

▼課題学習指導事例集

■数学的活動を日々の授業に

学習指導要領には、学力の重要な3つの要素の育成が示されている。①基礎的・基本的な知識・技能の習得、②思考力・判断力・表現力等の育成、③学習への意欲の向上や学習習慣の確立である。この学力の重要な3つの要素の育成を実現するために、数学では、数学的活動を重視する。この数学的活動の重視が、新しい学習指導要領の大きな特徴である。

基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たす数学的活動。それは、教師の説明を一方的に聞くだけの学習や単なる計算練習を行うだけの学習ではない。また、教師が生徒に指示をして、何か活動を行わせればよいというようなものでもない。数学的活動で大事なものは、生徒が自ら目的意識をもって主体的に取り組むことができる学習であるということだ。今後私たちに求められるのは、生徒がものごと自らを関わらせ、生徒の意思や判断に基づく、数学の内容との出会いのある学習が展開できるよう、日々の授業を組み立てることに力を尽くすことである。

数学的活動を日々の授業に生かすことで、これまで以上に数学が好きで、数学の追究を真に愉しむ生徒の姿ははぐくみたい。私たちの数学的活動を授業に生かすことへの挑戦が始まっている。

■課題学習で数学好きに

この数学的活動という言葉は、前回の学習指導要領の改訂（平成10年）で、算数科・数学科における目標の中でそれぞれ登場し、使われるようになったものである。

今回の学習指導要領の改訂では、数学的活動を生かした指導を具現するための手だてがなされている。小学校・中学校では、算数的活動・数学的活動が、それぞれ各学年の内容において次のように具体的に示されている。

学習指導要領に示された算数的活動（小学校）

- 小1 ア 具体物を数える活動
- イ 計算の意味や仕方を表す活動

- ウ 量の大きさを比べる活動
- エ 形を見付けたり、作ったりする活動
- オ 場面を式に表す活動
- 小2 ア 整数が使われている場面を見付ける活動
- イ 乗法九九表からきまりを見付ける活動
- ウ 量の大きさの見当を付ける活動
- エ 図形をかいたり、作ったり、敷き詰めたりする活動
- オ 図や式に表し説明する活動
- 小3 ア 計算の仕方を考え説明する活動
- イ 小数や分数の大きさを比べる活動
- ウ 単位の関係を調べる活動
- エ 正三角形などを作図する活動
- オ 資料を分類整理し表を用いて表す活動
- 小4 ア 計算の結果の見積りをし判断する活動
- イ 面積の求め方を考え説明する活動
- ウ 面積を実測する活動
- エ 平行四辺形などを敷き詰め、図形の性質を調べる活動
- オ 身の回りの数量の関係を調べる活動
- 小5 ア 小数の計算の仕方を考え説明する活動
- イ 面積の求め方を考え説明する活動
- ウ 合同な図形をかいたり、作ったりする活動
- エ 図形の性質を帰納的に考え説明したり、演繹的に考え説明したりする活動
- オ 目的に応じて表やグラフを選び活用する活動
- 小6 ア 分数の計算の仕方を考え説明する活動
- イ 単位の関係を調べる活動
- ウ 縮図や拡大図、対称な図形を見付ける活動
- エ 比例の関係をj用いて問題を解決する活動

学習指導要領に示された数学的活動（中学校）

- 中1 ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 日常生活で数学を利用する活動
- ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

- ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだし、発展させる活動
- イ 日常生活や社会で数学を利用する活動
- ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

数学的活動を生かした指導を具現するための手だてでは、高等学校数学でもなされ、数学I、数学Aの内容に、「課題学習」が位置づけられた。この新たな内容として登場した「課題学習」で大事なことは、数学的活動を特に重視して行うことにそのねらいがあるということだ。

生徒が、実生活と関連づけたり、学習した内容を発展させたりするような、生徒の関心や意欲を高める課題を設ける。それが生徒にとって身近な場面であれば、ものごとに自らを関わらせ、心に浮かんでくる素朴な疑問をつぶやく生徒の姿を、授業の中で見つけることができるだろう。その素朴な疑問を、教師や仲間が大事に聞き合う。それができる教室であれば、進んで課題を発見し、解決を探り始めてゆく生徒の姿、発展的に探り続ける姿を見つけることもできるだろう。また、学習した内容を生活と関連づけ、具体的な事象の考察に活用できる姿や自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりする姿にもつなげたい。生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを生徒自身が認識できるようにしたい。

課題学習の授業づくりへの挑戦で、生徒が数学を学ぶことの楽しさや意義を実感する契機とできればと期待は膨らむ。

■課題学習の授業づくりを愉しもう

大学生の声に耳を傾けてみると、小学校の算数では決まりの発見など授業で自ら見いだす経験をしてきたことをよく憶えているという。ところが、中学校、高等学校と学年が進むにつれ、そのような経験をあまりしていない、憶えがあまりない、という答えが少なくない。

また、数学とのつきあい方について聞いてみると、自分の力で問いを立てて追究してみたり、力を尽くしてじっくりと時間をかけて深く納得のゆくまで考え抜いてみたり、他の内容とのつながりを探るなど

して発展的に考えてみたりする経験に乏しかったと自らを振り返る学生も少なくない。

性質を生徒が自ら見いだす経験、実生活と関連づけて数学を学ぶ意義を感じる経験、与えられた問題を単に解いて終わりではなく、場面や条件を変えたらどうなるか、他の解法はないかなどと発展的に追究する経験など、課題学習を、このような経験を生徒が積む契機にしたい。

意欲的な生徒の動きがある授業は、授業をしていても楽しい。授業前にこちらが予定していたこと、目論んでいたことに取まらない、意外な生徒の反応に心動かされることがある。生徒と一緒に汗をかき数学をする。意欲的な生徒の動きがある授業には、感動があって楽しい。

課題学習の授業づくりを通して、意欲的な生徒の動きのある授業を愉しむことを大事にしたい。



意欲的な生徒の動きのある課題学習の授業づくりには欠かせないのは、よい課題の開発であろう。実生活と関連づけたり、学習した内容を発展させたりすることで、生徒の関心や意欲を高めるよい課題の開発だ。

この課題学習指導事例集は、よい課題のこれまでの追究を形にしたものである。与えられた時間内で形にしたので、もの足りない部分や今後更なる追究が必要な部分もあることだろう。この事例集を手にとられた先生方にご指摘をいただければ幸いである。

この指導事例集では、課題と課題のねらいを示すだけではなく、先生方が授業にご活用いただけるように、授業展開例および授業で生徒に配布して使用するプリント例をも示すことにした。

また、課題学習の実施では、内容との関連を踏まえ、適切な時期や場面を考慮することが大切であるため、「関連する章」、「指導する時期」を示すことにした。併せて、単に解決して終わりではなく、解決の過程を振り返ってよりよい解決を考えたり、更に課題を発展させたりすることができるように、どの事例にも課題の発展性および補足的な発問例なども示すことにした。

生徒とともに先生方に課題学習の授業を愉しんでいただく一つの資料としてお役に立てただけのことを切に願う。

◆折り紙で図形を考えよう

図形の性質

■課題のねらい

折り紙を折るという作業を通して、自ら課題を見だし、考察し、気づいたことを数学の言葉で表現（証明）するという、一連の数学的な思考過程を体験することができる。

学習したことがらを具体的な事象に活用することで、より深く内容を理解させるとともに、自ら手を動かして得られる多くの結果から共通点を見いだすことで、発見の喜びを与え、興味、関心を引き出すことを目指している。

■指導時期

三角形の五心について学習した後

■難易度

折り紙の性質を見つける課題はやさしいが、最後の証明は標準～応用レベル

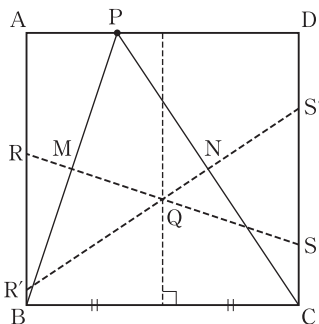
■対象となる生徒

題材が折り紙であるため、どの学力層の生徒も楽しんで学習に参加することができる。

■解答例

- ① ・折り目の線は、上の辺と下の辺の midpoint どうしを結ぶ線分上で交わる。(予想1)
- ・下の図で、 $RR' = S'S$ となる。(予想2)
- ・ RR' は、折り紙の1辺の長さの $\frac{1}{2}$ (予想3)

など



- ② ・上の図で $QP = QB = QC$ (予想4)

など

- ③ 折り目の線は辺PB, PCの垂直二等分線であるから、交点Qは△PBCの外心であることがわかるので、予想1と予想4が成り立つ。
△RR'Qと△SS'Qにおいて、上の結果より、

点QはRS, R'S'の midpoint であるから

$$QR = QS, QR' = QS'$$

また $\angle RQR' = \angle SQS'$ (対頂角)

よって、 $\triangle RR'Q \cong \triangle SS'Q$ であるから、予想2が成り立つ。

△ABPと△MBRは直角三角形で、∠Bが共通であるから $\triangle ABP \sim \triangle MBR$

よって $\angle PBC = \angle BPA = \angle BRM$

すなわち $\angle PBC = \angle QRR'$

同様にして $\angle PCB = \angle QS'S = \angle QR'R$

よって $\triangle PBC \sim \triangle QRR'$

相似比は高さの比に等しく、予想1より2:1であるから $2RR' = BC$

すなわち、予想3が成り立つ。

■授業展開例

折り紙を折る操作はクラス全員で一斉に行い、少しずつ考えるヒントを与えながら、興味、関心を喚起する質問を投げかけるとよい。証明は、生徒の理解度に応じて工夫する。

■課題の発展性および補足的な発問の例

A4判のコピー用紙で同じことを考えてもおもしろい。予想1, 2, 4は、折り紙の場合と同様に成り立つ。予想3とは異なり、 RR' の長さは、縦の辺(長い辺)の長さの $\frac{1}{4}$ になる。

■指導上の留意点

上の辺に点Pをとるが、各生徒が異なる位置にとっているにもかかわらず、結果が同じであるところに、この教材の不思議さ、面白さがある。この教材で最も生徒たちに伝えたい点である。

授業の流れでは、各自で課題を見つけさせ、質問に対する予想を立てさせ、証明するという数学的な思考過程を大切にしたい。

■参考文献

芳賀和夫(2005)『オリガミクスII』p.18~23
日本評論社

折り紙で図形を考えよう

年 組 番

名前

折り紙を1枚用意し、次の操作を試みよう。

- ① 図1のように、上の辺の好きなところに鉛筆で1つ印をつけ、左下の頂点をその印に重ねて紙を折り、折り目の線をつける。
- ② 一度紙を開き、図2のように、右下の頂点をその印に重ねて紙を折り、折り目の線をつける。
- ③ 紙を開くと、図3のように、折り紙には交わる2本の折り目の線がつく。

- ① もう1枚折り紙を用意し、その上の辺の先ほどとは異なる位置に印をつけ、上の操作をもう一度してください。2枚の折り紙を比較し、2本の折り目の線や、それらが交わってできる交点について気づいたことをあげてみよう。

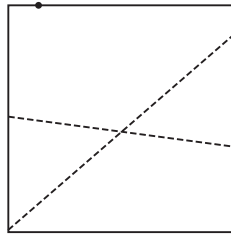
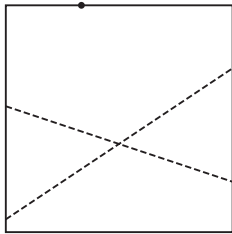


図1

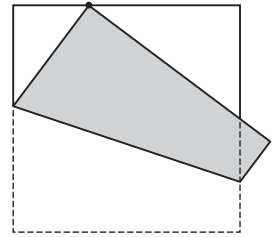


図2

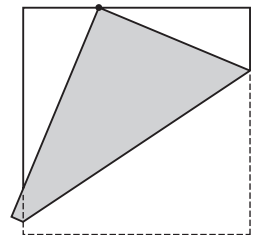
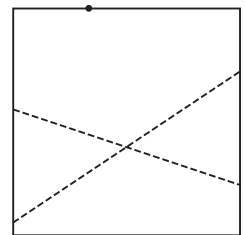
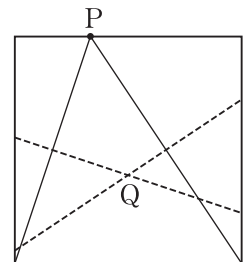


図3



- ② 右の図のように、上の辺の印を点Pとし、点Pと折り紙の左下の頂点、右下の頂点をそれぞれ結んだ2本の線分と、折り紙の下の辺で大きな三角形をつくります。このとき、この三角形と2つの折り目の線の交点Qとの位置関係について、気づいたことをあげてみよう。



- ③ ①, ② で気づいたことを、証明してみよう。

◆ゴールをねらえ！

図形の性質

■課題のねらい

バスケットボールにおいてゴール下や3ポイントシュートをねらうとき、斜め 45° や真横からのシュートが好まれる。サッカーではどこからシュートを打つのが好まれるのであろうか。また、その理由はどうしてであろうか。

課題に取り組むなかで気づかぬうちに円周角の定理の逆を生徒は利用することとなる。これが1つ目のねらいである。

バスケットやサッカーに興味を持つ生徒は多い。彼らが主体的に対話を進めていき、後半部分は図形を得意とする生徒が対話を進めていくことで、様々な役割が生まれる対話型の授業になる。これが2つ目のねらいである。

■指導時期

図形の性質の指導後

■難易度

易しい～標準レベル

■対象となる生徒

円周角の定理を理解している生徒

■解答例

① (1) 90° (2) 45°

② (略)

■授業展開例

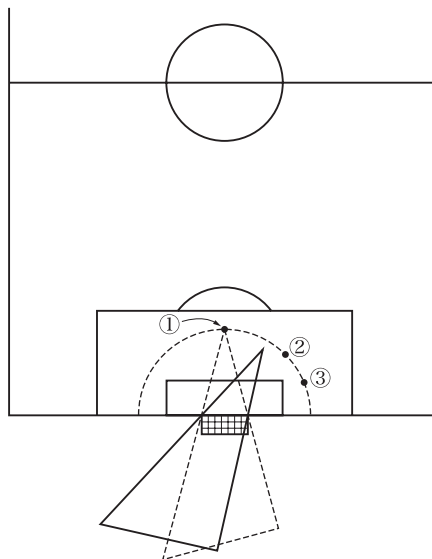
導入 バスケットボールのシュートで得意な場所を聞く。

サッカーの場合を聞く。(右利き)

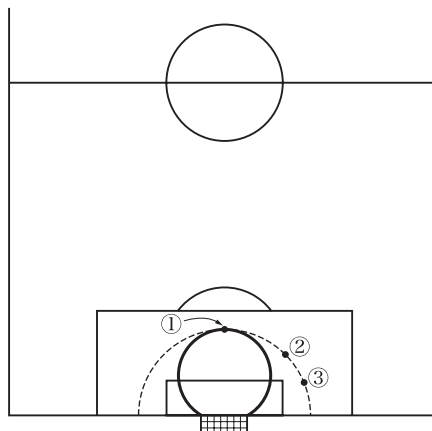
展開 ①～③のどこから狙うか対話する。

シュートする場所によってゴール幅の見え方が変わること気づかせる。

発展 三角定規の角(30°)を使用して①と同じ角度になる場所を見つけさせる。



同じ角度になる場所を結ぶとどんな図形ができるか対話する。



図の太線部分

ゴールの両端と①の点を通る円である。

応用 実際のシュート場所を考えさせる。

なぜ 45° か考えさせる。

ペナルティーエリアの形の理由を考える。

まとめ 等距離の円と円周角の定理の逆によって作図される円の差を視覚的にとらえる。

■指導上の留意点

バスケットボール・サッカーコートは必ず板書する。

ゴールとゴールキーパーの見え方をイメージしづらい生徒もいる。必ず提示する。

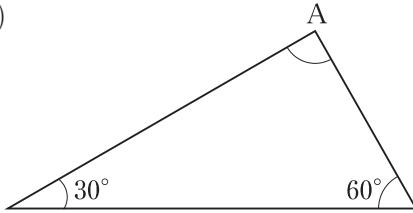
ゴールをねらえ！

年 組 番

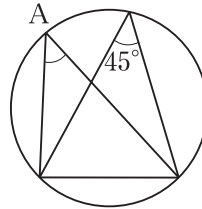
名前

① 次の図で、 $\angle A$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)



② サッカーでシュートをするとき、下の図の①、②、③のどの場所からねらうべきだろうか。

