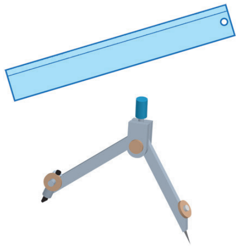
3節 作図

1 基本的な作図

基本の作図

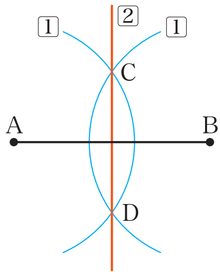
定規とコンパスだけを使って図形をかくことを**作図**という。定規は，与えられた2点を通る直線を引くことに使う。コンパスは，与えられた点を中心として，与えられた半径の円をかくことに使う。また，コンパスを用いると，等しい長さをとったり，線分を移したりすることができる。



例 1　線分ABの垂直二等分線を作図してみよう。

1　点A，Bを中心として等しい半径の円をかき，その交点をC，Dとする。

2　直線CDを引く。



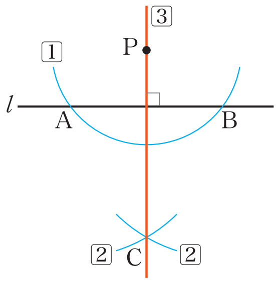
問 1　△ABCをかき，その外心Oを作図によって示せ。　p.114 外心

例 2　点Pと直線 l が与えられたとき，Pを通る l の垂線を作図してみよう。

1　点Pを中心として円をかき，l との交点をA，Bとする。

2　A，Bを中心として等しい半径の円をかき，その交点をCとする。

3　直線PCを引く。



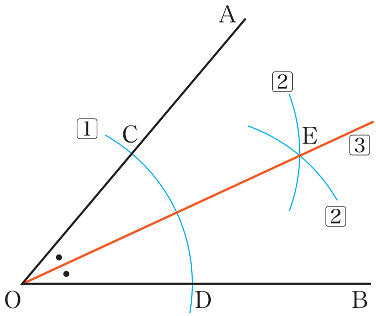
問 2　△ABCをかき，2つの頂点B，Cからそれぞれの対辺またはその延長に引いた垂線の交点Hを作図によって示せ。

例 3　∠AOB の二等分線を作図してみよう。

$\boxed{1}$　角の頂点 O を中心として円をかき，角の 2 辺との交点を C，D とする。

$\boxed{2}$　C，D を中心として等しい半径の円をかき，その交点を E とする。

$\boxed{3}$　半直線 OE を引く。



問 3　△ABC をかき，その内心 I を作図によって示せ。　p.116 内心

円の接線の作図

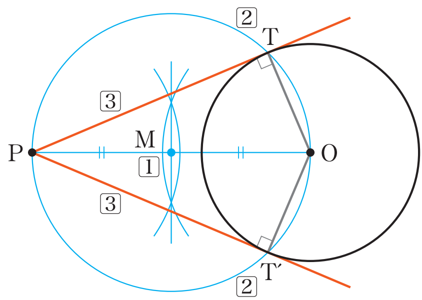
前ページの垂直二等分線の作図を利用して，円の接線をかくことができる。

例 4　円 O に円外の点 P から引いた接線を作図してみよう。

$\boxed{1}$　線分 OP の垂直二等分線をかき，線分 OP の中点 M をとる。

$\boxed{2}$　点 M を中心とする半径 OM の円をかき，円 O との交点を T，T′ とする。

$\boxed{3}$　直線 PT，PT′ を引く。



このとき，T，T′ は OP を直径とする円の円周上にあるから，

$$\angle \mathrm{PTO} = \angle \mathrm{PT'O} = 90^\circ$$

となる。よって，直線 PT，PT′ は，円 O の接線となる。　p.128 接線

平行線の作図とその利用

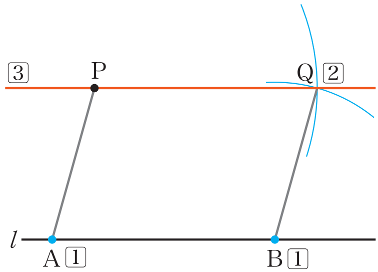
次のような手順によって，平行線をかくことができる。

例 5 直線 l 上にない点Pを通り，l に平行な直線を作図してみよう。

$\boxed{1}$ l 上に2点A，Bをとる。

$\boxed{2}$ 点Pを中心とする半径ABの円と，点Bを中心とする半径APの円をかき，この2つの円の交点をQとする。

$\boxed{3}$ 直線PQを引く。



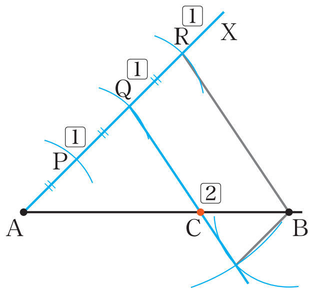
このとき，四角形ABQPにおいて　$PQ=AB$，$PA=QB$
よって，四角形ABQPは，2組の対辺がそれぞれ等しいから平行四辺形であり，直線PQは直線 l に平行である。

例5の平行線の作図を利用して，内分点を示すことができる。

例 6 線分ABが与えられたとき，線分ABを2：1に内分する点Cを，作図によって示してみよう。

$\boxed{1}$ 半直線AXを引き，AX上に点Pをとり，さらに $AP=PQ=QR$ となる点Q，Rをこの順にとる。

$\boxed{2}$ 点Qを通り，直線RBに平行な直線を引き，線分ABとの交点をCとする。



このとき，$QC \mathbin{/\!/} RB$ であるから　$AC:CB=AQ:QR=2:1$
よって，点Cは線分ABを2：1に内分する点である。

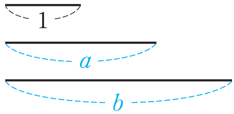
p.108 三角形と比

問 4 線分ABをかき，線分ABを3：1に内分する点Cを作図によって示せ。

p.142 Training 11

❷ 長さの作図

長さ 1, a, b の 3 つの線分が与えられたとき，a, b の積 ab，商 $\dfrac{a}{b}$ の長さの線分を作図してみよう。

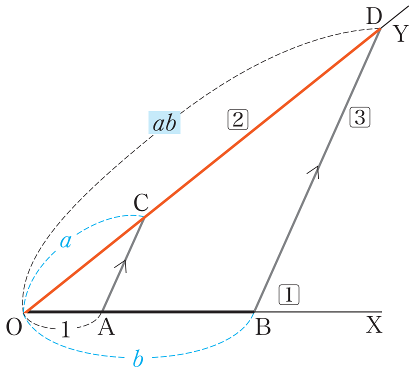


積の作図

[1] 半直線 OX を引き，$\mathrm{OA}=1$ となる点 A と，$\mathrm{OB}=b$ となる点 B をとる。

[2] 半直線 OY を引き，$\mathrm{OC}=a$ となる点 C をとる。

[3] 点 B を通り直線 AC に平行な直線を引き，OY との交点を D とする。



このとき，AC // BD であるから　　$\mathrm{OA}:\mathrm{OB}=\mathrm{OC}:\mathrm{OD}$

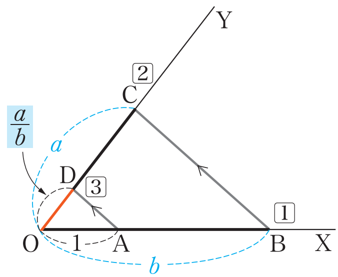
よって　　$1:b=a:\mathrm{OD}$　　　したがって　　$\mathrm{OD}=ab$

商の作図

[1] 半直線 OX を引き，$\mathrm{OA}=1$ となる点 A と，$\mathrm{OB}=b$ となる点 B をとる。

[2] 半直線 OY を引き，$\mathrm{OC}=a$ となる点 C をとる。

[3] 点 A を通り直線 BC に平行な直線を引き，OY との交点を D とする。



このとき，AD // BC であるから　　$\mathrm{OA}:\mathrm{OB}=\mathrm{OD}:\mathrm{OC}$

よって　　$1:b=\mathrm{OD}:a$　　　したがって　　$\mathrm{OD}=\dfrac{a}{b}$

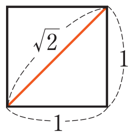
問 5　長さ 1 の線分が与えられたとして，長さ $\dfrac{3}{5}$ の線分を作図せよ。

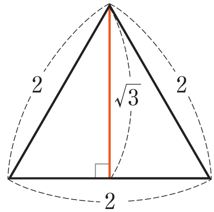
p.142 Training 12

平方根の作図

長さ1の線分が与えられたとき，1辺の長さが1の正方形を作図すれば，長さ $\sqrt{2}$ の線分が作図できる。

また，1辺の長さが2の正三角形を作図すれば，長さ $\sqrt{3}$ の線分が作図できる。





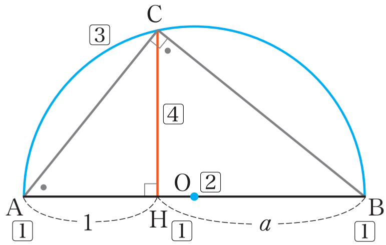
例 7　長さ1，a の2つの線分が与えられたとき，長さ $\sqrt{a}$ の線分を作図してみよう。

$\boxed{1}$　1つの直線上に $AH=1$，$HB=a$ となる3点A，H，Bをこの順にとる。

$\boxed{2}$　線分ABの中点Oをとる。

$\boxed{3}$　Oを中心とする半径OAの半円をかく。

$\boxed{4}$　点Hを通り線分ABに垂直な直線を引き，半円との交点をCとする。



このとき，△AHCと△CHBにおいて

$$\angle AHC = \angle CHB = 90^\circ, \quad \angle CAH = 90^\circ - \angle ACH = \angle BCH$$

であるから　　$\triangle AHC \backsim \triangle CHB$

よって　　$AH : CH = CH : BH$

したがって　　$CH^2 = AH \cdot BH = a$

$CH > 0$ より，$CH = \sqrt{a}$ である。

問 6　長さ1の線分が与えられたとして，例7にならって長さ $\sqrt{5}$ の線分を作図せよ。

p.142 Training 13　p.153 Level Up 7

Training トレーニング

11　線分 AB をかき，線分 AB を 2：3 に内分する点を作図によって示せ。

p.139

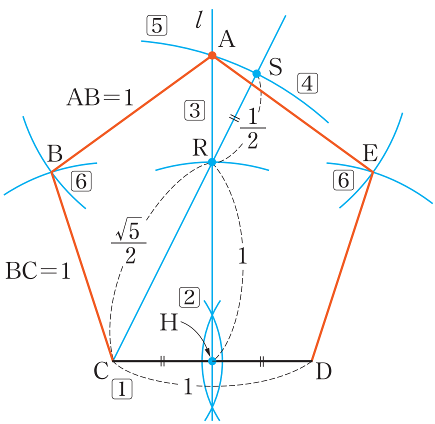
12　長さ 1 の線分が与えられたとして，長さ $\frac{4}{3}$ の線分を作図せよ。 p.140

13　長さ 1 の線分が与えられたとして，長さ $\sqrt{7}$ の線分を作図せよ。 p.141

数学のパノラマ　正五角形の作図

1 辺の長さが 1 である正五角形の対角線の長さは $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ である。

このことを用いて，正五角形を作図してみよう。



$\boxed{1}$　長さ 1 の線分 CD をかく。

$\boxed{2}$　CD の垂直二等分線 l を作図し，l と CD との交点をHとする。

$\boxed{3}$　l 上に $\mathrm{RH}=\mathrm{CD}=1$ となる点Rをとる。

$\boxed{4}$　半直線 CR 上に $\mathrm{RS}=\mathrm{CH}=\frac{1}{2}$ となる点Sをとる。

$\mathrm{CR}=\sqrt{\mathrm{CH}^2+\mathrm{HR}^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ より，$\mathrm{CS}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となる

$\boxed{5}$　点Cを中心として半径 CS の円をかき，l との交点を頂点Aとする。

$\boxed{6}$　2 点 A，C を中心とする半径 1 の円の交点を頂点Bとする。同様にして，頂点Eをとり，これらの頂点を結ぶと正五角形 ABCDE ができる。