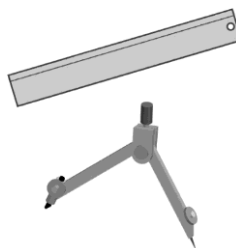


3節 作図

① 基本的な作図

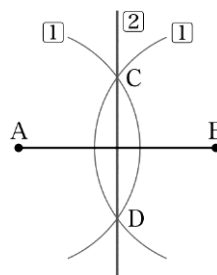
基本の作図

定規とコンパスだけを使って図形をかくことを**作図**という。定規は、与えられた2点を通る直線を引くことに使う。コンパスは、与えられた点を中心として、与えられた半径の円をかくことに使う。また、コンパスを用いると、等しい長さをとったり、線分を移したりすることができる。



例 1 線分 AB の垂直二等分線を作図してみよう。

- ① 点 A, B を中心として等しい半径の円をかき、その交点を C, D とする。
- ② 直線 CD を引く。

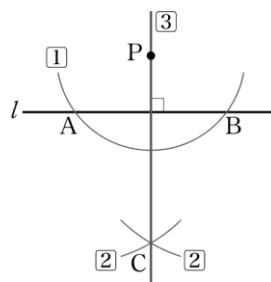


問 1 $\triangle ABC$ をかき、その外心 O を作図によって示せ。

—— p.114 外心

例 2 点 P と直線 l が与えられたとき、P を通る l の垂線を作図してみよう。

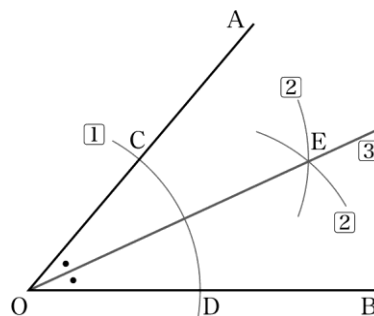
- ① 点 P を中心として円をかき、l との交点を A, B とする。
- ② A, B を中心として等しい半径の円をかき、その交点を C とする。
- ③ 直線 PC を引く。



問 2 $\triangle ABC$ をかき、2つの頂点 B, C からそれぞれの対辺またはその延長に引いた垂線の交点 H を作図によって示せ。

例 3 $\angle AOB$ の二等分線を作図してみよう。

- ① 角の頂点 O を中心として円をかき、角の 2 辺との交点を C, D とする。
- ② C, D を中心として等しい半径の円をかき、その交点を E とする。
- ③ 半直線 OE を引く。



問 3 $\triangle ABC$ をかき、その内心 I を作図によって示せ。

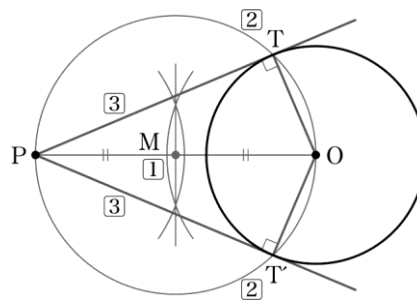
—— p.116 内心

円の接線の作図

前ページの垂直二等分線の作図を利用して、円の接線をかくことができる。

例 4 円 O に円外の点 P から引いた接線を作図してみよう。

- ① 線分 OP の垂直二等分線をかき、線分 OP の中点 M をとる。
- ② 点 M を中心とする半径 OM の円をかき、円 O との交点を T, T' とする。
- ③ 直線 PT, PT' を引く。



このとき、 T, T' は OP を直径とする円の円周上にあるから、

$$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$$

となる。よって、直線 PT, PT' は、円 O の接線となる。

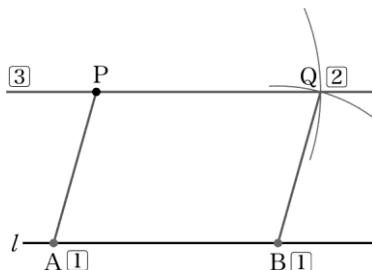
—— p.128 接線

平行線の作図とその利用

次のような手順によって、平行線をかくことができる。

例 5 直線 l 上にない点 P を通り、 l に平行な直線を作図してみよう。

- ① l 上に 2 点 A, B をとる。
- ② 点 P を中心とする半径 AB の円と、点 B を中心とする半径 AP の円をかき、この 2 つの円の交点を Q とする。
- ③ 直線 PQ を引く。

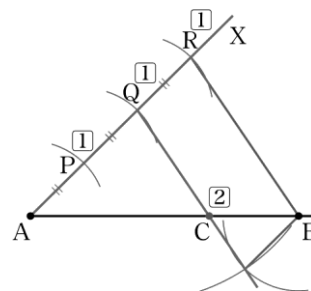


このとき、四角形 $ABQP$ において $PQ = AB, PA = QB$ によって、四角形 $ABQP$ は、2 組の対辺がそれぞれ等しいから平行四辺形であり、直線 PQ は直線 l に平行である。

例 5 の平行線の作図を利用して、内分点を示すことができる。

例 6 線分 AB が与えられたとき、線分 AB を $2 : 1$ に内分する点 C を、作図によって示してみよう。

- ① 半直線 AX を引き、 AX 上に点 P をとり、さらに $AP = PQ = QR$ となる点 Q, R をこの順にとる。
- ② 点 Q を通り、直線 RB に平行な直線を引き、線分 AB との交点を C とする。

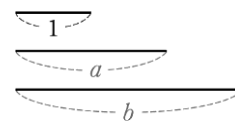


このとき、 $QC \parallel RB$ であるから $AC : CB = AQ : QR = 2 : 1$ によって、点 C は線分 AB を $2 : 1$ に内分する点である。└ p.108 三角形と比

問 4 線分 AB をかき、線分 AB を $3 : 1$ に内分する点 C を作図によって示せ。

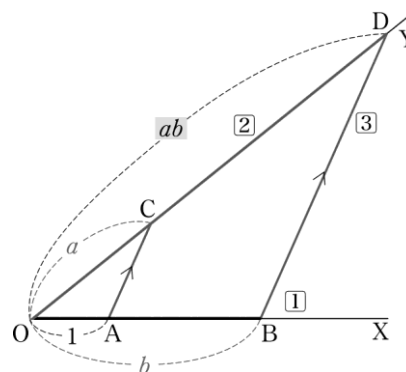
② 長さの作図

長さ 1, a , b の 3 つの線分が与えられたとき, a , b の積 ab , 商 $\frac{a}{b}$ の長さの線分を作図してみよう。



積の作図

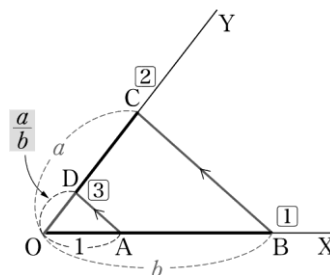
- ① 半直線 OX を引き, $OA = 1$ となる点 A と, $OB = b$ となる点 B をとる。
- ② 半直線 OY を引き, $OC = a$ となる点 C をとる。
- ③ 点 B を通り直線 AC に平行な直線を引き, OY との交点を D とする。



このとき, $AC \parallel BD$ であるから $OA : OB = OC : OD$
 よって $1 : b = a : OD$ したがって $OD = ab$

商の作図

- ① 半直線 OX を引き, $OA = 1$ となる点 A と, $OB = b$ となる点 B をとる。
- ② 半直線 OY を引き, $OC = a$ となる点 C をとる。
- ③ 点 A を通り直線 BC に平行な直線を引き, OY との交点を D とする。



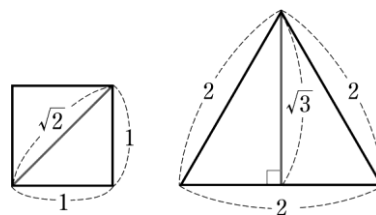
このとき, $AD \parallel BC$ であるから $OA : OB = OD : OC$
 よって $1 : b = OD : a$ したがって $OD = \frac{a}{b}$

問5 長さ 1 の線分が与えられたとして, 長さ $\frac{3}{5}$ の線分を作図せよ。

平方根の作図

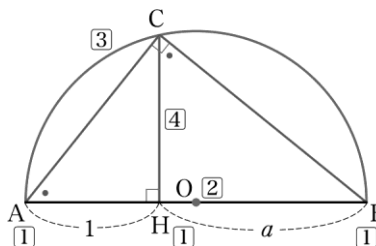
長さ1の線分が与えられたとき、1辺の長さが1の正方形を作図すれば、長さ $\sqrt{2}$ の線分が作図できる。

また、1辺の長さが2の正三角形を作図すれば、長さ $\sqrt{3}$ の線分が作図できる。



例7 長さ1, a の2つの線分が与えられたとき、長さ \sqrt{a} の線分を作図してみよう。

- ① 1の直線上に $AH = 1$, $HB = a$ となる3点A, H, Bをこの順にとる。
- ② 線分ABの中点Oをとる。
- ③ Oを中心とする半径OAの半円をかく。
- ④ 点Hを通り線分ABに垂直な直線を引き、半円との交点をCとする。



このとき、 $\triangle AHC$ と $\triangle CHB$ において

$$\angle AHC = \angle CHB = 90^\circ, \quad \angle CAH = 90^\circ - \angle ACH = \angle BCH$$

であるから $\triangle AHC \sim \triangle CHB$

よって $AH : CH = CH : BH$

したがって $CH^2 = AH \cdot BH = a$

$CH > 0$ より、 $CH = \sqrt{a}$ である。

問6 長さ1の線分が与えられたとして、例7にならって長さ $\sqrt{5}$ の線分を作図せよ。

Training

11 線分 AB をかき、線分 AB を 2 : 3 に内分する点を作図によって示せ。

p.139

12 長さ 1 の線分が与えられたとして、長さ $\frac{4}{3}$ の線分を作図せよ。

p.140

13 長さ 1 の線分が与えられたとして、長さ $\sqrt{7}$ の線分を作図せよ。

p.141

数学のパノラマ 正五角形の作図

1 辺の長さが 1 である正五角形の対角線の長さは $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ である。

このことを用いて、正五角形を作図してみよう。

① 長さ 1 の線分 CD をかく。

② CD の垂直二等分線 l を作図し、 l と CD との交点を H とする。

③ l 上に $RH = CD = 1$ となる点 R をとる。

④ 半直線 CR 上に $RS = CH = \frac{1}{2}$ となる点 S をとる。

$$CR = \sqrt{CH^2 + HR^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ より, } CS = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ となる}$$

⑤ 点 C を中心として半径 CS の円をかき、 l との交点を頂点 A とする。

⑥ 2 点 A, C を中心とする半径 1 の円の交点を頂点 B とする。同様にして、頂点 E をとり、これらの頂点を結ぶと正五角形 ABCDE ができる。

