3章・1節　三角形の性質

組	番号	名　　前

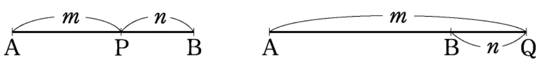
①　三角形と比

②　三角形の重心・外心・垂心・内心

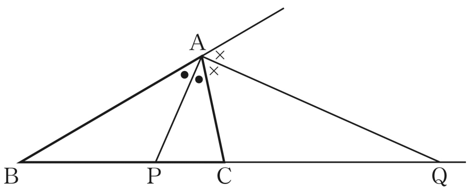
③　三角形の比の定理

1　次の□をうめよ。知

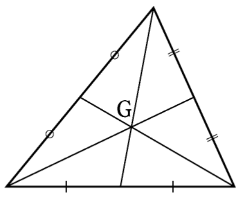
(1)　線分AB 上に点 P があり，AP : PB＝m : n が成り立つとき，P はAB をm : n に□するという。また，線分AB の延長上に点Q があり，AQ : QB＝m : n が成り立つとき，Q はAB をm : n に□するという。



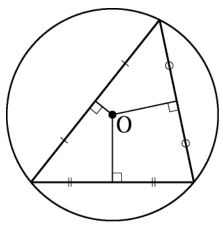
(2)　△ABC の∠A の二等分線と対辺 BC との交点をP とすると，BP : PC＝□:□　…① が成り立つ。
また，頂点 A における外角の二等分線と対辺 BC の延長との交点を Q とすると，BQ : QC＝□:□　…② が成り立つ。
逆に，辺 BC を AB : AC に内分，外分する点をそれぞれ P, Q とすると，AP，AQ は頂点 A における内角，外角を□する。



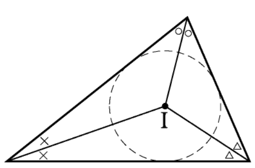
(3)　三角形の頂点と対辺の中点を結んだ線分を□という。3 本の中線は 1 点で交わる。その交点を□といい，それぞれの中線を□に内分する。



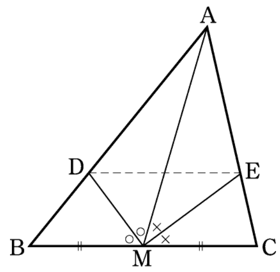
(4)　三角形の3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の□といい，その中心を三角形の□という。



(5)　三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 辺から等距離にあるので，この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の□といい，その中心を三角形の□という。

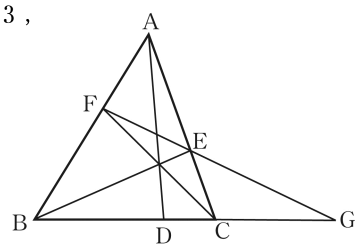


2　△ABC の辺 BC の中点を M とし，∠AMB, ∠AMC の二等分線と辺 AB，AC との交点をそれぞれ D, E とする。
DE＝4, BC＝6 とするとき，AM を求めよ。技



3　直角二等辺三角形に内接する円の半径が 1 であるとき，外接円の半径を求めよ。技

4　右の図において，AF : FB ＝ 2 : 3，BD : DC ＝ 5 : 2 とする。
次の比を求めよ。技



(1)　AE : EC

(2)　BG : GC

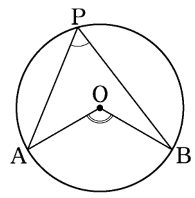
組	番号	名　　前

3 章・2 節　円の性質

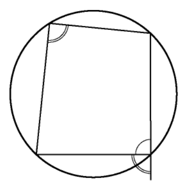
①　円周角の定理
②　円に内接する四角形
③　接線と弦のつくる角

1　次の$\boxed{\quad}$をうめよ。知

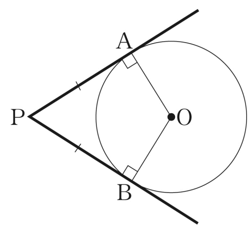
(1)　円 O の円周上の 2 点A，B と中心 O を結んでできる∠AOB を弧 AB に対する$\boxed{\quad}$といい，弧 AB の反対側の弧の上に点 P をとってできる∠APB を弧AB に対する$\boxed{\quad}$という。



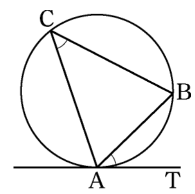
(2)　四角形の 4 頂点が 1 つの円周上にあるとき，その四角形は円に$\boxed{\quad}$するという。このとき，
　① 対角の和は$\boxed{\quad}$である。
　② 外角は，それに隣り合う内角の$\boxed{\quad}$に等しい。
逆に，上の①，②のいずれかが成り立つ四角形は円に内接する。



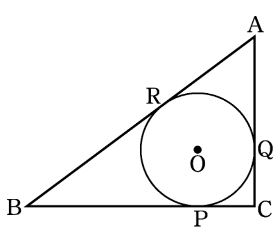
(3)　直線と円がただ 1 点を共有するとき，この直線は円に$\boxed{\quad}$といい，この直線を円の$\boxed{\quad}$，この共有点を$\boxed{\quad}$という。円の外部の 1 点 P からは$\boxed{\quad}$本の接線が引けて，点 P から 2 つの接点 A，B までの距離 PA，PB は等しい。この距離を$\boxed{\quad}$という。



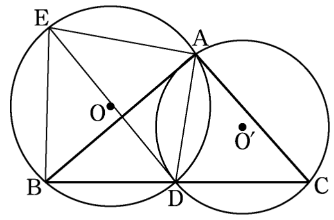
(4)　円の接線とその接点を通る弦のつくる角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。
すなわち
　∠BAT＝$\boxed{\quad}$



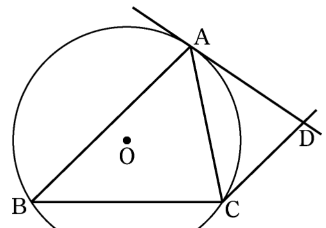
2　右の図で，円 O は △ABC の内接円で P，Q，R は接点である。
　AB＝5，BC＝4，CA＝3
であるとき，AR＋BP＋CQ の長さを求めよ。技



3　右の図のように △ABC の辺 BC 上に点 D をとる。
このとき，円 O，O′ はそれぞれ △ABD と △ACD の外接円である。
また，点 D における円 O′ の接線と円 O の交点を E とする。
△ABE ∽ △ACD であることを示せ。考

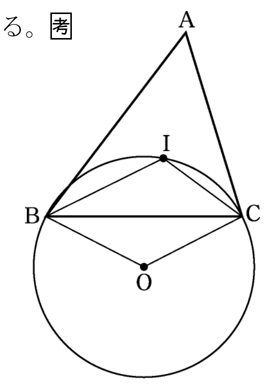


4　円 O は△ABC の外接円で，頂点 A における円 O の接線を引く。
また，C から辺 AB に平行な直線を引き，この接線との交点を D とする。
AB＝7，BC＝6，CA＝5 のとき，AD の長さを求めよ。技



5　△ABC の内心を I，△IBC の外心を O とする。考

(1)　∠BOI＝∠BCA を示せ。



(2)　四角形ABOC が円に内接することを示せ。

組	番号	名　　前

3章・2節　円の性質

④　方べきの定理
⑤　2つの円

1　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。知

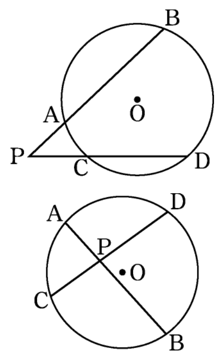
(1)　点Pを通る2直線が，円Oとそれぞれ2点A，Bと2点C，Dで交わるとき

PA･PB＝$\boxed{\quad}$・$\boxed{\quad}$　…①

が成り立つ。

これを$\boxed{\quad\quad}$の定理という。

逆に，2つの線分AB，CD，またはそれぞれの延長が1点Pで交わっているとき，①の式が成り立つならば，4点A，B，C，Dは同一円周上にある。



(2)　2つの円の位置関係はそれらの円の半径r，r'と中心間の距離dとの関係で定まる。ただし，$r > r'$とする。

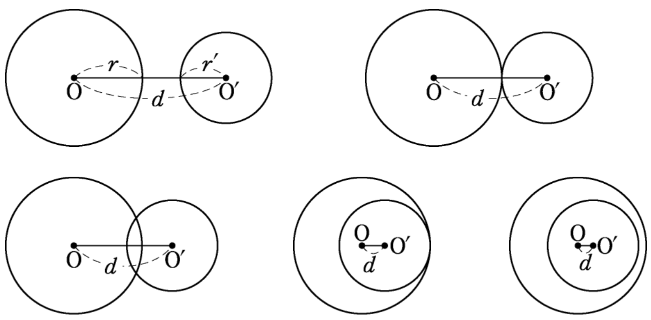
①　$r+r'$ $\boxed{\quad}$ dのとき，互いに外部にある。

②　$\boxed{\quad\quad}$ $= d$のとき，外接する。

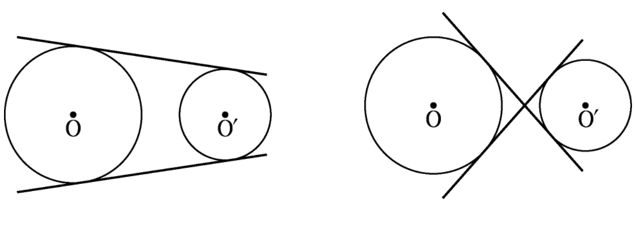
③　$r-r' < d < r+r'$のとき，2点で交わる。

④　$\boxed{\quad\quad}$ $= d$のとき，内接する。

⑤　$r-r'$ $\boxed{\quad}$ dのとき，一方が他方を含む。

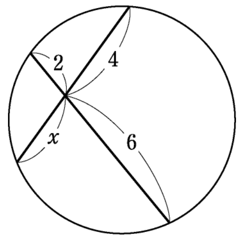


(3)　1本の直線が2つの円の両方の接線となることがある。このような接線を2円の$\boxed{\quad\quad}$という。接線に対して同じ側に2円がある$\boxed{\quad\quad}$と，反対側に2円がある$\boxed{\quad\quad}$の2種類がある。

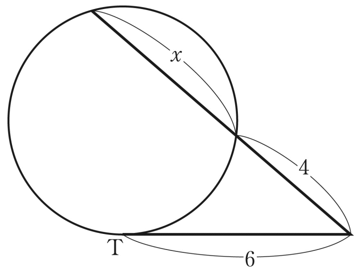


2　次の図で，xを求めよ。ただし，Tは接点とする。技

(1)

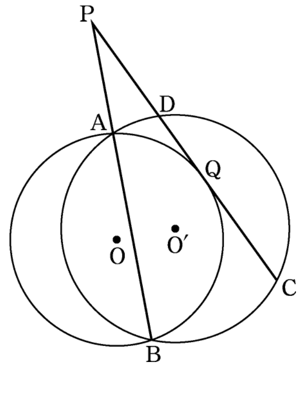


(2)



3　1辺の長さが2の正方形ABCDの頂点Aを中心に半径1の円Aがあり，頂点Cを中心に半径rの円Cがある。円Aが円Cに内接するときのrの値を求めよ。技

4　右の図で，PCは円Oの接線，点Qは接点，PD＝3，DQ＝2のとき，QCを求めよ。技



3章・1節　三角形の性質

組	番号	名　　前

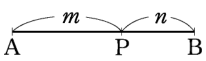
①　三角形と比

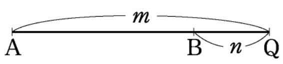
②　三角形の重心・外心・垂心・内心

③　三角形の比の定理

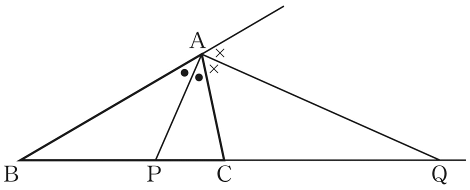
1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　線分AB 上に点Ｐがあり，AP : PB＝m : n が成り立つとき，Ｐ はAB をm : n に$\boxed{\text{内分}}$するという。また，線分AB の延長上に点Q があり，AQ : QB＝m : n が成り立つとき，Q はAB をm : n に$\boxed{\text{外分}}$するという。

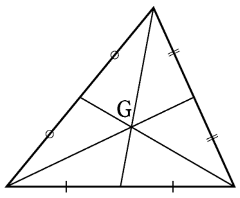




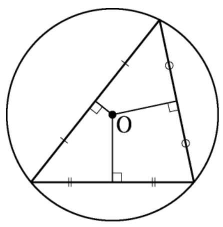
(2)　△ABC の∠A の二等分線と対辺 BC との交点をPとすると，BP : PC＝$\boxed{\textbf{AB}}$: $\boxed{\textbf{AC}}$　…① が成り立つ。
また，頂点 A における外角の二等分線と対辺 BC の延長との交点を Q とすると，BQ : QC＝$\boxed{\textbf{AB}}$: $\boxed{\textbf{AC}}$　…② が成り立つ。
逆に，辺 BC を AB : AC に内分，外分する点をそれぞれ P, Q とすると，AP, AQ は頂点 A における内角，外角を$\boxed{\textbf{2 等分}}$する。



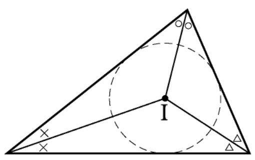
(3)　三角形の頂点と対辺の中点を結んだ線分を$\boxed{\text{中線}}$という。3 本の中線は 1 点で交わる。その交点を$\boxed{\text{重心}}$といい，それぞれの中線を$\boxed{\textbf{2 : 1}}$ に内分する。



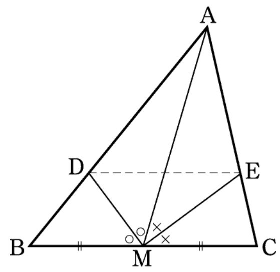
(4)　三角形の3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この点を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。この円を三角形の$\boxed{\text{外接円}}$といい，その中心を三角形の$\boxed{\text{外心}}$という。



(5)　三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わる。この点は 3 辺から等距離にあるので，この点を中心として 3 辺に接する円をかくことができる。この円を三角形の$\boxed{\text{内接円}}$といい，その中心を三角形の$\boxed{\text{内心}}$という。



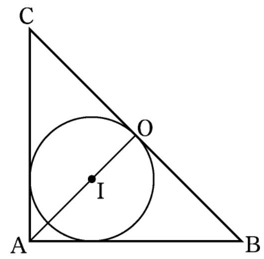
2　△ABC の辺 BC の中点を M とし，∠AMB, ∠AMC の二等分線と辺 AB，AC との交点をそれぞれ D, E とする。
DE＝4, BC＝6 とするとき，AM を求めよ。技



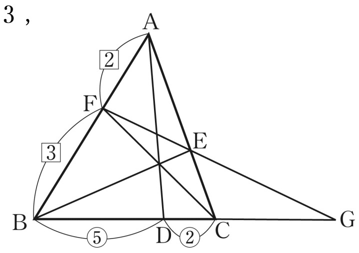
［解］　条件より AD : DB＝AM : BM
AE : EC＝AM : CM
BM＝CM であるから
AD : DB＝AE : EC
したがって　DE // BC
AB : AD＝BC : DE＝6 : 4＝3 : 2
よって　AM : BM＝AD : DB＝2 : 1
BM＝3 であるから　AM＝**6**

3　直角二等辺三角形に内接する円の半径が 1 であるとき，外接円の半径を求めよ。技

［解］　右の図のように直角二等辺三角形の頂点を A ,B ,C，内心をＩ，外心を O とすると，
O は BC の中点となる。
外接円の半径 AO を求めると
AO＝AI＋IO＝$\sqrt{2}+1$
したがって，外接円の半径は　$\boldsymbol{\sqrt{2}+1}$



4　右の図において，AF : FB ＝ 2 : 3，BD : DC ＝ 5 : 2 とする。
次の比を求めよ。技



(1)　AE : EC

［解］　△ABC について，
チェバの定理を用いると，

$$\frac{5}{2}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{2}{3}=1$$

よって　$\dfrac{CE}{EA}=\dfrac{3}{5}$

したがって　AE : EC＝**5 : 3**

(2)　BG : GC

［解］　△ABC と直線FG でメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BG}{GC}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}=1$$

よって　$\dfrac{BG}{GC}=\dfrac{5}{2}$

したがって　BG : GC＝**5 : 2**

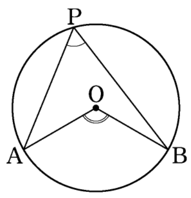
組	番号	名　前

3章・2節　円の性質

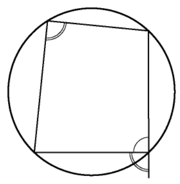
①　円周角の定理
②　円に内接する四角形
③　接線と弦のつくる角

1　次の$\boxed{}$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1)　円Oの円周上の2点A，Bと中心Oを結んでできる∠AOBを弧ABに対する$\boxed{\text{中心角}}$といい，弧ABの反対側の弧の上に点Pをとってできる∠APBを弧ABに対する$\boxed{\text{円周角}}$という。



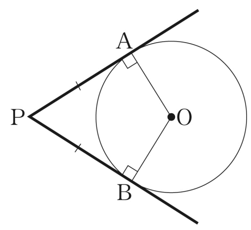
(2)　四角形の4頂点が1つの円周上にあるとき，その四角形は円に$\boxed{\text{内接}}$するという。このとき，



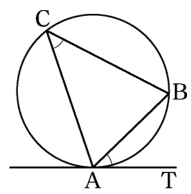
　① 対角の和は$\boxed{180^\circ}$である。
　② 外角は，それに隣り合う内角の$\boxed{\text{対角}}$に等しい。

逆に，上の①，②のいずれかが成り立つ四角形は円に内接する。

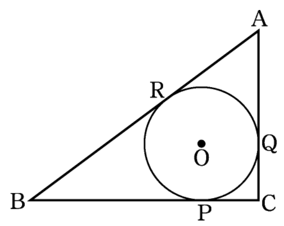
(3)　直線と円がただ1点を共有するとき，この直線は円に$\boxed{\text{接する}}$といい，この直線を円の$\boxed{\text{接線}}$，この共有点を$\boxed{\text{接点}}$という。円の外部の1点Pからは$\boxed{2}$本の接線が引けて，点Pから2つの接点A，Bまでの距離PA，PBは等しい。この距離を$\boxed{\text{接線の長さ}}$という。



(4)　円の接線とその接点を通る弦のつくる角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。
すなわち
　　∠BAT＝$\boxed{\angle\text{ACB}}$

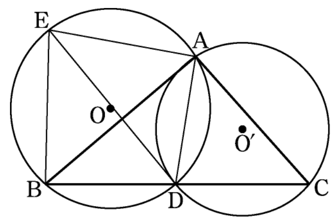


2　右の図で，円Oは△ABCの内接円でP，Q，Rは接点である。
　AB＝5，BC＝4，CA＝3
であるとき，AR＋BP＋CQの長さを求めよ。$\boxed{\text{技}}$



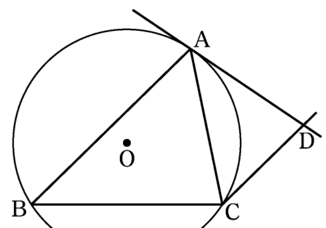
［解］　AB＋BC＋CA＝AR＋BR＋BP＋CP＋CQ＋AQ
　ここで，AR＝AQ，BR＝BP，CQ＝CP　であるから
　　AB＋BC＋CA＝2(AR＋BP＋CQ)
　よって　　AR＋BP＋CQ＝$\frac{1}{2}$(5＋4＋3)＝**6**

3　右の図のように△ABCの辺BC上に点Dをとる。
このとき，円O，O′はそれぞれ△ABDと△ACDの外接円である。
また，点Dにおける円O′の接線と円Oの交点をEとする。
△ABE∽△ACDであることを示せ。$\boxed{\text{考}}$



［証明］　DEは円O′の接線であるから　　∠ADE＝∠ACD
　また，円Oで弧AEの円周角は等しいから　　∠ADE＝∠ABE
　よって　　∠ABE＝∠ACD　　…①
　四角形AEBDは円に内接するから　　∠AEB＝∠ADC　　…②
　①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから
　　　△ABE∽△ACD

4　円Oは△ABCの外接円で，頂点Aにおける円Oの接線を引く。
また，Cから辺ABに平行な直線を引き，この接線との交点をDとする。
AB＝7，BC＝6，CA＝5のとき，ADの長さを求めよ。$\boxed{\text{技}}$

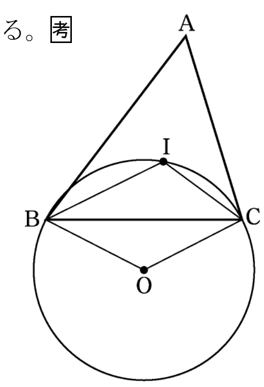


［解］　△ABCと△CADで，ADは円Oの接線であるから
　　∠ABC＝∠CAD
　AB∥DCで平行線の錯角は等しいから　　∠BAC＝∠ACD
　よって，2組の角がそれぞれ等しいから　　△ABC∽△CAD
　したがって，対応する辺の比は等しいから
　　BC : AD＝AB : CA
　　6 : AD＝7 : 5
　これを解いて　　AD＝$\frac{30}{7}$

5　△ABCの内心をI，△IBCの外心をOとする。$\boxed{\text{考}}$

(1)　∠BOI＝∠BCAを示せ。

［証明］　円周角の定理より
　　∠BOI＝2∠BCI
　Iは△ABCの内心であるから
　　∠BCA＝2∠BCI
　よって　　∠BOI＝∠BCA



(2)　四角形ABOCが円に内接することを示せ。

［証明］　(1)と同様に　　∠COI＝∠CBA
　したがって　　∠BOC＝∠B＋∠C
　よって　　∠A＋∠BOC＝∠A＋∠B＋∠C＝180°
　1組の対角の和が180°であるから，四角形ABOCは円に内接する。

組	番号	名　　前

3章・2節　円の性質

④　方べきの定理

⑤　2つの円

1　次の$\boxed{\quad}$をうめよ。知

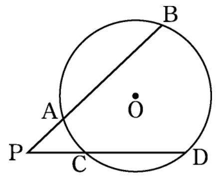
(1)　点Pを通る2直線が，円Oとそれぞれ2点A，Bと2点C，Dで交わるとき

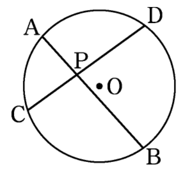
$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\boxed{\mathrm{PC}}\cdot\boxed{\mathrm{PD}}$　…①

が成り立つ。

これを$\boxed{\text{方べき}}$の定理という。

逆に，2つの線分AB，CD，またはそれぞれの延長が1点Pで交わっているとき，①の式が成り立つならば，4点A，B，C，Dは同一円周上にある。





(2)　2つの円の位置関係はそれらの円の半径r，r'と中心間の距離dとの関係で定まる。ただし，$r>r'$とする。

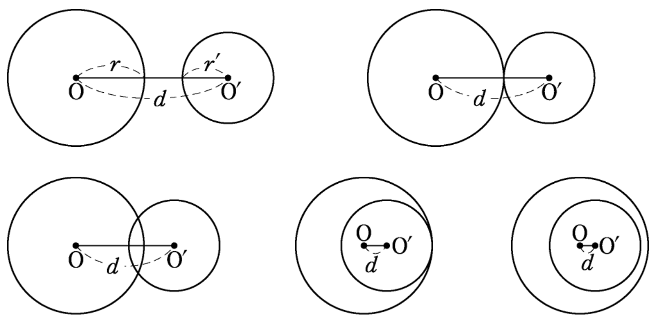
①　$r+r'$ $\boxed{<}$ dのとき，互いに外部にある。

②　$\boxed{r+r'}=d$のとき，外接する。

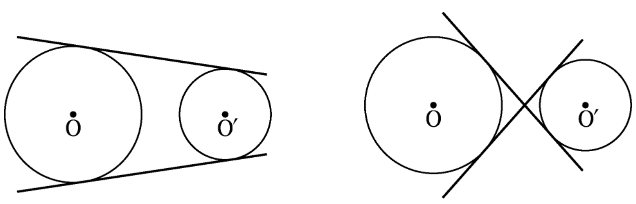
③　$r-r'<d<r+r'$のとき，2点で交わる。

④　$\boxed{r-r'}=d$のとき，内接する。

⑤　$r-r'$ $\boxed{>}$ dのとき，一方が他方を含む。

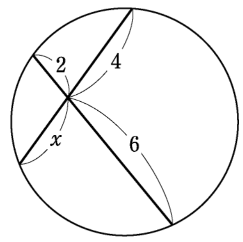


(3)　1本の直線が2つの円の両方の接線となることがある。このような接線を2円の$\boxed{\text{共通接線}}$という。接線に対して同じ側に2円がある$\boxed{\text{共通外接線}}$と，反対側に2円がある$\boxed{\text{共通内接線}}$の2種類がある。



2　次の図で，xを求めよ。ただし，Tは接点とする。技

(1)

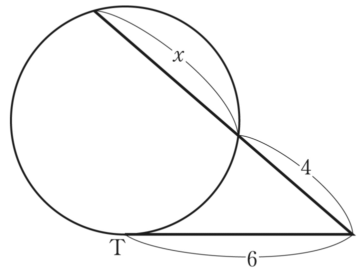


［解］　方べきの定理により

$4x=2\cdot 6$

$\boldsymbol{x=3}$

(2)



［解］　方べきの定理により

$4(x+4)=6^2$

$x+4=9$

$\boldsymbol{x=5}$

3　1辺の長さが2の正方形ABCDの頂点Aを中心に半径1の円Aがあり，頂点Cを中心に半径rの円Cがある。円Aが円Cに内接するときのrの値を求めよ。技

［解］　中心間の距離は　$2\sqrt{2}$

よって，円Aが円Cに内接するとき

$r-1=2\sqrt{2}$

が成り立つ。したがって

$\boldsymbol{r=2\sqrt{2}+1}$

4　右の図で，PCは円Oの接線，点Qは接点，$\mathrm{PD}=3$，$\mathrm{DQ}=2$のとき，QCを求めよ。技

［解］　円Oで方べきの定理より

$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PQ}^2=5^2$　…①

円O′で方べきの定理より

$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\mathrm{PD}\cdot\mathrm{PC}$

$=3\cdot(5+\mathrm{QC})$　…②

①，②より

$5^2=3\cdot(5+\mathrm{QC})$

したがって

$\mathrm{QC}=\boldsymbol{\dfrac{10}{3}}$