

## 2章・1節 三角形の性質

組	番号	名前

- ① 三角形と角
- ② 三角形と比
- ③ 三角形の重心・外心・内心
- ④ 角の二等分線と線分の比

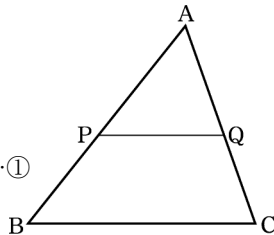
1 次の□に、あてはまることばや数、線分を入れなさい。☒

- (1)  $\triangle ABC$  の辺  $AB$ ,  $AC$  上の点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。

$PQ \parallel BC$  ならば

$$AP:AB=AQ:AC=PQ:BC \dots \textcircled{1}$$

$$AP:PB=AQ:QC \dots \textcircled{2}$$



逆に、上の①, ②のいずれかが成り立つならば、

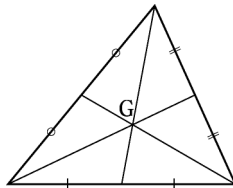
$$PQ \parallel BC$$

特に  $P$ ,  $Q$  が辺  $AB$ ,  $AC$  の中点ならば

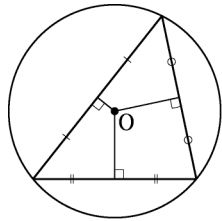
$$PQ = \frac{1}{2} BC$$

が成り立つ。これを □ 定理という。

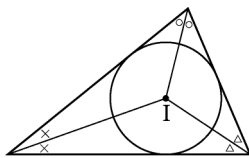
- (2) 三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を □ という。三角形の 3 本の中線は 1 点で交わる。この交点をその三角形の □ といい、それぞれの中線を □:□ に分ける。



- (3) 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 つの頂点から等距離にあるので、この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の □ といい、その中心を □ という。



- (4) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 辺から等距離にあるので、この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の □ といい、その中心を □ という。



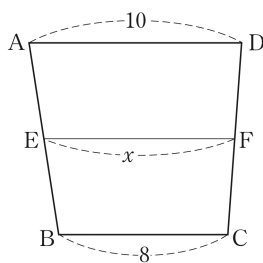
2 右の図で、四角形  $ABCD$  は

$AD \parallel BC$  の台形である。

また、点  $E$  は辺  $AB$  の中点で、

$EF \parallel AD$  である。

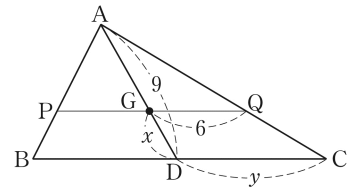
$x$  の値を求めなさい。☒



3 右の図で、点  $G$  は  $\triangle ABC$  の重心である。

$x$ ,  $y$  の値を求めなさい。

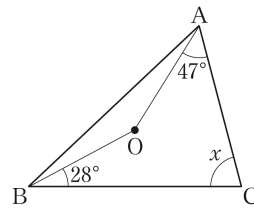
ただし、 $PQ \parallel BC$  とする。☒



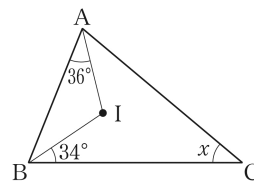
4 次の図で、点  $O$ ,  $I$  はそれぞれ  $\triangle ABC$  の外心, 内心である。

$x$  の値を求めなさい。☒

(1)

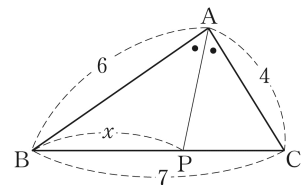


(2)



5 右の図で、 $AP$  は  $\angle A$  の二等分線である。

$x$  の値を求めなさい。☒



## 2章・2節 円の性質

組	番号	名前

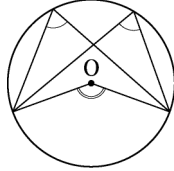
- ① 円周角の定理
- ② 円に内接する四角形
- ③ 円と直線

1 次の□に、あてはまることばや数、記号を入れなさい。☑

(1) 1つの弧に対して、

[1] 円周角の大きさは、中心角の□  
である。

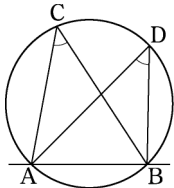
[2] 円周角の大きさはすべて等しい。



(2) 4点A, B, C, Dについて、2点C, Dが直線ABに対して同じ側にあり

$\angle ACB = \angle$  □

ならば、この4点は同一円周上にある。



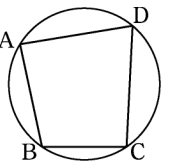
(3) 右の図のように、四角形の4つの頂点がすべて1つの円の周上にあるとき、この四角形は円に□するという。

円に内接する四角形では

[1] 対角の和は□である。

[2] 外角は、それと隣り合う内角の□  
に等しい。

逆に、上の[1], [2]のいずれかが成り立つ四角形は円に内接する。

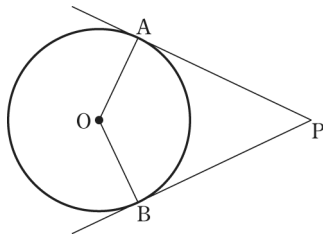


(4) 右の図のように、円外の点Pから円Oに2本の接線PA, PBを引くとき

$\angle PAO = \angle PBO =$  □

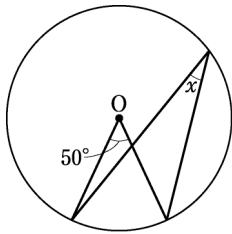
PA = □

である。

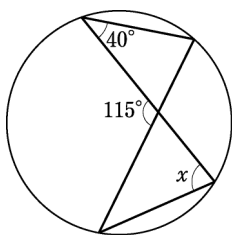


2 次の図で、xの値を求めなさい。☑

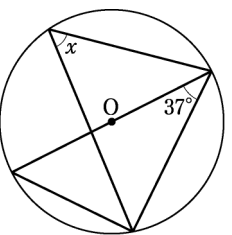
(1)



(2)

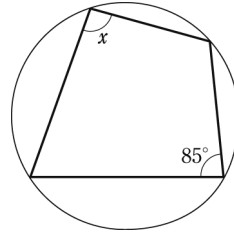


(3)

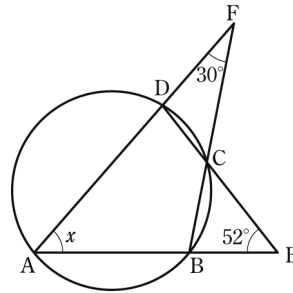


3 次の図で、xの値を求めなさい。☑

(1)

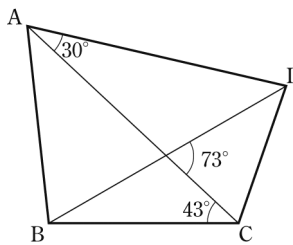


(2)

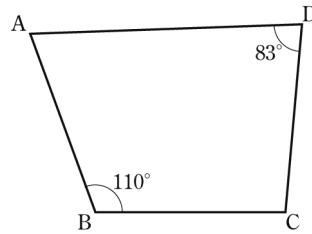


4 次の図で、四角形ABCDが円に内接するかどうかを調べなさい。☑

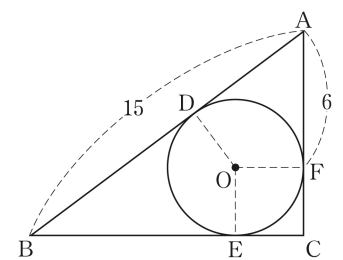
(1)



(2)



5 右の図で、円Oは△ABCの内接円で、D, E, Fはその接点である。BEの長さを求めなさい。☑



## 2章・2節 円の性質

### ④ 接線と弦のつくる角

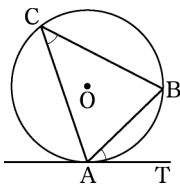
### ⑤ 方べきの定理

### ⑥ 2つの円

組	番号	名前

1 次の□に、あてはまることばや記号を入れなさい。【図】

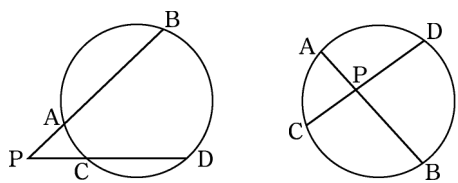
- (1) 円の接線とその接点を通る弦のつくる角は、その角の内部にある弧に対する□に等しい。すなわち、右の図で  $\angle BAT = \angle \square$



- (2) 円周上にない点Pから、この円と2点A, Bで交わる直線と、2点C, Dで交わる直線を引くと

$$PA \times PB = \square \times \square$$

が成り立つ。

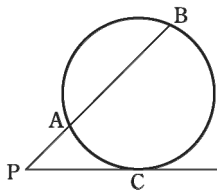


また、円の外部の点Pから、この円と2点A, Bで交わる直線と、この円と点Cで接する接線を引くと

$$PC^2 = \square \times PB$$

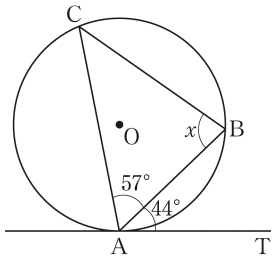
が成り立つ。

これらを□の定理という。

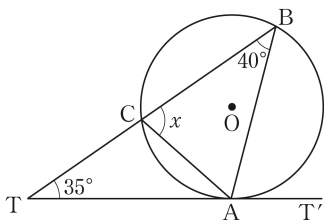


2 次の図で、ATは円Oの接線であり、Aはその接点である。xの値を求めなさい。【図】

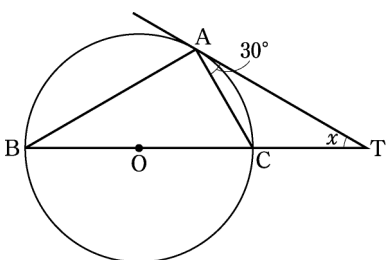
(1)



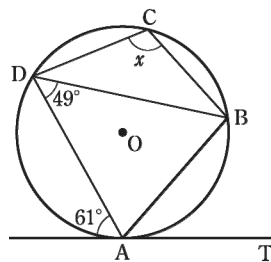
(2)



(3)

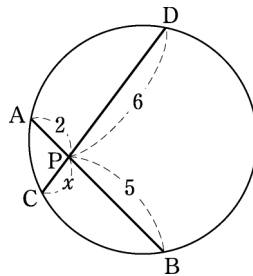


(4)

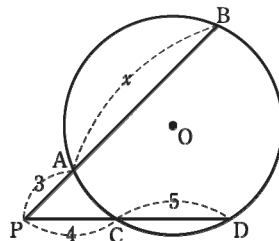


3 次の図で、xの値を求めなさい。【図】

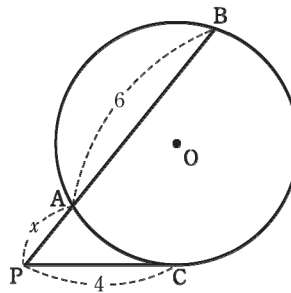
(1)



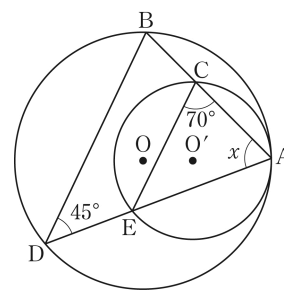
(2)



(3) PCは接線で、Cはその接点



4 右の図のように、点Aで内接する2つの円O, O'がある。xの値を求めなさい。【考】



## 2章・1節 三角形の性質

- ① 三角形と角
- ② 三角形と比
- ③ 三角形の重心・外心・内心
- ④ 角の二等分線と線分の比

組	番号	名前

1 次の□に、あてはまることばや数、線分を入れなさい。 [図]

- (1)  $\triangle ABC$  の辺  $AB$ ,  $AC$  上の点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。

$PQ \parallel BC$  ならば

$$AP:AB=AQ:AC=PQ:BC \dots ①$$

$$AP:PB=AQ:QC \dots ②$$

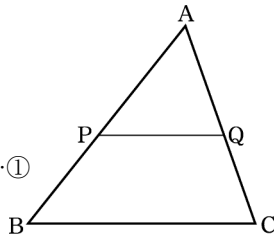
逆に、上の①, ②のいずれかが成り立つならば、

$$PQ \parallel BC$$

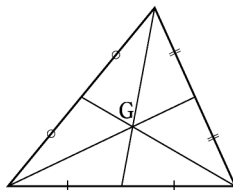
特に  $P$ ,  $Q$  が辺  $AB$ ,  $AC$  の中点ならば

$$PQ = \frac{1}{2} BC$$

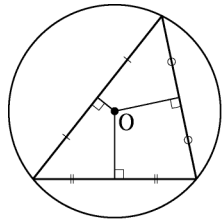
が成り立つ。これを **中点連結** 定理という。



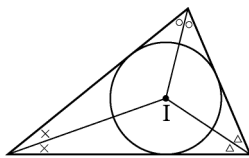
- (2) 三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を **中線** という。三角形の3本の中線は1点で交わる。この交点をその三角形の **重心** といい、それぞれの中線を **2:1** に分ける。



- (3) 三角形の3辺の垂直二等分線は1点で交わる。この点は3つの頂点から等距離にあるので、この点を中心として3つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の **外接円** といい、その中心を **外心** という。



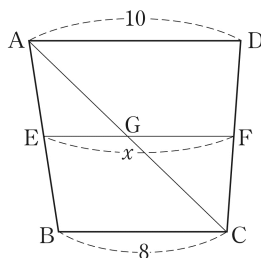
- (4) 三角形の3つの内角の二等分線は1点で交わる。この点は3辺から等距離にあるので、この点を中心として3辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の **内接円** といい、その中心を **内心** という。



2 右の図で、四角形  $ABCD$  は  $AD \parallel BC$  の台形である。

また、点  $E$  は辺  $AB$  の中点で、 $EF \parallel AD$  である。

$x$  の値を求めなさい。 [図]



[解]

対角線  $AC$  と  $EF$  の交点を  $G$  とする。

$\triangle ABC$  で、三角形と比の定理により  $AE:EB=AG:GC$

$E$  は  $AB$  の中点であるから、 $G$  は  $AC$  の中点である。

同様に、 $F$  は  $DC$  の中点である。

$\triangle ABC$  で、中点連結定理により  $EG = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

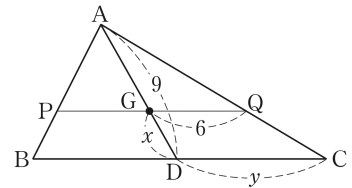
$\triangle CAD$  で、同様に  $GF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

したがって  $x = EG + GF = 4 + 5 = 9$

3 右の図で、点  $G$  は  $\triangle ABC$  の重心である。

$x$ ,  $y$  の値を求めなさい。

ただし、 $PQ \parallel BC$  とする。 [図]



[解]

$G$  は  $\triangle ABC$  の重心であるから

$$AG:GD=2:1$$

よって  $(9-x):x=2:1$

$$(9-x) \times 1 = 2x$$

これを解いて  $x=3$

$PQ \parallel BC$  であるから

$$DC:GQ=AD:AG$$

よって  $y:6=3:2$

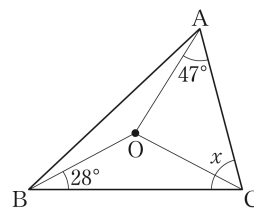
$$2y=6 \times 3$$

これを解いて  $y=9$

4 次の図で、点  $O$ ,  $I$  はそれぞれ  $\triangle ABC$  の外心、内心である。

$x$  の値を求めなさい。 [図]

(1)



[解]

$O$  は外心であるから

$$OA=OB=OC$$

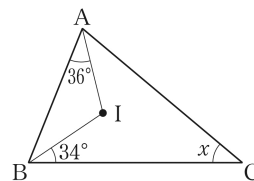
$\triangle OBC$ ,  $\triangle OCA$  は二等辺三角形であるから

$$\angle OCB = \angle OBC = 28^\circ$$

$$\angle OCA = \angle OAC = 47^\circ$$

したがって、 $x = \angle OCB + \angle OCA = 75^\circ$

(2)



[解]

$IA$ ,  $IB$  は  $\angle BAC$ ,  $\angle ABC$  の二等分線であるから

$$\angle BAC = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$$\angle ABC = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  であるから

$$x = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC)$$

$$= 180^\circ - (72^\circ + 68^\circ) = 40^\circ$$

5 右の図で、 $AP$  は  $\angle A$  の二等分線である。

$x$  の値を求めなさい。 [図]

[解]

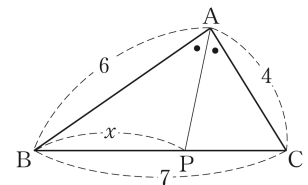
$AP$  は  $\angle CAB$  の二等分線であるから

$$BP:PC=AB:AC=6:4=3:2$$

$$x:(7-x)=3:2$$

$$2x=3(7-x)$$

これを解いて  $x = \frac{21}{5}$



## 2章・2節 円の性質

組	番号	名前

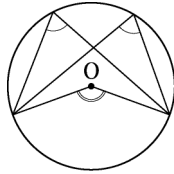
- ① 円周角の定理
- ② 円に内接する四角形
- ③ 円と直線

1 次の□に、あてはまることばや数、記号を入れなさい。☑

(1) 1つの弧に対して、

[1] 円周角の大きさは、中心角の **半分** である。

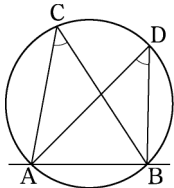
[2] 円周角の大きさはすべて等しい。



(2) 4点 A, B, C, D について、2点 C, D が直線 AB に対して同じ側にあり

$$\angle ACB = \angle \text{ADB}$$

ならば、この4点は同一円周上にある。



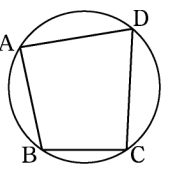
(3) 右の図のように、四角形の4つの頂点がすべて1つの円の周上にあるとき、この四角形は円に **内接** するという。

円に内接する四角形では

[1] 対角の和は **180°** である。

[2] 外角は、それと隣り合う内角の **対角** に等しい。

逆に、上の[1], [2]のいずれかが成り立つ四角形は円に内接する。

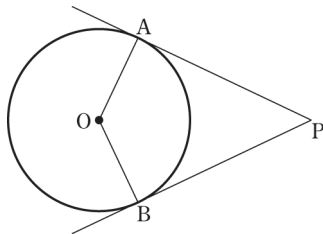


(4) 右の図のように、円外の点 P から円 O に2本の接線 PA, PB を引くとき

$$\angle PAO = \angle PBO = \mathbf{90^\circ}$$

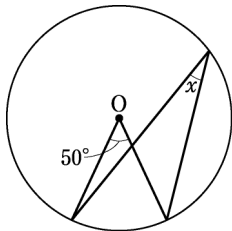
$$PA = \mathbf{PB}$$

である。



2 次の図で、x の値を求めなさい。☑

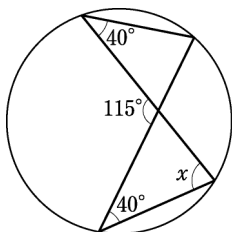
(1)



[解]

$$x = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

(2)



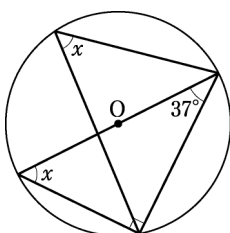
[解]

三角形の内角と外角の関係により

$$x + 40^\circ = 115^\circ$$

$$x = 75^\circ$$

(3)

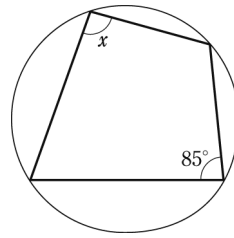


[解]

$$x = 180^\circ - (90^\circ + 37^\circ) = 53^\circ$$

3 次の図で、x の値を求めなさい。☑

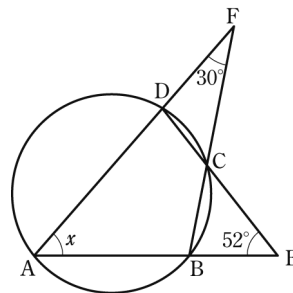
(1)



[解]

$$x = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

(2)



[解]

三角形の内角と外角の関係により

$$\angle EDF = x + 52^\circ$$

$$\angle DCB = (x + 52^\circ) + 30^\circ$$

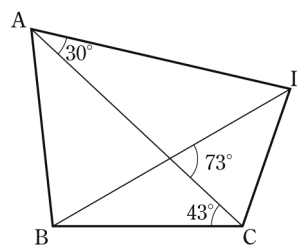
$$= x + 82^\circ$$

$$\text{よって } x + (x + 82^\circ) = 180^\circ$$

$$\text{ゆえに } x = 49^\circ$$

4 次の図で、四角形 ABCD が円に内接するかどうかを調べなさい。☑

(1)



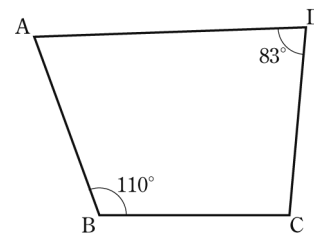
[解]

$$\angle DBC = 73^\circ - 43^\circ = 30^\circ$$

$$\text{よって } \angle DBC = \angle DAC$$

よって、四角形 ABCD は **円に内接する**。

(2)



[解]

$$\angle B + \angle D = 110^\circ + 83^\circ = 193^\circ \neq 180^\circ$$

1組の対角の和が180°ではないので、四角形 ABCD は **円に内接しない**。

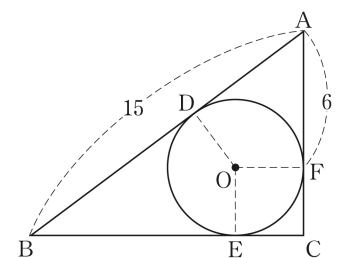
5 右の図で、円 O は  $\triangle ABC$  の内接円で、D, E, F はその接点である。

BE の長さを求めなさい。☑

[解]

AD = AF = 6 であるから

$$BE = BD = AB - AD = 15 - 6 = 9$$



## 2章・2節 円の性質

### ④ 接線と弦のつくる角

### ⑤ 方べきの定理

### ⑥ 2つの円

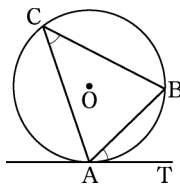
組	番号	名前

1 次の□に、あてはまることばや記号を入れなさい。☞

(1) 円の接線とその接点を通る弦のつくる角は、その角の内部にある弧に対する

**円周角**

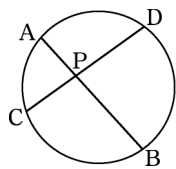
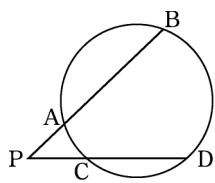
$$\angle BAT = \angle \text{ACB}$$



(2) 円周上にない点Pから、この円と2点A, Bで交わる直線と、2点C, Dで交わる直線を引くと

$$PA \times PB = \text{PC} \times \text{PD}$$

が成り立つ。

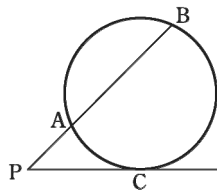


また、円の外部の点Pから、この円と2点A, Bで交わる直線と、この円と点Cで接する接線を引くと

$$PC^2 = \text{PA} \times \text{PB}$$

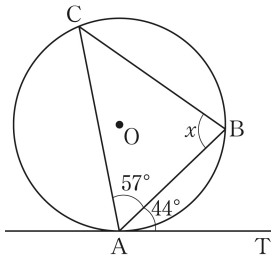
が成り立つ。

これらを**方べき**の定理という。



2 次の図で、ATは円Oの接線であり、Aはその接点である。xの値を求めなさい。☞

(1)



[解]

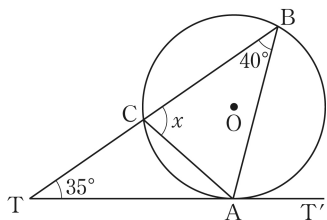
接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ACB = \angle BAT = 44^\circ$$

よって

$$x = 180^\circ - (57^\circ + 44^\circ) = 79^\circ$$

(2)



[解]

三角形の内角と外角の関係により

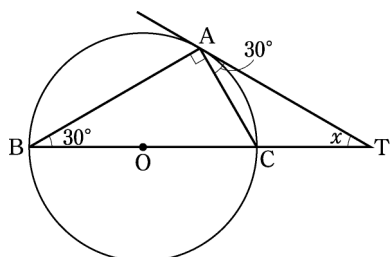
$$\angle BAT' = 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$$

接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ACB = \angle BAT'$$

よって  $x = 75^\circ$

(3)



[解]

接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle ABC = \angle CAT = 30^\circ$$

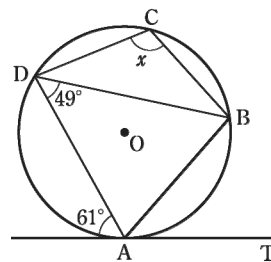
BCは直径だから

$$\angle BAC = 90^\circ$$

よって

$$x = 180^\circ - \{(90^\circ + 30^\circ) + 30^\circ\} = 30^\circ$$

(4)



[解]

接線と弦のつくる角の定理により

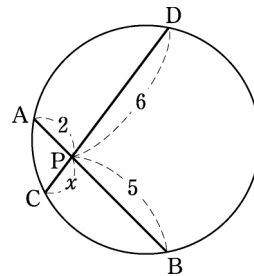
$$\angle BAT = \angle BDA = 49^\circ$$

円に内接する四角形の性質により

$$x = 180^\circ - \{180^\circ - (49^\circ + 61^\circ)\} = 110^\circ$$

3 次の図で、xの値を求めなさい。☞

(1)



[解]

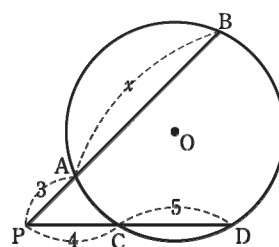
方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

$$2 \times 6 = x \times 5$$

これを解いて  $x = \frac{5}{3}$

(2)



[解]

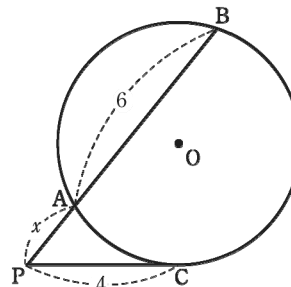
方べきの定理により

$$PA \times PB = PC \times PD$$

$$3 \times (3 + x) = 4 \times (4 + 5)$$

これを解いて  $x = 9$

(3) PCは接線で、Cはその接点



[解]

方べきの定理により

$$PC^2 = PA \times PB$$

$$4^2 = x \times (x + 6)$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(x - 2)(x + 8) = 0$$

$x > 0$  より  $x = 2$

4 右の図のように、点Aで内接する2つの円O, O'がある。

xの値を求めなさい。☞

[解]

Aを接点とする接線ATをひく。

接線と弦のつくる角の定理により

$$\angle AEC = \angle CAT = \angle BAT = \angle ADB = 45^\circ$$

△ACEで、三角形の内角の和は180°であるから

$$x = 180^\circ - (70^\circ + 45^\circ) = 65^\circ$$

