◆折り紙で図形を考えよう

図形の性質

■課題のねらい

折り紙を折るという作業を通して，自ら課題を見いだし，考察し，気づいたことを数学の言葉で表現（証明）するという，一連の数学的な思考過程を体験することができる。

学習したことがらを具体的な事象に活用することで，より深く内容を理解させるとともに，自ら手を動かして得られる多くの結果から共通点を見いだすことで，発見の喜びを与え，興味，関心を引き出すことを目指している。

■指導時期

三角形の五心について学習した後

■難易度

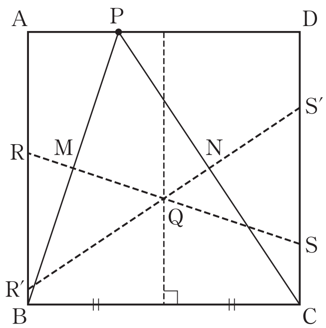
折り紙の性質を見つける課題はやさしいが，最後の証明は標準〜応用レベル

■対象となる生徒

題材が折り紙であるため，どの学力層の生徒も楽しんで学習に参加することができる。

■解答例

❶ ・折り目の線は，上の辺と下の辺の中点どうしを結ぶ線分上で交わる。（予想１）
・下の図で，$RR' = S'S$ となる。（予想２）
・RR' は，折り紙の１辺の長さの $\frac{1}{2}$（予想３）
など



❷ ・上の図で　$QP = QB = QC$（予想４）
など

❸ 折り目の線は辺 PB，PC の垂直二等分線であるから，交点 Q は $\triangle PBC$ の外心であることがわかるので，予想１と予想４が成り立つ。
$\triangle RR'Q$ と $\triangle SS'Q$ において，上の結果より，点 Q は RS，$R'S'$ の中点であるから
$QR = QS$，$QR' = QS'$
また　$\angle RQR' = \angle SQS'$（対頂角）
よって，$\triangle RR'Q \equiv \triangle SS'Q$ であるから，予想２が成り立つ。
$\triangle ABP$ と $\triangle MBR$ は直角三角形で，$\angle B$ が共通であるから　$\triangle ABP \backsim \triangle MBR$
よって　$\angle PBC = \angle BPA = \angle BRM$
すなわち　$\angle PBC = \angle QRR'$
同様にして　$\angle PCB = \angle QS'S = \angle QR'R$
よって　$\triangle PBC \backsim \triangle QRR'$
相似比は高さの比に等しく，予想１より $2:1$ であるから　$2RR' = BC$
すなわち，予想３が成り立つ。

■授業展開例

折り紙を折る操作はクラス全員で一斉に行い，少しずつ考えるヒントを与えながら，興味，関心を喚起する質問を投げかけるとよい。証明は，生徒の理解度に応じて工夫する。

■課題の発展性および補足的な発問の例

A4 判のコピー用紙で同じことを考えてもおもしろい。予想１，２，４は，折り紙の場合と同様に成り立つ。予想３とは異なり，RR' の長さは，縦の辺（長い辺）の長さの $\frac{1}{4}$ になる。

■指導上の留意点

上の辺に点 P をとるが，各生徒が異なる位置にとっているにもかかわらず，結果が同じであるところに，この教材の不思議さ，面白さがある。この教材で最も生徒たちに伝えたい点である。

授業の流れでは，各自で課題を見つけさせ，質問に対する予想を立てさせ，証明するという数学的な思考過程を大切にしたい。

■参考文献

芳賀和夫（2005）『オリガミクスⅡ』p.18〜23 日本評論社

折り紙で図形を考えよう

年　組　番
名前

折り紙を１枚用意し，次の操作をしてみよう。

① 図１のように，上の辺の好きなところに鉛筆で１つ印をつけ，左下の頂点をその印に重ねて紙を折り，折り目の線をつける。

② 一度紙を開き，図２のように，右下の頂点をその印に重ねて紙を折り，折り目の線をつける。

③ 紙を開くと，図３のように，折り紙には交わる２本の折り目の線がつく。

図１

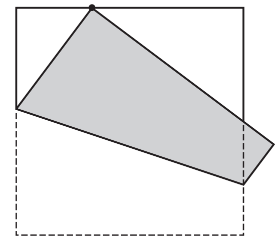


図２

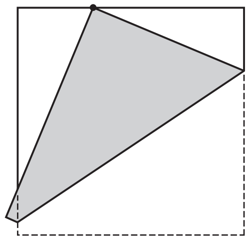
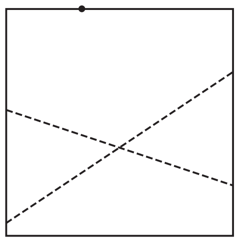
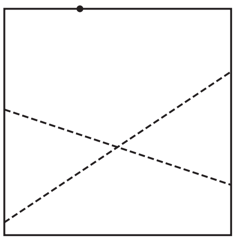
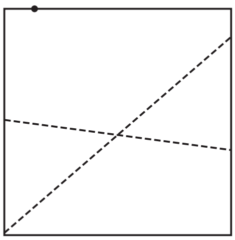


図３

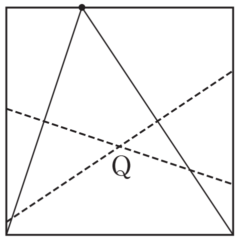


❶ もう１枚折り紙を用意し，その上の辺の先ほどとは異なる位置に印をつけ，上の操作をもう一度してください。２枚の折り紙を比較し，２本の折り目の線や，それらが交わってできる交点について気づいたことをあげてみよう。





❷ 右の図のように，上の辺の印を点Ｐとし，点Ｐと折り紙の左下の頂点，右下の頂点をそれぞれ結んだ２本の線分と，折り紙の下の辺で大きな三角形をつくります。このとき，この三角形と２つの折り目の線の交点Ｑとの位置関係について，気づいたことをあげてみよう。



❸ ❶，❷で気づいたことを，証明してみよう。