

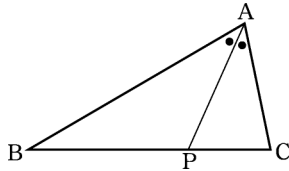
3 章・1 節 三角形と比

- ① 三角形と比
② 三角形の重心・外心・内心
③ 三角形の比の定理

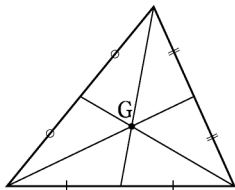
1 次の□をうめよ。図

- (1) $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と対辺 BC との交点を P とするとき

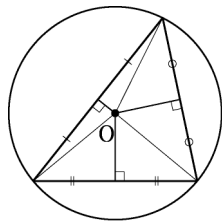
$BP:PC = \square{AB}:\square{AC}$ …①
が成り立つ。



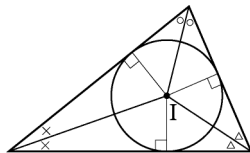
- (2) 三角形の頂点と対辺の中点を結んだ線分を□中線□という。3 本の中線は 1 点で交わる。この交点を、その三角形の□重心□という。この交点は、それぞれの中線を□2□:□1□に内分する。



- (3) 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の□外接円□といい、その中心を三角形の□外心□という。

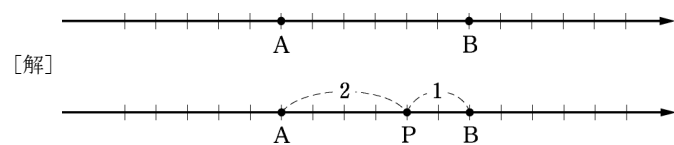


- (4) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の□内接円□といい、その中心を三角形の□内心□という。

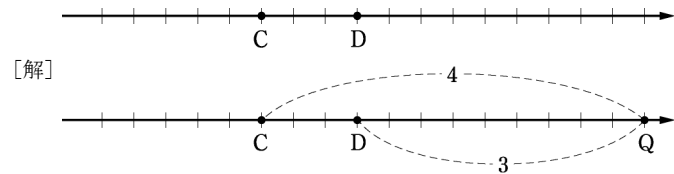


2 次の(1)~(3)の点を図示せよ。図

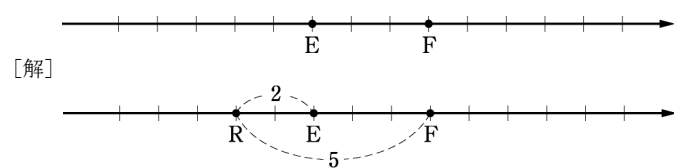
- (1) 線分 AB を $2:1$ に内分する点 P



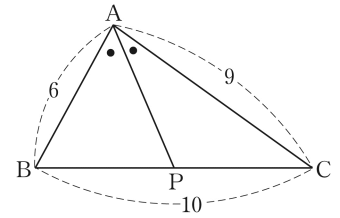
- (2) 線分 CD を $4:3$ に外分する点 Q



- (3) 線分 EF を $2:5$ に外分する点 R



- 3 $\triangle ABC$ において、辺 AB , BC , CA の長さをそれぞれ 6 , 10 , 9 とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を P とするとき、 BP , PC の長さをそれぞれ求めよ。図

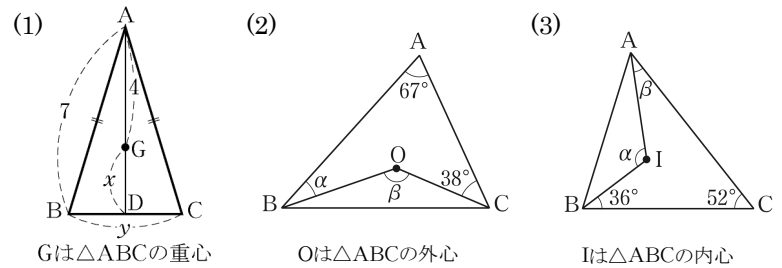


[解] $BP=x$ とおくと

$$x:(10-x)=6:9 \quad 9x=6(10-x) \quad x=4$$

したがって $BP=4$, $PC=10-4=6$

4 次の図において、 x , y , 角 α , 角 β を求めよ。図



[解] (1) $AG:GD=2:1$ より $4:GD=2:1$ $GD=2$

$AD=4+2=6$, $\angle ADB=90^\circ$ であるから

$\triangle ABD$ に三平方の定理を用いて $BD^2=7^2-6^2=13$

$BD>0$ より $BD=\sqrt{13}$ よって $BC=2\sqrt{13}$

したがって $x=2$, $y=2\sqrt{13}$

(2) O は $\triangle ABC$ の外心であるから、円周角の定理により

$\angle BOC=\angle BAC \times 2=67^\circ \times 2=134^\circ$

また、 $AO=BO=CO$ より $\angle OAC=\angle OCA=38^\circ$

$\angle OBA=\angle OAB=67^\circ-38^\circ=29^\circ$

したがって $\alpha=29^\circ$, $\beta=134^\circ$

(3) AI , BI はそれぞれ $\angle A$, $\angle B$ の二等分線であるから

$\angle ABC=36^\circ \times 2=72^\circ$

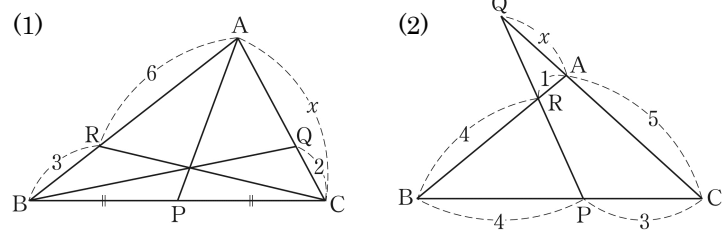
$\angle BAC=180^\circ-(72^\circ+52^\circ)=56^\circ$

$\angle IAC=56^\circ \times \frac{1}{2}=28^\circ$

$\angle AIB=180^\circ-(28^\circ+36^\circ)=116^\circ$

したがって $\alpha=116^\circ$, $\beta=28^\circ$

5 下の図で、 x を求めよ。図



[解] (1) チェバの定理により

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1 \quad \text{であるから} \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{x-2} \cdot \frac{6}{3} = 1$$

したがって $x=6$

(2) メネラウスの定理により

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1 \quad \text{であるから} \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{x+5}{x} \cdot \frac{1}{4} = 1$$

よって $x+5=3x$

したがって $x=\frac{5}{2}$