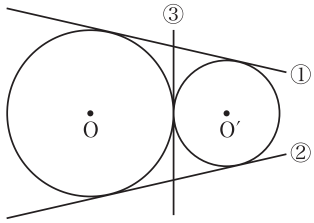
$x^2 = 64$

$x > 0$ より　　$\boldsymbol{x = 8}$

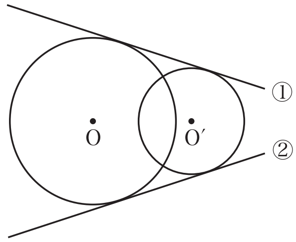
6 2つの円

教科書 P.64

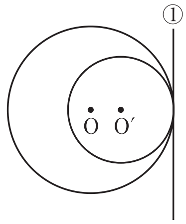
問11　㋑　**3 本**



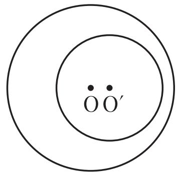
㋒　**2 本**



㋓　**1 本**



㋔　**0 本**



復習問題

教科書 P.65

1　(1)　$x = \dfrac{1}{2} \times 100° = \mathbf{50°}$

(2)　$x = 2 \times 42° = \mathbf{84°}$

(3)　弦が直径のとき，中心角が 180° であると考えると，その円周角は 90° である。

三角形の内角の和は 180° であるから

$x = 180° - (68° + 90°) = \mathbf{22°}$

2　(1)　$x + 86° = 180°$　であるから

$x = 180° - 86° = \mathbf{94°}$

$y + 80° = 180°$　であるから

$y = 180° - 80° = \mathbf{100°}$

(2)　三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから

$y = 38° + 65° = \mathbf{103°}$

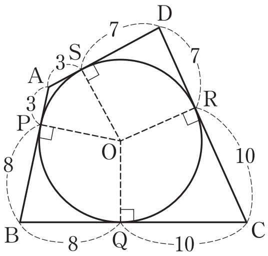
$x = y$ であるから　　$\boldsymbol{x = 103°}$

3　$\mathrm{DS} = \mathrm{DR} = 7$

$\mathrm{AP} = \mathrm{AS} = 10 - 7 = 3$

$\mathrm{BQ} = \mathrm{BP} = 11 - 3 = 8$

$\mathrm{CR} = \mathrm{CQ} = 18 - 8 = 10$



よって，四角形 ABCD の周の長さは

$\mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CD} + \mathrm{DA}$

$= 11 + 18 + (10 + 7) + 10 = \boldsymbol{56}$

4　(1)　接線と弦のつくる角の定理により

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{BAT} = 75°$

三角形の内角の和は 180° であるから

$x = 180° - (60° + 75°) = \boldsymbol{45°}$

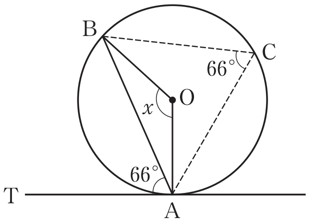
(2)　下の図のように，円 O の円周上に点 C をとる。

接線と弦のつくる角の定理により

$\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{BAT} = 66°$

円周角の定理により

$x = 2 \times 66° = \boldsymbol{132°}$



5　(1)　方べきの定理により

$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$

よって

$9 \times (9 + 11) = 10 \times (10 + x)$

$180 = 100 + 10x$

これを解いて　　$\boldsymbol{x = 8}$

(2)　方べきの定理により

$\mathrm{PA} \times \mathrm{PB} = \mathrm{PC} \times \mathrm{PD}$

よって

$x \times 6 = 3 \times 8$

$6x = 24$

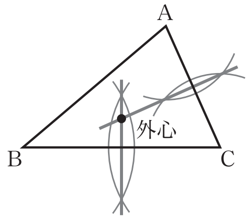
これを解いて　　$\boldsymbol{x = 4}$

3 節　作図

1　基本の作図

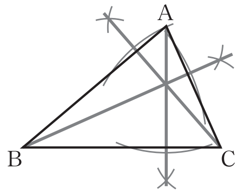
教科書 P.66

問 1

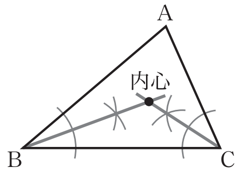


教科書 P.67

問 2



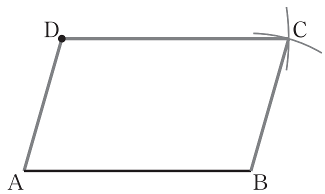
問 3



2　いろいろな作図

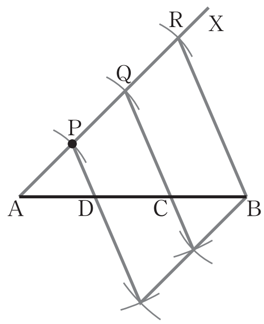
教科書 P.68

問 4



教科書 P.69

問 5



4 節　空間図形

1　直線や平面の位置関係

教科書 P.70

問 1　(1)　点 B を通り，GH に平行な直線は BA であるから，∠ABC が直線 BC と GH のなす

角である。

$\angle ABC = 90°$

であるから，直線 BC と GH のなす角は **90°** である。

(2) 直線 AC と EG が平行であるから，求める角は直線 BD と AC のなす角である。
ここで，BD と AC は正方形の対角線であるから垂直であり，なす角は 90° である。
よって，直線 BD と EG のなす角も **90°** である。

教科書 P.71

問2 (1) **平面 EFGH**

(2) **平面 ABFE，平面 BCGF，平面 CDHG，平面 DAEH**

教科書 P.72

問3 (1) 直線 BE は 2 平面の交線である。直線 BA，BC はそれぞれ平面 ADEB，平面 BEFC 上にあり，ともに交線 BE に垂直である。
したがって，∠ABC が求める角であるから，平面 ADEB と平面 BEFC のなす角は **45°** である。

(2) 直線 AB は 2 平面の交線である。直線 AC, AD はそれぞれ平面 ABC, 平面 ADEB 上にあり，ともに交線 AB に垂直である。
したがって，∠CAD が求める角であるから，平面 ABC と平面 ADEB のなす角は **90°** である。

教科書 P.73

問4 (1) **平面 BCGF，平面 EFGH**

(2) **直線 DH，直線 HG，直線 GC，直線 CD**

(3) **直線 AE，直線 BF，直線 CG，直線 DH**

2 多面体

教科書 P.74

問5

	v	e	f	$v-e+f$
正四面体	4	**6**	4	**2**
正六面体	**8**	**12**	6	**2**
正八面体	6	12	8	2
正十二面体	**20**	**30**	12	**2**
正二十面体	**12**	**30**	20	**2**

章のまとめ

教科書 P.75

❶ $\boxed{\text{重心}}$，$\boxed{\text{外接円}}$，$\boxed{\text{外心}}$，$\boxed{\text{内接円}}$，$\boxed{\text{内心}}$

❷ △ABC で，∠A の二等分線と対辺 BC の交点を P とすると

$BP : PC = \boxed{\mathbf{AB : AC}}$

❸ 右の図で

$a + c = \boxed{180°}$，$b + d = \boxed{180°}$

$\boxed{\boldsymbol{a}} = e$

❹ 右の図で

$\angle BAT = \boxed{\angle \mathbf{ACB}}$

❺ 右の図で

$PA \times PB = \boxed{\mathbf{PC \times PD}}$

❻ 正多面体には，次の 5 種類がある。

正四面体，正六面体，$\boxed{\text{正八面体}}$，$\boxed{\text{正十二面体}}$，正二十面体

2章