

2章・1節 三角形の性質

- ① 三角形と角
- ② 三角形と比
- ③ 三角形の重心・外心・内心
- ④ 角の二等分線と線分の比

1 次の□に、あてはまることばや数、線分を入れなさい。図

- (1) $\triangle ABC$ の辺 AB , AC 上の点をそれぞれ P , Q とする。

$PQ \parallel BC$ ならば

$$AP:AB=AQ:AC=PQ:BC \cdots ①$$

$$AP:PB=AQ:QC \cdots ②$$

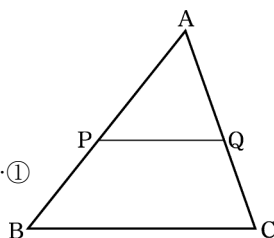
逆に、上の①, ②のいずれかが成り立つならば、

$$PQ \parallel BC$$

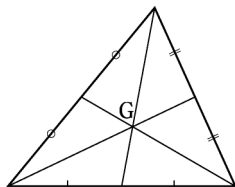
特に P , Q が辺 AB , AC の中点ならば

$$PQ = \frac{1}{2} BC$$

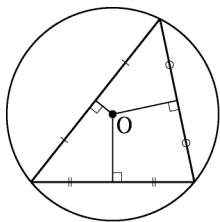
が成り立つ。これを **中点連結** 定理という。



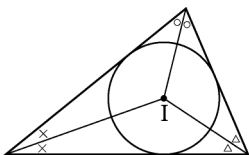
- (2) 三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を **中線** という。三角形の 3 本の中線は 1 点で交わる。この交点をその三角形の **重心** といい、それぞれの中線を **2:1** に分ける。



- (3) 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 つの頂点から等距離にあるので、この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の **外接円** といい、その中心を **外心** という。



- (4) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 辺から等距離にあるので、この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の **内接円** といい、その中心を **内心** という。



2 右の図で、四角形 $ABCD$ は $AD \parallel BC$ の台形である。

また、点 E は辺 AB の中点で、 $EF \parallel AD$ である。

x の値を求めなさい。図

[解]

対角線 AC と EF の交点を G とする。

$\triangle ABC$ で、三角形と比の定理により $AE:EB=AG:GC$

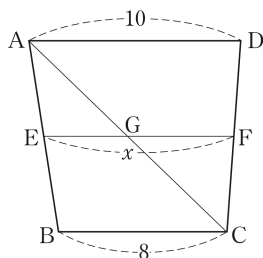
E は AB の中点であるから、 G は AC の中点である。

同様に、 F は DC の中点である。

$$\triangle ABC \text{ で、中点連結定理により } EG = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$\triangle CAD \text{ で、同様に } GF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\text{したがって } x = EG + GF = 4 + 5 = 9$$



3 右の図で、点 G は $\triangle ABC$ の重心である。

x , y の値を求めなさい。

ただし、 $PQ \parallel BC$ とする。図

[解]

G は $\triangle ABC$ の重心であるから

$$AG:GD=2:1$$

$$\text{よって } (9-x):x=2:1$$

$$(9-x) \times 1 = 2x$$

$$\text{これを解いて } x=3$$

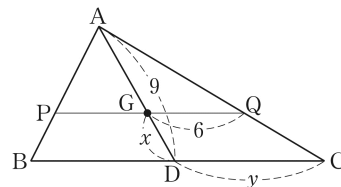
$PQ \parallel BC$ であるから

$$DC:GQ=AD:AG$$

$$\text{よって } y:6=3:2$$

$$2y=6 \times 3$$

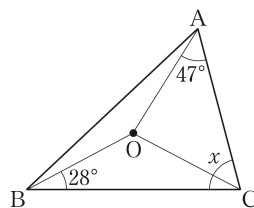
$$\text{これを解いて } y=9$$



4 次の図で、点 O , I はそれぞれ $\triangle ABC$ の外心、内心である。

x の値を求めなさい。図

(1)



[解]

O は外心であるから

$$OA=OB=OC$$

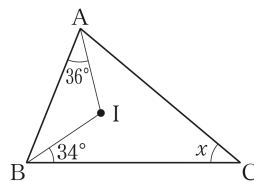
$\triangle OBC$, $\triangle OCA$ は二等辺三角形であるから

$$\angle OCB = \angle OBC = 28^\circ$$

$$\angle OCA = \angle OAC = 47^\circ$$

$$\text{したがって、} x = \angle OCB + \angle OCA = 75^\circ$$

(2)



[解]

IA , IB は $\angle BAC$, $\angle ABC$ の二等分線であるから

$$\angle BAC = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$$\angle ABC = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$x = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC)$$

$$= 180^\circ - (72^\circ + 68^\circ) = 40^\circ$$

5 右の図で、 AP は $\angle A$ の二等分線である。

x の値を求めなさい。図

[解]

AP は $\angle CAB$ の二等分線であるから

$$BP:PC=AB:AC=6:4=3:2$$

$$x:(7-x)=3:2$$

$$2x=3(7-x)$$

$$\text{これを解いて } x=\frac{21}{5}$$

