組		名　前

3 章・1 節　三角形と比

① 三角形と比
② 三角形の重心・外心・内心
③ 三角形の比の定理

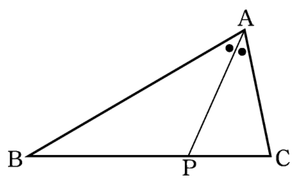
1

次の□をうめよ。知

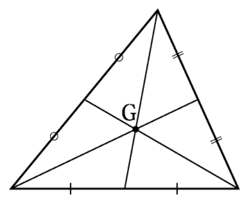
(1) △ABC の∠A の二等分線と対辺BC との交点をP とするとき

BP:PC＝□:□　…①

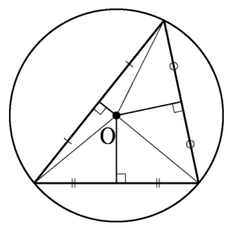
が成り立つ。



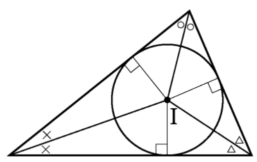
(2) 三角形の頂点と対辺の中点を結んだ線分を□という。3 本の中線は 1 点で交わる。この交点を，その三角形の□という。この交点は，それぞれの中線を□:□に内分する。



(3) 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の□といい，その中心を三角形の□という。



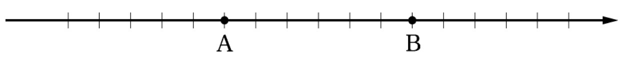
(4) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の□といい，その中心を三角形の□という。



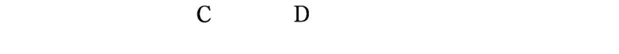
2

次の(1)〜(3)の点を図示せよ。技

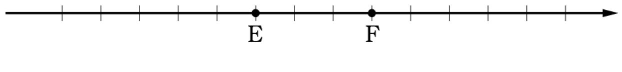
(1) 線分AB を2 : 1 に内分する点P



(2) 線分CD を4 : 3 に外分する点Q

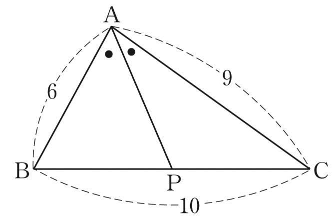


(3) 線分EF を2 : 5 に外分する点R



3

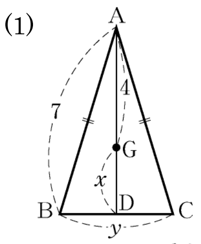
△ABC において，辺AB，BC，CA の長さをそれぞれ6，10，9 とする。∠A の二等分線と辺BC との交点をP とするとき，BP，PC の長さをそれぞれ求めよ。技



4

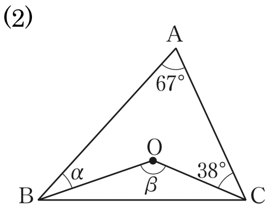
次の図において，x，y，角α，角β を求めよ。技

(1)



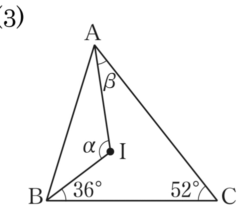
Gは△ABCの重心

(2)



Oは△ABCの外心

(3)

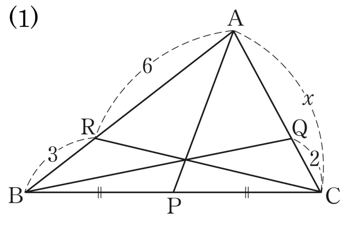


Iは△ABCの内心

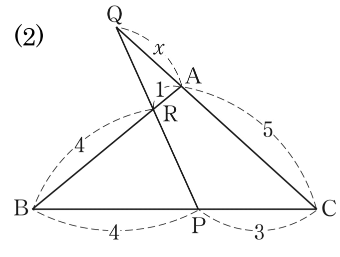
5

下の図で，x を求めよ。技

(1)



(2)



3章・2節　円の性質

組	番号	名　　前

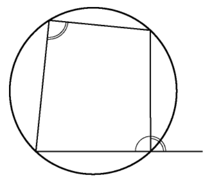
①　円周角の定理

②　円に内接する四角形

③　円と接線

1　次の［　　］をうめよ。知

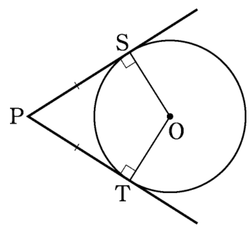
(1)　四角形の４つの頂点が１つの円周上にあるとき，その四角形は円に［　　］という。



(2)　円に内接する四角形では，対角の和は［　　］である。

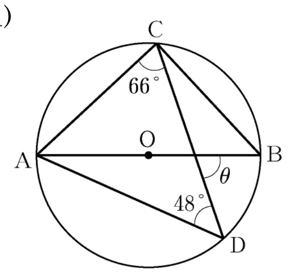
(3)　円に内接する四角形では，外角は，それと隣り合う内角の［　　］に等しい。

(4)　直線と円がただ１点を共有するとき，この直線は円に［　　］といい，この直線を円の［　　］，その共有点を［　　］という。

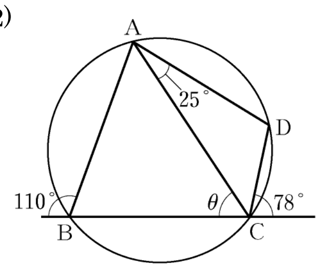


2　下の図で，角θを求めよ。ただし，O は円の中心である。技

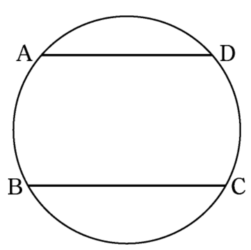
(1)



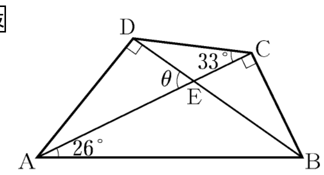
(2)



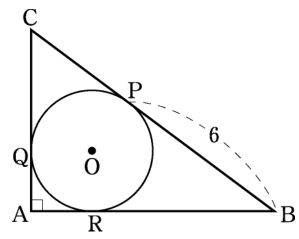
3　右の図のように，円周上に４点A, B, C, D をAD//BC となるようにとる。
このとき，弧AB の長さと弧CD の長さは等しいことを示せ。考



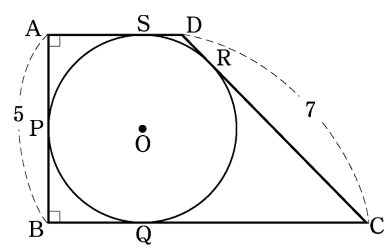
4　右の図において，角θを求めよ。技



5　右の図で，円O は直角三角形ABC の内接円で，P，Q，R は接点である。BP＝6，円O の半径が2 のとき，△ABC の面積を求めよ。技



6　右の図のように台形ABCD に円O が内接している。
∠BAD ＝∠ABC＝90°,
AB＝5, CD＝7
のとき，この台形の面積を求めよ。技



3章・2節　円の性質

④　接線と弦のつくる角
⑤　方べきの定理
⑥　2つの円

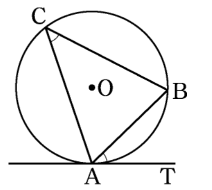
組	番号	名　　前

1　次の□をうめよ。知

(1)　右の図のように，点A における円O の接線をAT，A を通る弦をAB とするとき

　　∠BAT＝∠□

が成り立つ。



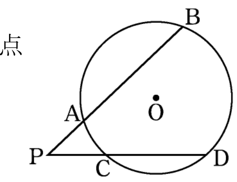
一般に，円の接線とその接点を通る弦のつくる角は，その角の内部にある弧に対する□に等しい。

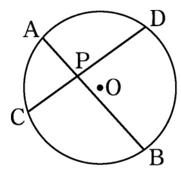
(2)　点P を通る2直線が，円O とそれぞれ2点A，B と2点C，D で交わるとき

　　PA・□＝□・PD

が成り立つ。

これを□の定理という。

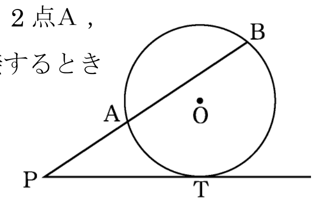




(3)　点P を通る2直線の一方が円O と2点A，B で交わり，もう一方が点T で接するとき

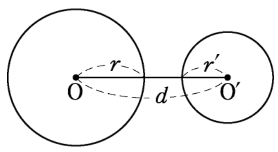
　　PA・PB＝□

が成り立つ。



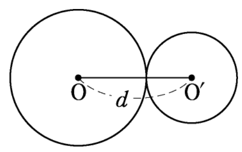
(4)　2つの円の位置関係は，それらの円の半径r，r' と中心間の距離d との関係で定まる。ただし，$r>r'$ とする。

①　$r+r'$□d



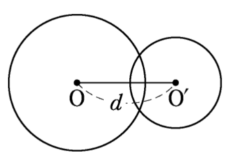
互いに外部にある

②　□$=d$



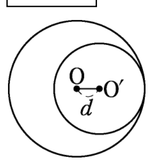
外接する

③　$r-r'<d<r+r'$



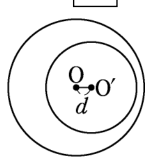
2点で交わる

④　□$=d$



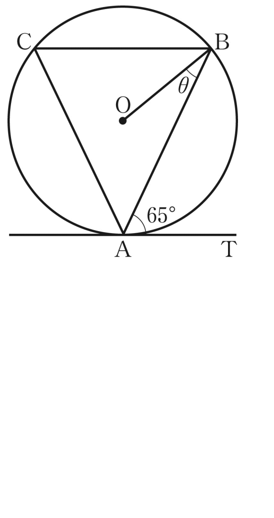
内接する

⑤　$r-r'$□d

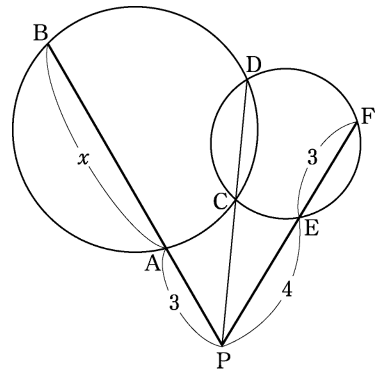


一方が他方を含む

2　右の図で，AT は円O の接線，A は接点である。角θ を求めよ。技

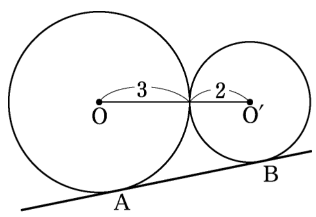


3　右の図で，x を求めよ。技

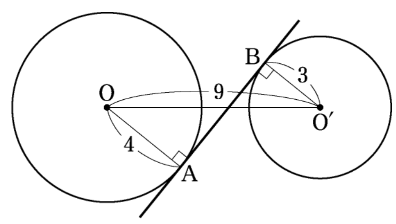


4　下の図で，直線AB は2つの円O，O′ の共通接線，A，B は接点である。このとき，線分AB の長さを求めよ。技

(1)



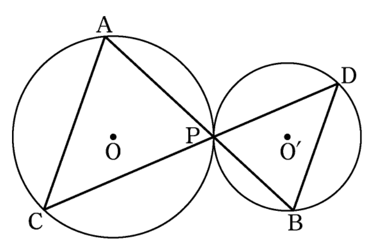
(2)



5　右の図で，円O と円O′ は点P で外接している。P を通る2本の直線がそれぞれの円と点A，B およびC，D で交わるとき

　　△PAC∽△PBD

となることを証明せよ。考



3章・1節　三角形と比

組		名　　前

① 三角形と比

② 三角形の重心・外心・内心

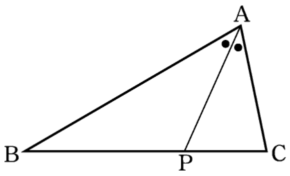
③ 三角形の比の定理

1 次の$\boxed{}$をうめよ。知

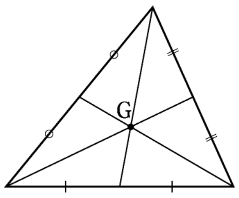
(1) △ABC の∠A の二等分線と対辺BC との交点をP とするとき

BP:PC＝$\boxed{\text{AB}}$:$\boxed{\text{AC}}$ …①

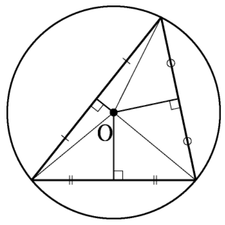
が成り立つ。



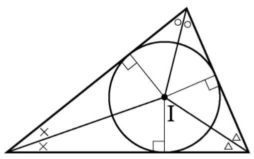
(2) 三角形の頂点と対辺の中点を結んだ線分を$\boxed{\text{中線}}$という。3 本の中線は 1 点で交わる。この交点を，その三角形の$\boxed{\text{重心}}$という。この交点は，それぞれの中線を$\boxed{2}$:$\boxed{1}$ に内分する。



(3) 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の$\boxed{\text{外接円}}$といい，その中心を三角形の$\boxed{\text{外心}}$という。

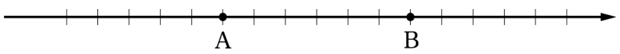


(4) 三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の$\boxed{\text{内接円}}$といい，その中心を三角形の$\boxed{\text{内心}}$という。

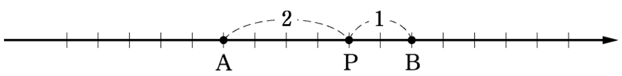


2 次の(1)～(3)の点を図示せよ。技

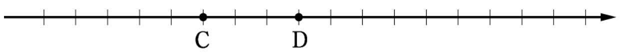
(1) 線分AB を2:1 に内分する点P



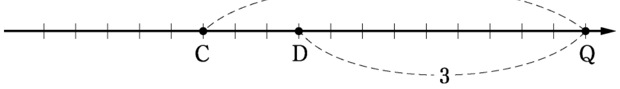
［解］



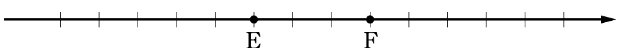
(2) 線分CD を4:3 に外分する点Q



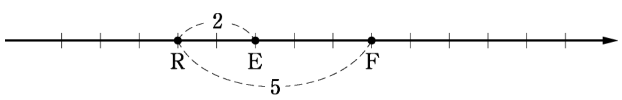
［解］



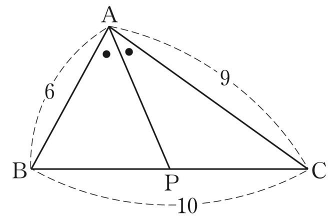
(3) 線分EF を2:5 に外分する点R



［解］



3 △ABC において，辺AB，BC，CA の長さをそれぞれ6，10，9 とする。∠A の二等分線と辺BC との交点をP とするとき，BP，PC の長さをそれぞれ求めよ。技



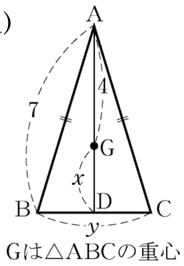
［解］　BP＝x とおくと

$x:(10-x)=6:9$　　$9x=6(10-x)$　　$x=4$

したがって　　BP＝**4**，PC＝10－4＝**6**

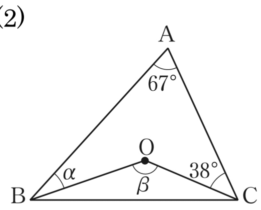
4 次の図において，x，y，角α，角β を求めよ。技

(1)



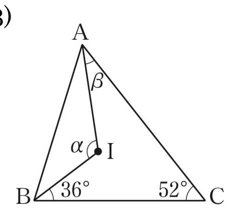
Gは△ABCの重心

(2)



Oは△ABCの外心

(3)



Iは△ABCの内心

［解］ (1) AG：GD＝2：1 より　4：GD＝2：1　GD＝2

AD＝4＋2＝6，∠ADB＝90°であるから

△ABD に三平方の定理を用いて　$BD^2=7^2-6^2=13$

BD＞0 より　BD＝$\sqrt{13}$　よって　BC＝$2\sqrt{13}$

したがって　x＝**2**，y＝$\mathbf{2\sqrt{13}}$

(2) O は△ABC の外心であるから，円周角の定理により

∠BOC＝∠BAC×2＝67°×2＝134°

また，AO＝BO＝CO より　∠OAC＝∠OCA＝38°

∠OBA＝∠OAB＝67°－38°＝29°

したがって　α＝**29°**，β＝**134°**

(3) AI，BI はそれぞれ∠A，∠B の二等分線であるから

∠ABC＝36°×2＝72°

∠BAC＝180°－(72°＋52°)＝56°

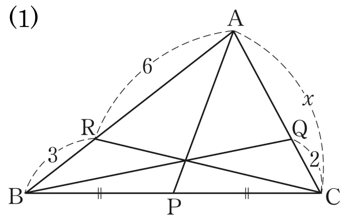
∠IAC＝56°×$\frac{1}{2}$＝28°

∠AIB＝180°－(28°＋36°)＝116°

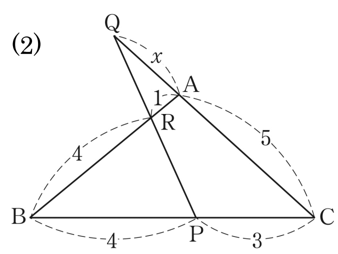
したがって　α＝**116°**，β＝**28°**

5 下の図で，x を求めよ。技

(1)



(2)



［解］ (1) チェバの定理により

$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$　であるから　$\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{x-2}\cdot\frac{6}{3}=1$

したがって　x＝**6**

(2) メネラウスの定理により

$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$　であるから　$\frac{4}{3}\cdot\frac{x+5}{x}\cdot\frac{1}{4}=1$

よって　$x+5=3x$

したがって　$x=\mathbf{\frac{5}{2}}$

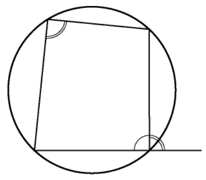
組	番号	名　　前

3 章・2 節　円の性質

①　円周角の定理
②　円に内接する四角形
③　円と接線

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

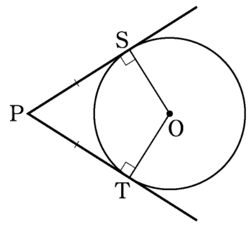
(1)　四角形の 4 つの頂点が 1 つの円周上にあるとき，その四角形は円に$\boxed{\text{内接する}}$という。



(2)　円に内接する四角形では，対角の和は$\boxed{180^\circ}$である。

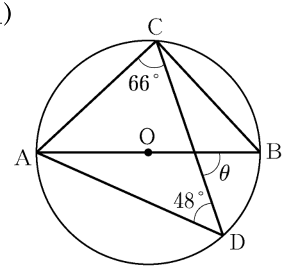
(3)　円に内接する四角形では，外角は，それと隣り合う内角の$\boxed{\text{対角}}$に等しい。

(4)　直線と円がただ 1 点を共有するとき，この直線は円に$\boxed{\text{接する}}$といい，この直線を円の$\boxed{\text{接線}}$，その共有点を$\boxed{\text{接点}}$という。



2　下の図で，角θ を求めよ。ただし，O は円の中心である。技

(1)



［解］　AB は直径であるから　∠ACB＝90°

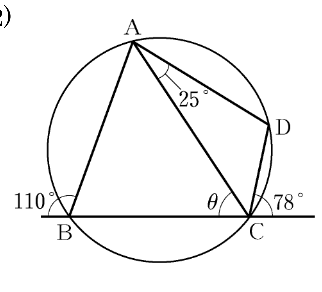
∠DCB＝90°－66°＝24°

∠ABC＝∠ADC＝48°

したがって　θ＝24°＋48°

＝**72°**

(2)



［解］　∠ABC＝180°－110°＝70°

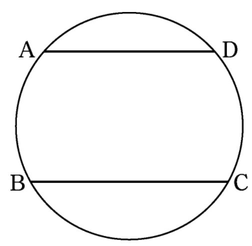
∠BAD＝78° より

∠BAC＝78°－25°＝53°

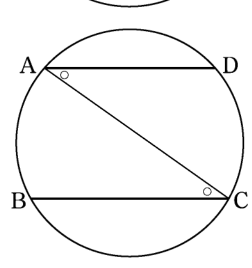
したがって　θ＝180°－(70°＋53°)

＝**57°**

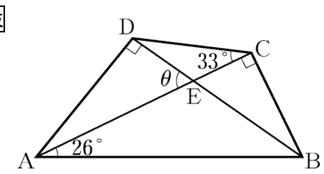
3　右の図のように，円周上に 4 点 A, B, C, D を AD//BC となるようにとる。
このとき，弧AB の長さと弧CD の長さは等しいことを示せ。考



［解］　A とC を結ぶと，AD//BC より
錯角が等しいから　∠ACB＝∠CAD
弧AB に対する円周角と弧CD に対する
円周角が等しいから，弧AB の長さと弧
CD の長さは等しい。



4　右の図において，角θ を求めよ。技



［解］　∠ACB＝∠ADB＝90°

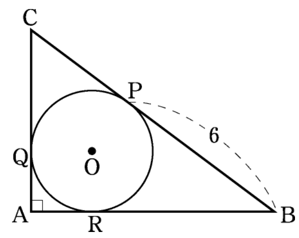
よって，点C, D はAB を直径とする
同一円周上にある。

したがって　∠BDC＝∠BAC＝26°

角θ は△CED の頂点 E における外角
であるから

θ＝26°＋33°＝**59°**

5　右の図で，円O は直角三角形ABC の内接円で，P，Q，R は接点である。BP＝6，円O の半径が2 のとき，△ABC の面積を求めよ。技



［解］　CP＝CQ＝x とおく。

AB＝2＋6＝8，AC＝2＋x，

BC＝6＋x であるから，

△ABC に三平方の定理を用いて

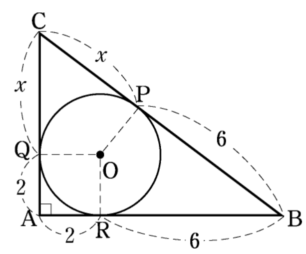
$8^2+(2+x)^2=(6+x)^2$

$8x=32$

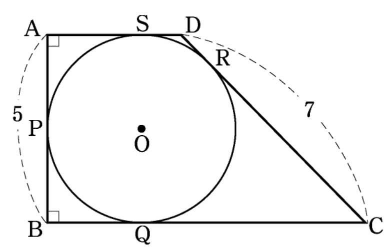
$x=4$

したがって，求める面積は

$\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6=$**24**



6　右の図のように台形ABCD に円O が内接している。
∠BAD ＝∠ABC＝90°，
AB＝5, CD＝7
のとき，この台形の面積を求めよ。技



［解］　AP＝AS，BP＝BQ，CQ＝CR，DR＝DS となる。

したがって

AD＋BC＝(AS＋DS)＋(BQ＋CQ)

＝(AP＋DR)＋(BP＋CR)

＝(AP＋BP)＋(CR＋DR)

＝AB＋CD

＝5＋7＝12

よって，求める面積は　$\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 5=$**30**

3章・2節　円の性質

④　接線と弦のつくる角

⑤　方べきの定理

⑥　2つの円

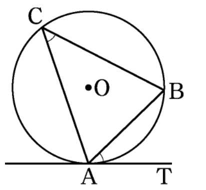
組	番号	名　　前

1 次の□をうめよ。知

(1) 右の図のように，点A における円O の接線をAT，A を通る弦をAB とするとき

$\angle BAT = \angle$ $\boxed{ACB}$

が成り立つ。



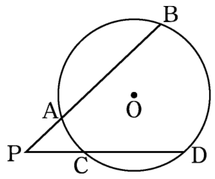
一般に，円の接線とその接点を通る弦のつくる角は，その角の内部にある弧に対する $\boxed{\text{円周角}}$ に等しい。

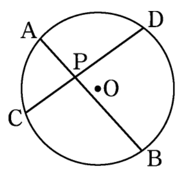
(2) 点P を通る2直線が，円O とそれぞれ2点A，B と2点C，D で交わるとき

$PA \cdot \boxed{PB} = \boxed{PC} \cdot PD$

が成り立つ。

これを $\boxed{\text{方べき}}$ の定理という。

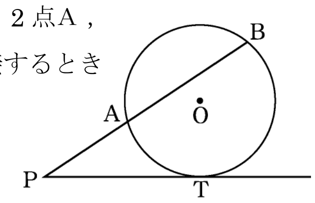




(3) 点P を通る2直線の一方が円O と2点A，B で交わり，もう一方が点T で接するとき

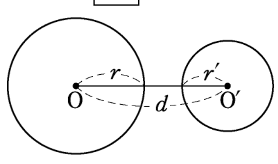
$PA \cdot PB = \boxed{PT^2}$

が成り立つ。

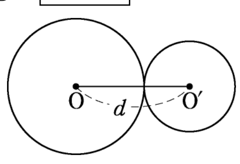


(4) 2つの円の位置関係は，それらの円の半径 r, r' と中心間の距離 d との関係で定まる。ただし，$r > r'$ とする。

① $r + r'$ $\boxed{<}$ d　　② $\boxed{r+r'} = d$

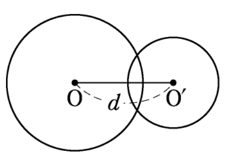


互いに外部にある

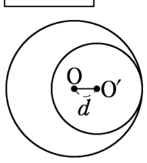


外接する

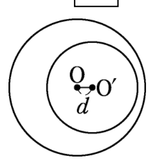
③ $r - r' < d < r + r'$　④ $\boxed{r-r'} = d$　⑤ $r - r'$ $\boxed{>}$ d



2点で交わる

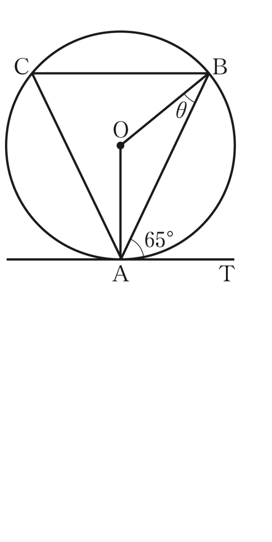


内接する



一方が他方を含む

2 右の図で，AT は円O の接線，A は接点である。角 θ を求めよ。技



［解］　接線と弦のつくる角の定理より

$\angle ACB = \angle BAT = 65°$

弧AB に対する円周角と中心角の関係から

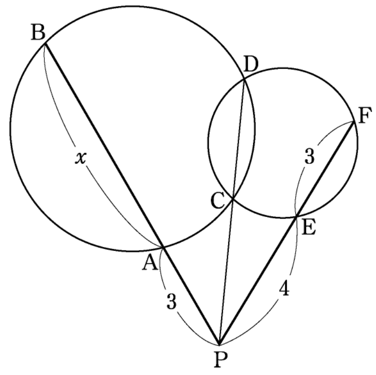
$\angle AOB = 2 \times 65° = 130°$

OA＝OB より $\angle OAB = \angle OBA$

したがって　$\theta = (180° - 130°) \times \frac{1}{2}$

$= \mathbf{25°}$

3 右の図で，x を求めよ。技



［解］　方べきの定理により

$PC \cdot PD = 3(3 + x)$

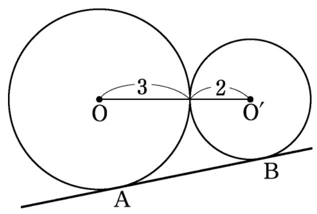
$PC \cdot PD = 4 \cdot (4 + 3)$

よって　$3(3 + x) = 4 \cdot 7$

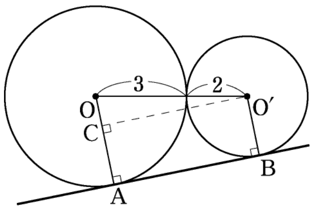
$x = \mathbf{\frac{19}{3}}$

4 下の図で，直線AB は2つの円O，O′ の共通接線，A，B は接点である。このとき，線分AB の長さを求めよ。技

(1)



［解］



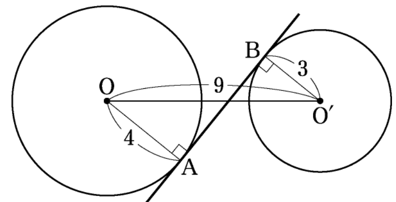
$AB^2 = CO'^2$

$= (3+2)^2 - (3-2)^2$

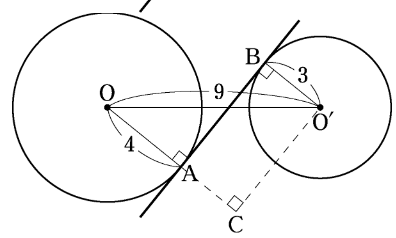
$= 24$

$AB > 0$ より　$AB = \mathbf{2\sqrt{6}}$

(2)



［解］



$AB^2 = CO'^2$

$= 9^2 - (4+3)^2$

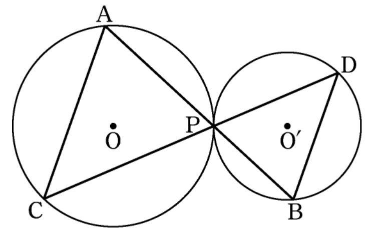
$= 32$

$AB > 0$ より　$AB = \mathbf{4\sqrt{2}}$

5 右の図で，円O と円O′ は点P で外接している。P を通る2本の直線がそれぞれの円と点A，B およびC，D で交わるとき

△PAC∽△PBD

となることを証明せよ。考



［解］　△PAC と△PBD において

∠APC＝∠BPD　…①

P を通る共通接線TPT′ を引くと，接線と弦のつくる角の定理により

∠ACP＝∠APT

∠BDP＝∠BPT′

ここで，∠APT＝∠BPT′

であるから

∠ACP＝∠BDP　…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから

△PAC∽△PBD