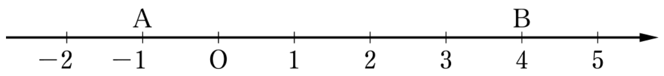
1節 座標と直線の方程式

1 直線上の点の座標

（教科書 p.44）

下の数直線において，点 A は -1 の位置，点 B は 4 の位置というように，
点の位置を 1 つの数で表すことができる。この数を（① 　　　　　）といい，
点 A，B をそれぞれ $\mathrm{A}(-1)$，$\mathrm{B}(4)$と表す。



◀座標が a である点 A を $\mathrm{A}(a)$ と書く。

問1 上の数直線に，点 $\mathrm{C}(2)$，$\mathrm{D}(-1.5)$，$\mathrm{E}\left(\frac{1}{2}\right)$ をかきなさい。

2 点間の距離

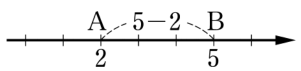
一般に，数直線上の 2 点 A，B 間の距離 AB は，次のように座標の差として求められる。

AB ＝（（② 　　　　　）の座標）－（（③ 　　　　　）の座標）

◀$\mathrm{A}(a)$，$\mathrm{B}(b)$ として
$a < b$ のときは $b-a$
$a > b$ のときは $a-b$

例1 (1)　2 点 $\mathrm{A}(2)$，$\mathrm{B}(5)$ 間の距離は

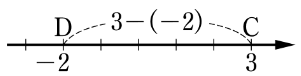
AB ＝



◀(B の座標)－(A の座標)

(2)　2 点 $\mathrm{C}(3)$，$\mathrm{D}(-2)$ 間の距離は

CD ＝



◀(C の座標)－(D の座標)

問2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　$\mathrm{A}(3)$，$\mathrm{B}(5)$

(2)　$\mathrm{C}(-2)$，$\mathrm{D}(1)$

(3)　$\mathrm{E}(4)$，$\mathrm{F}(-1)$

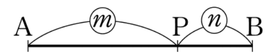
(4)　$\mathrm{G}(-6)$，$\mathrm{H}(-7)$

線分の内分

（教科書 p.45）

右の図のように，線分 AB 上に点 P があって

$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$



であるとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に（④ 　　　　　）するという。

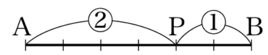
また，このとき，点 P を線分 AB の内分点という。

とくに，1 : 1 に内分する点を，その線分の（⑤ 　　　　　）という。

例2 (1)　右の図において

$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = 4 : 2 =$

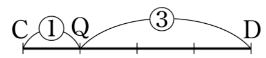
となるから，点 P は線分 AB を（　　　　　）に内分する。



◀ **m と n の求め方**
まず長さを求めて，その比を最も簡単な比になおせばよい。

(2)　右の図において，

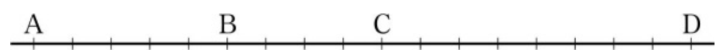
点 Q は線分 CD を（　　　　　）に内分する。



問3 次の点を，下の図にかきなさい。

(1)　線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P

(2)　線分 CD を 3 : 1 に内分する点 Q



内分点の座標

一般に，次のことが成り立つ。

内分点の座標
2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の座標 x は　$\boldsymbol{x=\frac{na+mb}{m+n}}$ とくに，線分 AB の中点 M の座標 x は　$\boldsymbol{x=\frac{a+b}{2}}$

＋解説

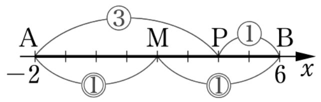
$\boldsymbol{na + mb}$

A$(\boldsymbol{a})$　B$(\boldsymbol{b})$

$\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$

◀中点は 1：1 に内分する点

例3 2 点 A(-2)，B(6) を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点 P の座標 x は



$x=$

中点 M の座標 x は

$x=$

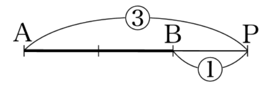
問4 2 点 A(-1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に内分する点 P と中点 M の座標 x を，それぞれ求めなさい。

外分点の座標

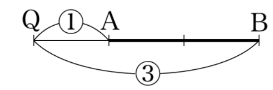
右の図のように，線分 AB の延長上に点 P があって

AP：PB＝3：1

であるとき，点 P は線分 AB を 3：1 に（⑥　　　　　　）するという。



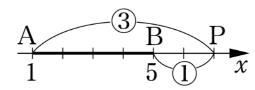
線分 AB を 1：3 に外分する点 Q は，右の図のようになる。



2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を m： n に外分する点の座標 x は，内分と同様に求めると，（⑦　　　　　　　　）となる。

◀内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

例4 2 点 A(1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に外分する点 P の座標 x は



$x=$

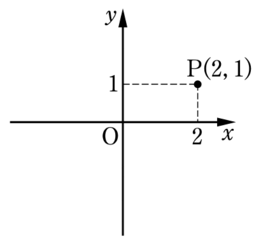
問5 2 点 A(1), B(5) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P, 1 : 2に外分する点 Q の座標 x を，それぞれ求めなさい。

2 平面上の点の座標

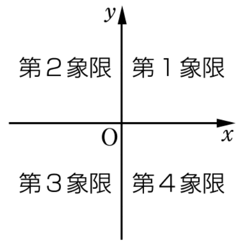
座標平面

（教科書 p.47）

平面上の点 P の位置は, P の x 座標が a, y 座標が b のとき,
座標 $(a,\ b)$ で表される。このとき，点 P を（⑧　　　　　　　　）と表す。
たとえば，右の図の点 P は,P$(2,\ 1)$ と表される。



このように，座標の定められた平面を（⑨　　　　　　　　）という。
座標平面は x 軸と y 軸により，右の図のように 4 つの（⑩　　　　　　）
に分けられ，それぞれ第 1 象限，第 2 象限，第 3 象限，第 4 象限という。
x 軸と y 軸は，どの象限にも入らないものとする。



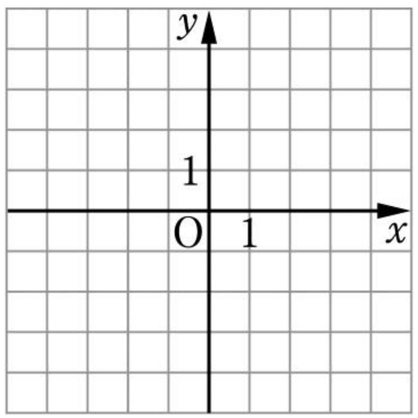
問6 次の点を右の図にかき，第何象限の点であるか答えなさい。

(1)　A$(4,\ 3)$

(2)　B$(2,\ -4)$

(3)　C$(-3,\ 2)$

(4)　D$(-4,\ -1)$



原点Oとの距離

問7 原点 O，点 P$(3,\ 5)$ 間の距離 OP を求めなさい。

平面上の 2 点間の距離

（教科書 p.48）

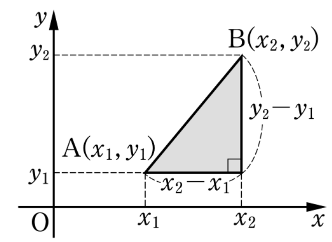
平面上の２点間の距離

2 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

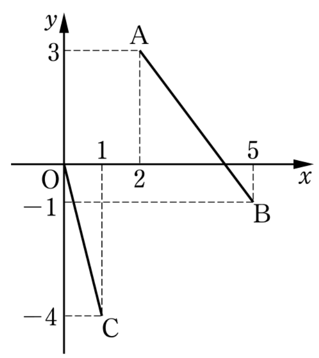
とくに，原点 O，点 P$(x,\ y)$ 間の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



例5 2 点 A$(2,\ 3)$，B$(5,\ -1)$ 間の距離は

AB =



また，原点 O，点 C$(1,\ -4)$ 間の距離は

OC =

問8 次の２点間の距離を求めなさい。

(1) $A(2,\ 1)$, $B(3,\ 4)$

(2) $C(3,\ -4)$, $D(-2,\ -1)$

(3) $O(0,\ 0)$, $E(-3,\ 2)$

(4) $F(2,\ 3)$, $G(4,\ 3)$

例題 1 3点 $A(1,1)$, $B(3,5)$, $C(-1,2)$ を頂点とする三角形が直角三角形であることを示しなさい。

解

問9 3点 $A(0,\ 3)$, $B(-1,\ -4)$, $C(4,\ 1)$ を頂点とする三角形が二等辺三角形であることを示しなさい。

◀ 2辺の長さが等しいことをいえばよい。

平面上の内分点の座標

（教科書 p.50）

一般に，次のことが成り立つ。

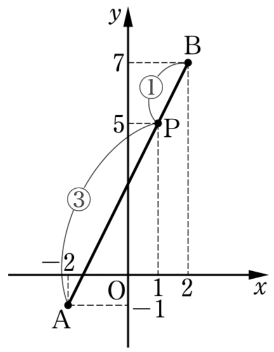
平面上の内分点の座標
2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は $$\left(\boldsymbol{\frac{nx_1+mx_2}{m+n}},\quad \boldsymbol{\frac{ny_1+my_2}{m+n}}\right)$$ とくに，線分 AB の中点の座標は $$\left(\boldsymbol{\frac{x_1+x_2}{2}},\quad \boldsymbol{\frac{y_1+y_2}{2}}\right)$$

例6 2 点 $A(-2,\ -1)$，$B(2,\ 7)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めてみよう。

(1) 線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P

点 P の x 座標は

$x=$



y 座標は

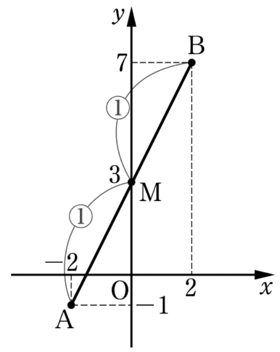
$y=$

よって　P(　　　　　　)

(2) 線分 AB の中点 M

点 M の x 座標は

$x=$



y 座標は

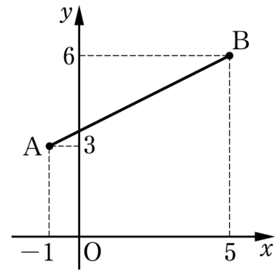
$y=$

よって　M(　　　　　　)

（教科書 p.51）

問 10 2 点 $A(-1,\ 3)$，$B(5,\ 6)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい。

(1) 線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P



⑵　線分 AB を 2 : 1 に内分する点 Q

⑶　線分 AB の中点 M

平面上の外分点の座標

平面上において，2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) を結ぶ線分 AB を $m : n$ に外分する点の座標は

(⑪　　　　　　　　　　　　)

となる。

◀平面上の内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

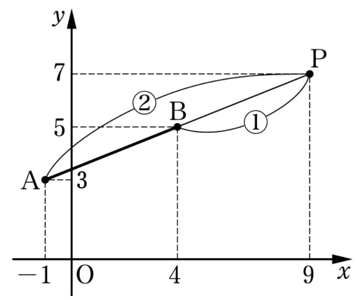
例7 2 点 A(−1, 3), B(4, 5) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の

x 座標は　　$x =$

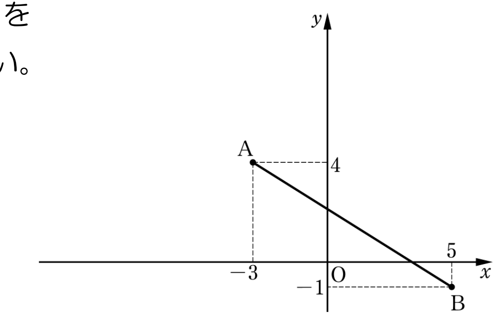
y 座標は　　$y =$

よって

P(　　　　　　)



問 11 2 点 A(−3, 4), B(5, −1) を結ぶ線分 AB を 1 : 2 に外分する点 P の座標を求めなさい。



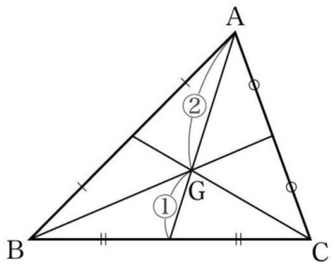
三角形の重心の座標

（教科書 p.52）

△ ABC の各頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を
（⑫　　　　　　）という。

右の図のように，△ ABC の 3 本の中線は 1 点 G で交わる。
この点を△ ABC の（⑬　　　　　　）という。

重心は，それぞれの中線を 2 : 1 に内分する。



3 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，$C(x_3,\ y_3)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めてみよう。

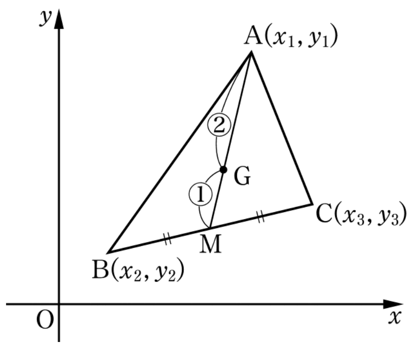
辺 BC の中点 M の座標は　$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

重心 G は中線 AM を 2 : 1 に内分するから，
点 G の x 座標は

$$\frac{1\times x_1+2\times\frac{x_2+x_3}{2}}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして, y 座標は　$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

以上から，重心 G の座標は（⑭　$\left(\qquad\qquad\right)$　）



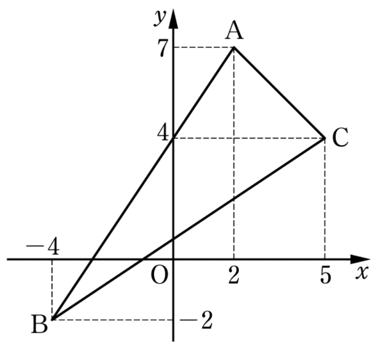
例8 3 点$A(2,\ 7)$，$B(-4,\ -2)$，$C(5,\ 4)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の

x 座標は　$x=$

y 座標は　$y=$

よって

G(　　　　　　)



問 12 3 点 $A(-3,\ 2)$，$B(8,\ 5)$，$C(1,\ -4)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めなさい。

3 直線の方程式

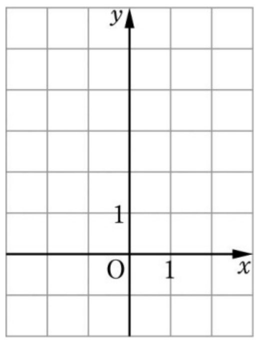
（教科書 p.53）

直線の方程式

問 13 次の方程式が表す直線を右の図にかきなさい。

(1)　$y=x-1$

(2)　$y=-2x+1$



直線の方程式 $y=2x+3$ を変形すると，$2x-y+3=0$ となる。

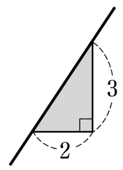
このように，直線の方程式は（⑮　　　　　　　　　　　）の形で表すこともできる。

例9 $3x-2y+4=0$ を変形すると，$2y=3x+4$ より

$y=$

よって，$3x-2y+4=0$ は

傾きが（　　　　　），切片が（　　　　　　）の直線を表す。



◀傾き $\frac{3}{2}$

右へ 2 だけ進むとき，上へ 3 だけ進む。

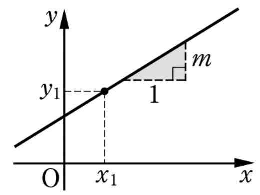
問 14 $2x+3y-9=0$ が表す直線の傾きと切片を求めなさい。

1点を通り，傾きがmの直線

（教科書 p.54）

一般に，次のことが成り立つ。

1 点を通り，傾きが m の直線
点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式は $\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}$

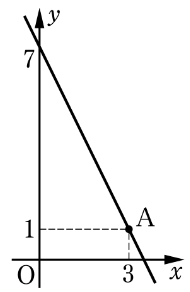


例 10 点 A(3, 1) を通り，傾きが

-2 の直線の方程式は

$y-\quad=\quad(x-\quad)$

よって　$y=$



◀ $y-1=-2(x-3)$

y 座標　傾き　x 座標

問 15 次の直線の方程式を求めなさい。

(1)　点 (1, 2) を通り，傾きが 3 の直線

(2)　点 (−2, 3) を通り，傾きが −1 の直線

⑶　点 $(3,\ -1)$ を通り，傾きが $\frac{2}{3}$ の直線

2点を通る直線

（教科書 p.55）

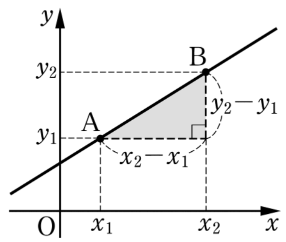
一般に，次のことが成り立つ。

２点を通る直線

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は，

傾き $\boldsymbol{m}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ を求めて

$$\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}$$　ただし　$x_1\neq x_2$

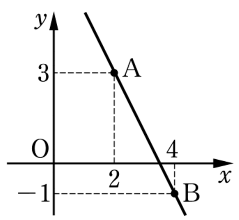


例 11 2 点 $\mathrm{A}(2,\ 3)$，$\mathrm{B}(4,\ -1)$ を通る直線の方程式は，

傾き $m=$　　　　　より

$y-\quad=\quad(x-\quad)$

よって　$y=$



問 16 次の 2 点を通る直線の方程式を求めなさい。

⑴　$\mathrm{A}(2,\ 1)$，$\mathrm{B}(5,\ 7)$

⑵　$\mathrm{A}(-1,\ 2)$，$\mathrm{B}(3,\ -6)$

⑶　$\mathrm{A}(-2,\ -1)$，$\mathrm{B}(0,\ 2)$

⑷　$\mathrm{A}(1,\ 4)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$

4 2直線の関係

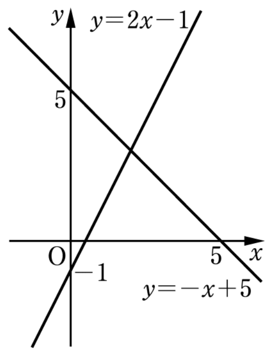
2 直線の交点

（教科書 p.56）

例 12 2 直線$y=2x-1$，$y=-x+5$
の交点の座標を求めてみよう。
連立方程式

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots① \\ y=-x+5 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

を解けばよい。
①，②から，y を消去すると
$2x-1=$
$3x=$
よって，x 座標は　$x=$
このとき，y 座標は①より
$y=2x-1=$
したがって，交点の座標は



◀② に代入して，y 座標を求めてもよい。
$y=-x+5$
$=-2+5=3$

問 17 次の 2 直線の交点の座標を求めなさい。

(1)　$y=2x+1$, $y=-x+4$

(2)　$y=3x-5$, $2x-y+1=0$

(3)　$3x-y-5=0$, $x+y-7=0$

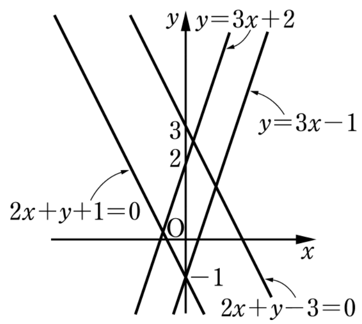
2 直線の平行

（教科書 p.57）

一般に，次のことが成り立つ。

2直線の平行
2 直線 $y = mx + n,\ y = m'x + n'$について 平行になるのは，$\boldsymbol{m = m'}$ のとき

例 13 2 直線 $y = 3x - 1,\ y = 3x + 2$ は，ともに傾きが（　　　　）であるから，（　　　　）である。
また，2 直線 $2x + y - 3 = 0$，
$2x + y + 1 = 0$ の方程式は，それぞれ
$y =$（　　　　），$y =$（　　　　）と変形できる。
したがって，この 2 直線は，ともに傾きが（　　　　）であるから，（　　　　）である。



問 18 次の直線のうち，平行な直線はどれとどれか選びなさい。

◀傾きが等しいものをさがす。

① $y = 2x + 1$　② $y = -2x + 6$

③ $2x + y - 1 = 0$　④ $2x - y + 5 = 0$

例題 2 点 (3，1) を通り，直線 $y = -2x + 5$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

解

問 19 点 (2，−1) を通り，次の直線に平行な直線の方程式を求めなさい。

(1)　$y = 3x - 1$

(2)　$x + y + 3 = 0$

2 直線の垂直

（教科書 p.58）

一般に，次のことが成り立つ。

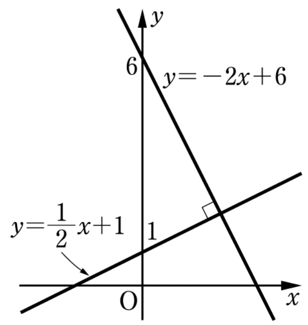
2 直線の垂直
2 直線 $y = mx + n,\ y = m'x + n'$ について 垂直になるのは，$\boldsymbol{mm' = -1}$ のとき

◀$mm' = -1$ より
$m = -\dfrac{1}{m'}$

例 14 2 直線 $y=-2x+6$, $y=\frac{1}{2}x+1$ の傾きの積は

$\times \quad =$

よって，この 2 直線は（　　　　　　　　　　）。



問 20 次の直線のうち，$y=4x-3$に垂直な直線を選びなさい。

① $y=-4x+1$　② $y=\frac{1}{4}x+1$

③ $y=-\frac{1}{4}x+3$　④ $y=4x+4$

例 15 直線 $y=3x+2$ に垂直な直線の傾きを m とすると，2 直線の傾きの積が -1 のときに垂直になるから

$\times m=$

よって　$m=$

問 21 次の直線に垂直な直線の傾きを求めなさい。

(1) $y=x+1$

(2) $y=-2x+1$

(3) $y=\frac{2}{3}x-1$

(4) $3x+y+1=0$

例題 3 点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y = -2x + 5$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

解

問 22 点 $(4,\ 1)$ を通り，次の直線に垂直な直線の方程式を求めなさい。

(1) $y = \frac{1}{3}x - 1$

(2) $2x + y + 4 = 0$

復　習　問　題

（教科書 p.60）

1 数直線上に 2 点 $A(-5)$, $B(7)$ がある。線分 AB を $1:3$ に内分する点を P, $3:1$ に外分する点を Q とするとき，2 点 P, Q 間の距離を求めなさい。

2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　$A(4,\ 0)$, $B(-3,\ 1)$

(2)　$C(-3,\ -2)$, $D(2,\ 10)$

3 3 点 $A(-5,\ 1)$, $B(1,\ 4)$, $C(4,\ -2)$ がある。このとき，次の問に答えなさい。

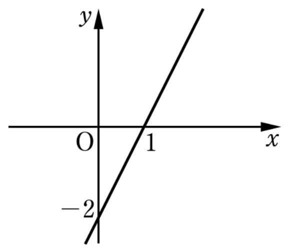
(1)　$\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めなさい。

(2)　線分 AB, BC, CA を $2:1$ に内分する点をそれぞれ P, Q, R とするとき，それらの座標を求めなさい。

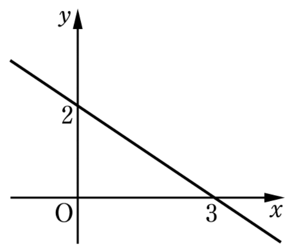
⑶　△ PQR の重心 G′の座標を求めなさい。

4　次の図の直線の方程式を求めなさい。

（1）



⑵



5　2 直線 $y = 3x - 4,\ 2x + y - 1 = 0$ の交点の座標を求めなさい。

6　次の直線の方程式を求めなさい。

（1）　点 $(-3,\ 2)$ を通り，傾きが -1 の直線

⑵　2 点 $(2,\ 5)$，$(-3,\ -5)$ を通る直線

⑶　点 $(2,\ 5)$ を通り，直線 $y = -x + 4$ に平行な直線

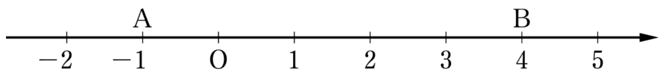
⑷　点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y=2x+3$ に垂直な直線

1節 座標と直線の方程式

1 直線上の点の座標

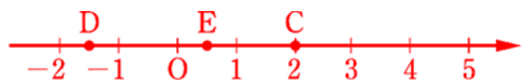
（教科書 p.44）

下の数直線において，点 A は −1 の位置，点 B は 4 の位置というように，
点の位置を 1 つの数で表すことができる。この数を（① 座標 ）といい，
点 A，B をそれぞれ A(−1)，B(4) と表す。



◀座標が a である点 A を A(a) と書く。

問1 上の数直線に，点 C(2)，D(−1.5)，E$\left(\frac{1}{2}\right)$ をかきなさい。



2 点間の距離

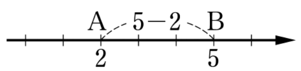
一般に，数直線上の 2 点 A，B 間の距離 AB は，次のように座標の差として求められる。

AB = (（② 大きい方 ）の座標) − (（③ 小さい方 ）の座標)

◀A(a)，B(b) として
$a<b$ のときは $b-a$
$a>b$ のときは $a-b$

例1 (1) 2 点 A(2)，B(5) 間の距離は

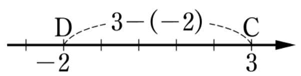
AB = 5 − 2 = 3



◀(B の座標) − (A の座標)

(2) 2 点 C(3)，D(−2) 間の距離は

CD = 3 − (−2) = 5



◀(C の座標) − (D の座標)

問2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1) A(3)，B(5)

3 < 5 より

AB = 5 − 3 = 2

(2) C(−2)，D(1)

−2 < 1 より

CD = 1 − (−2) = 3

(3) E(4)，F(−1)

−1 < 4 より

EF = 4 − (−1) = 5

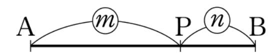
(4) G(−6)，H(−7)

−7 < −6 より

GH = −6 − (−7) = 1

線分の内分

（教科書 p.45）



右の図のように，線分 AB 上に点 P があって

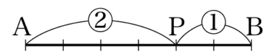
$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$

であるとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に（④ 内分 ）するという。

また，このとき，点 P を線分 AB の内分点という。

とくに，1 : 1 に内分する点を，その線分の（⑤ 中点 ）という。

例2 (1) 右の図において

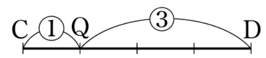


AP : PB = 4 : 2 = 2 : 1

となるから，点 P は線分 AB を（ 2 : 1 ）に内分する。

◀**m と n の求め方**
まず長さを求めて，その比を最も簡単な比になおせばよい。

(2) 右の図において，



点 Q は線分 CD を（ 1 : 3 ）に内分する。

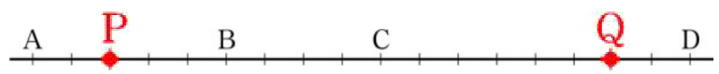
問3 次の点を，下の図にかきなさい。

(1) 線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P

線分 AB の長さは目盛り 5 つ分なので，2 : 3 に内分する点 P は，点 A から 2 目盛り右の点である。

(2) 線分 CD を 3 : 1 に内分する点 Q

線分 CD の長さは目盛り 8 つ分なので，3 : 1 に内分する点 Q は，3 : 1 = 6 : 2 より，点 C から 6 目盛り右の点である。

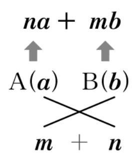


内分点の座標

一般に，次のことが成り立つ。

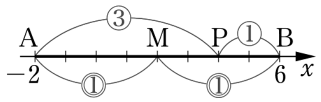
内分点の座標
2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の座標 x は　$x=\frac{na+mb}{m+n}$ とくに，線分 AB の中点 M の座標 x は　$x=\frac{a+b}{2}$

＋解説



◀中点は 1：1 に内分する点

例3 2 点 A(-2)，B(6) を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点 P の座標 x は



$$x=\frac{1\times(-2)+3\times 6}{3+1}$$
$$=\frac{16}{4}$$
$$=4$$

中点 M の座標 x は

$$x=\frac{(-2)+6}{2}$$
$$=\frac{4}{2}$$
$$=2$$

問4 2 点 A(-1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に内分する点 P と中点 M の座標 x を，それぞれ求めなさい。

点 P の座標 x は

$$x=\frac{1\times(-1)+2\times 5}{2+1}$$
$$=\frac{9}{3}$$
$$=3$$

中点 M の座標 x は

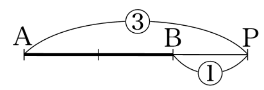
$$x=\frac{(-1)+5}{2}$$
$$=\frac{4}{2}$$
$$=2$$

外分点の座標

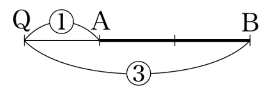
右の図のように，線分 AB の延長上に点 P があって

AP：PB＝3：1

であるとき，点 P は線分 AB を 3：1 に（⑥　外分　）するという。



線分 AB を 1：3 に外分する点 Q は，右の図のようになる。

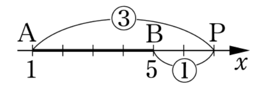


2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を m：n に外分する点の

座標 x は，内分と同様に求めると，（⑦　$x=\frac{-na+mb}{m-n}$　）となる。

◀内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

例4 2 点 A(1)，B(5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に外分する点 P の座標 x は



$$x=\frac{-1\times 1+3\times 5}{3-1}$$
$$=\frac{14}{2}$$
$$=7$$

問5 2 点 A(1), B(5) を結ぶ線分 AB を $2:1$ に外分する点 P， $1:2$に外分する点 Q の座標 x を，それぞれ求めなさい。

点 P の座標 x は

$$x=\frac{-1\times1+2\times5}{2-1}$$

$$=\frac{9}{1}$$

$$=9$$

点 Q の座標 x は

$$x=\frac{-2\times1+1\times5}{1-2}$$

$$=\frac{3}{-1}$$

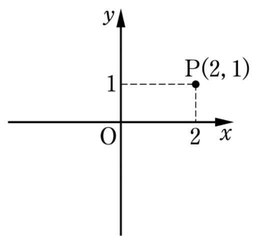
$$=-3$$

2 平面上の点の座標

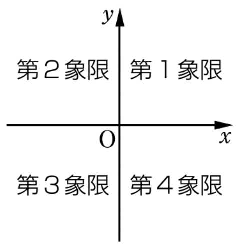
座標平面

（教科書 p.47）

平面上の点 P の位置は, P の x 座標が a, y 座標が b のとき,
座標 $(a,\ b)$ で表される。このとき，点 P を（⑧ **P(a, b)** ）と表す。
たとえば，右の図の点 P は,P(2, 1) と表される。



このように，座標の定められた平面を（⑨ 座標平面 ）という。
座標平面は x 軸と y 軸により，右の図のように 4 つの（⑩ 象限 ）
に分けられ，それぞれ第 1 象限，第 2 象限，第 3 象限，第 4 象限という。
x 軸と y 軸は，どの象限にも入らないものとする。



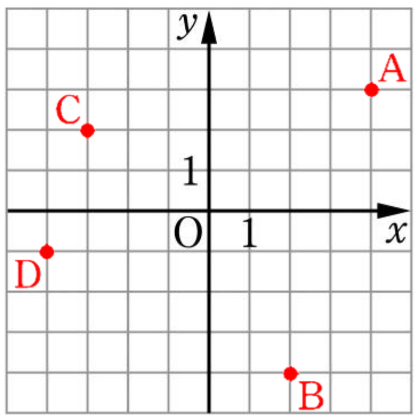
問6 次の点を右の図にかき，第何象限の点であるか答えなさい。
右の図より，次のようになる。

⑴ A(4, 3)
点 A は第 1 象限

⑵ B(2, −4)
点 B は第 4 象限

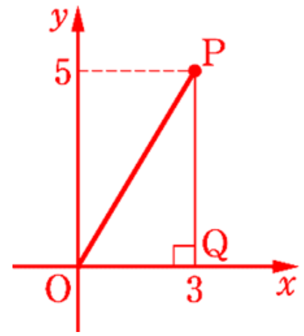
⑶ C(−3, 2)
点 C は第 2 象限

⑷ D(−4, −1)
点 D は第 3 象限



原点Oとの距離

問7 原点 O，点 P(3, 5) 間の距離 OP を求めなさい。
右の図のような直角三角形 OPQ をつくると，
点 Q の座標は (3, 0) であり
$OQ = 3,\ PQ = 5$
三平方の定理により
$OP^2 = OQ^2 + PQ^2$
$= 3^2 + 5^2$
$= 34$
$OP > 0$ であるから $OP = \sqrt{34}$



平面上の 2 点間の距離

（教科書 p.48）

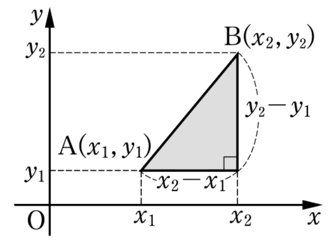
平面上の２点間の距離

2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

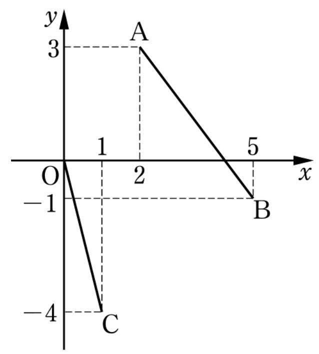
とくに，原点 O，点 $P(x,\ y)$ 間の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



例5 2 点 A(2, 3), B(5, −1) 間の距離は
$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-3)^2}$
$= \sqrt{3^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

また，原点 O，点 C(1, −4) 間の距離は
$OC = \sqrt{1^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{17}$



問8 次の２点間の距離を求めなさい。

(1) A(2, 1), B(3, 4)

$AB = \sqrt{(3-2)^2+(4-1)^2}$
$= \sqrt{1^2+3^2}$
$= \sqrt{10}$

(2) C(3, −4), D(−2, −1)

$CD = \sqrt{(-2-3)^2+\{-1-(-4)\}^2}$
$= \sqrt{(-5)^2+3^2}$
$= \sqrt{34}$

(3) O(0, 0), E(−3, 2)

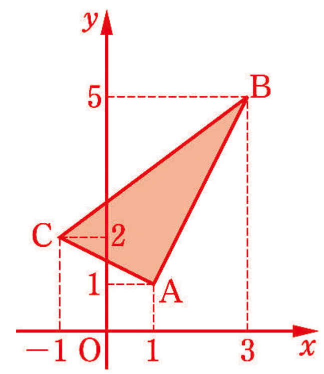
$OE = \sqrt{(-3)^2+2^2}$
$= \sqrt{13}$

(4) F(2, 3), G(4, 3)

$FG = \sqrt{(4-2)^2+(3-3)^2}$
$= \sqrt{2^2}$
$= 2$

例題 1 ３点 A(1,1), B(3,5), C(−1,2) を頂点とする三角形が直角三角形であることを示しなさい。

解



$AB = \sqrt{(3-1)^2+(5-1)^2}$
$= \sqrt{2^2+4^2}$
$= \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{(-1-3)^2+(2-5)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$
$= \sqrt{25}$

$AC = \sqrt{(-1-1)^2+(2-1)^2}$
$= \sqrt{(-2)^2+1^2}$
$= \sqrt{5}$

であるから
$AB^2+AC^2=BC^2$
よって，△ABC は ∠A を直角とする直角三角形である。

問9 ３点 A(0, 3), B(−1, −4), C(4, 1) を頂点とする三角形が二等辺三角形であることを示しなさい。

◀ ２辺の長さが等しいことをいえばよい。

$AB = \sqrt{(-1-0)^2+(-4-3)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2+(-7)^2}$
$= \sqrt{50}$

$BC = \sqrt{\{4-(-1)\}^2+\{1-(-4)\}^2}$
$= \sqrt{5^2+5^2}$
$= \sqrt{50}$

$AC = \sqrt{(4-0)^2+(1-3)^2}$
$= \sqrt{4^2+(-2)^2}$
$= \sqrt{20}$

よって，△ABC は AB = BC の二等辺三角形である。

平面上の内分点の座標

（教科書 p.50）

一般に，次のことが成り立つ。

平面上の内分点の座標

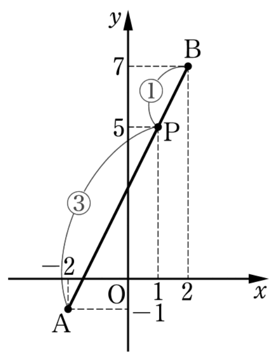
2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\quad \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$

とくに，線分 AB の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\quad \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

例6 2 点 $A(-2,\ -1)$，$B(2,\ 7)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めてみよう。



（1） 線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P

点 P の x 座標は

$$x=\frac{1\times(-2)+3\times2}{3+1}$$

$$=\frac{4}{4}$$

$$=1$$

y 座標は

$$y=\frac{1\times(-1)+3\times7}{3+1}$$

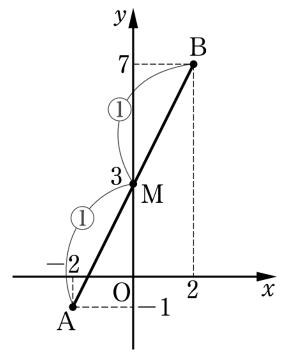
$$=\frac{20}{4}$$

$$=5$$

よって　P(　1，5　)

（2） 線分 AB の中点 M

点 M の x 座標は



$$x=\frac{(-2)+2}{2}$$

$$=0$$

y 座標は

$$y=\frac{(-1)+7}{2}$$

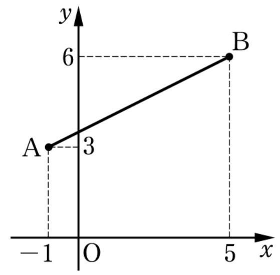
$$=\frac{6}{2}$$

$$=3$$

よって　M(　0，3　)

（教科書 p.51）

問 10 2 点 $A(-1,\ 3)$，$B(5,\ 6)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい。



（1） 線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P

点 P の x 座標は

$$x=\frac{2\times(-1)+1\times5}{1+2}$$

$$=\frac{3}{3}$$

$$=1$$

y 座標は

$$y=\frac{2\times3+1\times6}{1+2}$$

$$=\frac{12}{3}$$

$$=4$$

よって　P(1，4)

(2) 線分 AB を 2 : 1 に内分する点 Q

点 Q の x 座標は

$$x=\frac{1\times(-1)+2\times5}{2+1}$$
$$=\frac{9}{3}$$
$$=3$$

y 座標は

$$y=\frac{1\times3+2\times6}{2+1}$$
$$=\frac{15}{3}$$
$$=5$$

よって　$Q(3,\ 5)$

(3) 線分 AB の中点 M

点 M の x 座標は

$$x=\frac{(-1)+5}{2}$$
$$=\frac{4}{2}$$
$$=2$$

y 座標は

$$y=\frac{3+6}{2}$$
$$=\frac{9}{2}$$

よって　$M\left(2,\ \frac{9}{2}\right)$

平面上の外分点の座標

平面上において，2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は

(⑪ $\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$)

となる。

◀平面上の内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

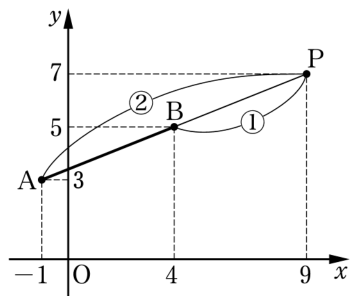
例7 2 点 $A(-1,\ 3)$，$B(4,\ 5)$ を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の

x 座標は　$x=\frac{-1\times(-1)+2\times4}{2-1}=9$

y 座標は　$y=\frac{-1\times3+2\times5}{2-1}=7$

よって

P(9， 7)



問 11 2 点 $A(-3,\ 4)$，$B(5,\ -1)$ を結ぶ線分 AB を 1 : 2 に外分する点 P の座標を求めなさい。

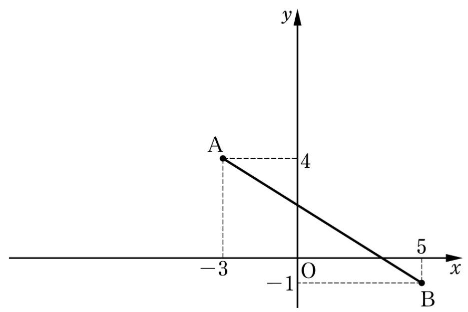
点 P の x 座標は

$$x=\frac{-2\times(-3)+1\times5}{1-2}$$
$$=\frac{11}{-1}$$
$$=-11$$

y 座標は

$$y=\frac{-2\times4+1\times(-1)}{1-2}$$
$$=\frac{-9}{-1}$$
$$=9$$

よって　$P(-11,\ 9)$



三角形の重心の座標

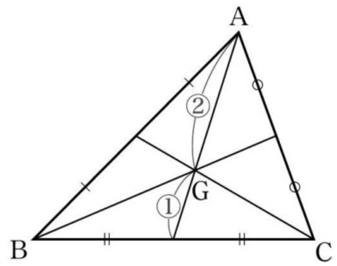
（教科書 p.52）

△ ABC の各頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を（⑫　中線　）という。

右の図のように，△ ABC の 3 本の中線は 1 点 G で交わる。この点を△ ABC の（⑬　重心　）という。

重心は，それぞれの中線を 2：1 に内分する。

3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めてみよう。



辺 BC の中点 M の座標は　$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

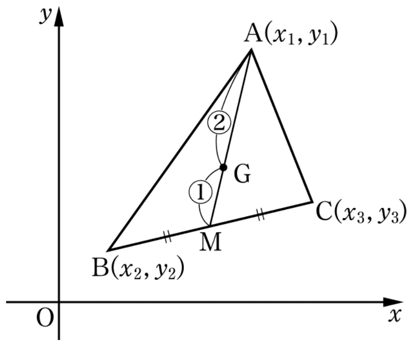
重心 G は中線 AM を 2：1 に内分するから，

点 G の x 座標は

$$\frac{1\times x_1+2\times\frac{x_2+x_3}{2}}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして，y 座標は　$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

以上から，重心 G の座標は（⑭　$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$　）



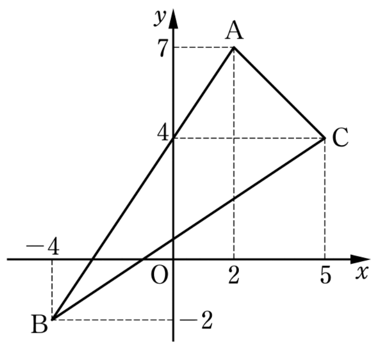
例8 3 点A(2, 7)，B(−4, −2)，C(5, 4) を頂点とする△ ABC の重心 G の

x 座標は　$x=\frac{2+(-4)+5}{3}=\frac{3}{3}=1$

y 座標は　$y=\frac{7+(-2)+4}{3}=\frac{9}{3}=3$

よって

G(　1，3　)



問 12 3 点 A(−3, 2)，B(8, 5)，C(1, −4) を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めなさい。

重心 G の x 座標は

$$x=\frac{(-3)+8+1}{3}=\frac{6}{3}=2$$

y 座標は

$$y=\frac{2+5+(-4)}{3}=\frac{3}{3}=1$$

よって　**G(2, 1)**

3 直線の方程式

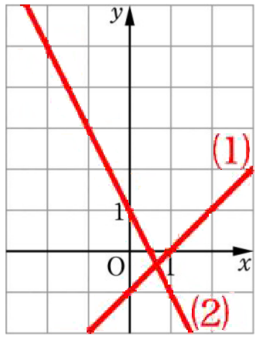
（教科書 p.53）

直線の方程式

問 13 次の方程式が表す直線を右の図にかきなさい。

(1)　$y = x - 1$

(2)　$y = -2x + 1$



直線の方程式 $y = 2x + 3$ を変形すると，$2x - y + 3 = 0$ となる。

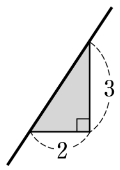
このように，直線の方程式は（⑮　$ax + by + c = 0$　）の形で表すこともできる。

例9 $3x - 2y + 4 = 0$ を変形すると，$2y = 3x + 4$ より

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

よって，$3x - 2y + 4 = 0$ は

傾きが（　$\frac{3}{2}$　），切片が（　2　）の直線を表す。



◀傾き $\frac{3}{2}$

右へ 2 だけ進むとき，上へ 3 だけ進む。

問 14 $2x + 3y - 9 = 0$ が表す直線の傾きと切片を求めなさい。

$2x + 3y - 9 = 0$ を変形すると，$3y = -2x + 9$ より

$$y = -\frac{2}{3}x + 3$$

よって，$2x + 3y - 9 = 0$ が表す直線の

傾き $-\frac{2}{3}$，切片 3

1点を通り，傾きがmの直線

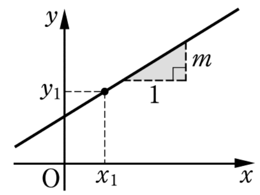
（教科書 p.54）

一般に，次のことが成り立つ。

1 点を通り，傾きが m の直線

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式は

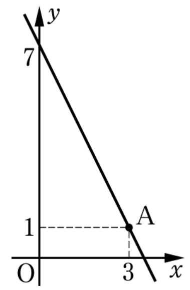
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



例 10 点 A(3, 1) を通り，傾きが -2 の直線の方程式は

$$y - 1 = -2(x - 3)$$

よって　$y = -2x + 7$



◀ $y - \boxed{1} = \boxed{-2}(x - \boxed{3})$

y 座標　傾き　x 座標

問 15 次の直線の方程式を求めなさい。

(1)　点 (1, 2) を通り，傾きが 3 の直線

求める直線の方程式は

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

よって　$y = 3x - 1$

(2)　点 (−2, 3) を通り，傾きが −1 の直線

求める直線の方程式は

$$y - 3 = -1 \times \{x - (-2)\}$$

$$y - 3 = -x - 2$$

よって　$y = -x + 1$

(3)　点 $(3,\ -1)$ を通り，傾きが $\frac{2}{3}$ の直線

求める直線の方程式は

$$y-(-1)=\frac{2}{3}(x-3)$$

$$y+1=\frac{2}{3}x-2$$

よって　$y=\frac{2}{3}x-3$

2点を通る直線

（教科書 p.55）

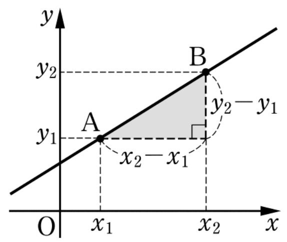
一般に，次のことが成り立つ。

２点を通る直線

２点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は，

傾き $\boldsymbol{m}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ を求めて

$$\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}\qquad ただし\quad x_1\neq x_2$$

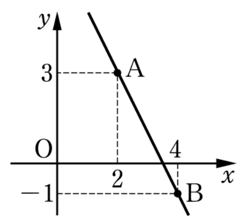


例 11 ２点 $\mathrm{A}(2,\ 3)$，$\mathrm{B}(4,\ -1)$ を通る直線の方程式は，

傾き $m=\frac{(-1)-3}{4-2}=\frac{-4}{2}=-2$ より

$$y-3=-2(x-2)$$

よって　$y=-2x+7$



問 16 次の２点を通る直線の方程式を求めなさい。

(1)　$\mathrm{A}(2,\ 1)$，$\mathrm{B}(5,\ 7)$

求める直線の方程式は

傾き　$m=\frac{7-1}{5-2}=\frac{6}{3}=2$ より

$$y-1=2(x-2)$$

よって　$y=2x-3$

(2)　$\mathrm{A}(-1,\ 2)$，$\mathrm{B}(3,\ -6)$

求める直線の方程式は

傾き　$m=\frac{(-6)-2}{3-(-1)}=\frac{-8}{4}=-2$ より

$$y-2=-2\{x-(-1)\}$$

$$y-2=-2(x+1)$$

よって　$y=-2x$

(3)　$\mathrm{A}(-2,\ -1)$，$\mathrm{B}(0,\ 2)$

求める直線の方程式は

傾き　$m=\frac{2-(-1)}{0-(-2)}=\frac{3}{2}$ より

$$y-2=\frac{3}{2}(x-0)$$

$$y-2=\frac{3}{2}x$$

よって　$y=\frac{3}{2}x+2$

〔別解〕

$\mathrm{B}(0,\ 2)$ を通るから，切片は 2 である。

傾き　$m=\frac{3}{2}$ より

$$y=\frac{3}{2}x+2$$

(4)　$\mathrm{A}(1,\ 4)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$

求める直線の方程式は

傾き　$m=\frac{4-4}{3-1}=\frac{0}{2}=0$ より

$$y-4=0\times(x-1)$$

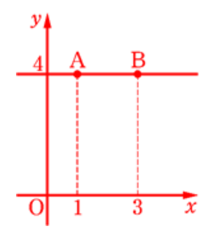
よって　$y=4$

〔別解〕

$y_1=y_2=4$ より，右の図のように

x 軸に平行な直線となるので

$$y=4$$



4 2 直線の関係

2 直線の交点

（教科書 p.56）

例 12 2 直線$y=2x-1$，$y=-x+5$
の交点の座標を求めてみよう。
連立方程式

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots① \\ y=-x+5 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

を解けばよい。
①，②から，y を消去すると

$2x-1=-x+5$

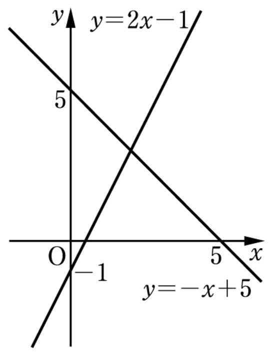
$3x=6$

よって，x 座標は　$x=2$

このとき，y 座標は①より

$y=2x-1=2\times2-1=3$

したがって，交点の座標は $(2,\ 3)$



◀② に代入して，y 座標を求めてもよい。
$y=-x+5$
$=-2+5=3$

問 17 次の 2 直線の交点の座標を求めなさい。

(1)　$y=2x+1$，$y=-x+4$

$$\begin{cases} y=2x+1 & \cdots\cdots① \\ y=-x+4 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①，②から，y を消去すると

$2x+1=-x+4$

$3x=3$

よって，x 座標は　$x=1$

このとき，y 座標は②より

$y=-x+4=-1+4=3$

したがって，交点の座標は $(1,\ 3)$

(2)　$y=3x-5$，$2x-y+1=0$

$y=3x-5$　……①

$2x-y+1=0$ より

$y=2x+1$　……②

①，②から，y を消去すると

$3x-5=2x+1$

よって，x 座標は　$x=6$

このとき，y 座標は①より

$y=3x-5=3\times6-5=13$

したがって，交点の座標は $(6,\ 13)$

(3)　$3x-y-5=0$，$x+y-7=0$

$3x-y-5=0$より

$y=3x-5$　……①

$x+y-7=0$ より

$y=-x+7$　……②

①，②から，y を消去すると

$3x-5=-x+7$

$4x=12$

よって，x 座標は　$x=3$

このとき，y 座標は②より

$y=-x+7=-3+7=4$

したがって，交点の座標は $(3,\ 4)$

2 直線の平行

（教科書 p.57）

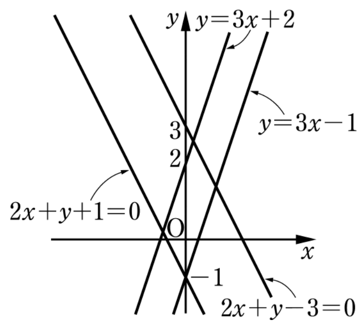
一般に，次のことが成り立つ。

2直線の平行
2 直線 $y = mx + n$，$y = m'x + n'$について 平行になるのは，$\boldsymbol{m = m'}$ のとき

例 13 2 直線 $y = 3x - 1$，$y = 3x + 2$ は，ともに傾きが（ 3 ）であるから，（ 平行 ）である。

また，2 直線 $2x + y - 3 = 0$，$2x + y + 1 = 0$ の方程式は，それぞれ $y =$（ $-2x + 3$ ），$y =$（ $-2x - 1$ ）と変形できる。

したがって，この 2 直線は，ともに傾きが（ -2 ）であるから，（ 平行 ）である。



問 18 次の直線のうち，平行な直線はどれとどれか選びなさい。

◀傾きが等しいものをさがす。

① $y = 2x + 1$　　② $y = -2x + 6$

③ $2x + y - 1 = 0$　　④ $2x - y + 5 = 0$

① 傾きは 2

② 傾きは -2

③ $2x + y - 1 = 0$ より　$y = -2x + 1$

よって，傾きは -2

④ $2x - y + 5 = 0$ より　$y = 2x + 5$

よって，傾きは 2

以上より

①と④が，ともに傾きが 2 であるから，平行である。また，②と③が，ともに傾きが-2 であるから平行である。

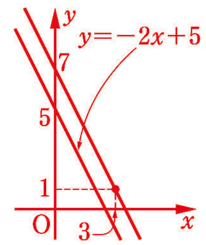
例題 2 点 (3，1) を通り，直線 $y = -2x + 5$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

解 直線 $y = -2x + 5$ の傾きは -2 である。

したがって，求める直線の方程式は，点(3，1)を通り，傾きが-2の直線であるから

$y - 1 = -2(x - 3)$

これより　$y = -2x + 7$



問 19 点 (2，-1) を通り，次の直線に平行な直線の方程式を求めなさい。

(1)　$y = 3x - 1$

直線 $y = 3x - 1$ の傾きは 3 である。

したがって，求める直線の方程式は，点(2，-1)を通り，傾きが 3 の直線であるから

$y - (-1) = 3(x - 2)$

これより　$y = 3x - 7$

(2)　$x + y + 3 = 0$

$x + y + 3 = 0$ より　$y = -x - 3$

よって，この直線の傾きは -1 である。したがって，求める直線の方程式は，点 (2，-1) を通り，傾きが -1 の直線であるから

$y - (-1) = -1(x - 2)$

これより　$y = -x + 1$

2 直線の垂直

（教科書 p.58）

一般に，次のことが成り立つ。

2 直線の垂直
2 直線 $y = mx + n$，$y = m'x + n'$ について 垂直になるのは，$\boldsymbol{mm' = -1}$ のとき

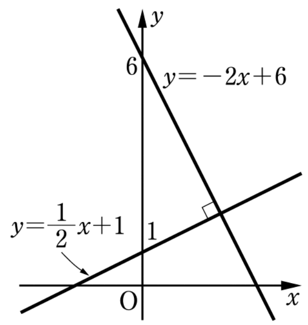
◀$mm' = -1$ より

$m = -\dfrac{1}{m'}$

例 14 2 直線 $y=-2x+6$, $y=\frac{1}{2}x+1$ の傾きの積は

$(-2)\times\frac{1}{2}=-1$

よって，この 2 直線は（　垂直である　）。



問 20 次の直線のうち，$y=4x-3$に垂直な直線を選びなさい。

① $y=-4x+1$　② $y=\frac{1}{4}x+1$
③ $y=-\frac{1}{4}x+3$　④ $y=4x+4$

直線 $y=4x-3$ の傾きは 4 である。

① 傾きは -4 であるから，傾きの積は

$4\times(-4)=-16$

② 傾きは $\frac{1}{4}$ であるから，傾きの積は

$4\times\frac{1}{4}=1$

③ 傾きは $-\frac{1}{4}$ であるから，傾きの積は

$4\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-1$

④ 傾きは 4 であるから，傾きの積は

$4\times4=16$

以上より，直線 $y=4x-3$ に垂直な直線は③

例 15 直線 $y=3x+2$ に垂直な直線の傾きを m とすると，2 直線の傾きの積が -1 のときに垂直になるから

$3\times m=-1$

よって　$m=-\frac{1}{3}$

問 21 次の直線に垂直な直線の傾きを求めなさい。

(1) $y=x+1$

直線 $y=x+1$ に垂直な直線の傾きを m とすると

$1\times m=-1$

よって　$m=-1$

(2) $y=-2x+1$

直線 $y=-2x+1$ に垂直な直線の傾きを m とすると

$(-2)\times m=-1$

よって　$m=\frac{1}{2}$

(3) $y=\frac{2}{3}x-1$

直線 $y=\frac{2}{3}x-1$ に垂直な直線の傾きを m とすると

$\frac{2}{3}\times m=-1$

よって　$m=-\frac{3}{2}$

(4) $3x+y+1=0$

直線 $3x+y+1=0$ より

$y=-3x-1$

この直線に垂直な直線の傾きを m とすると

$(-3)\times m=-1$

よって　$m=\frac{1}{3}$

例題 3 点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y=-2x+5$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

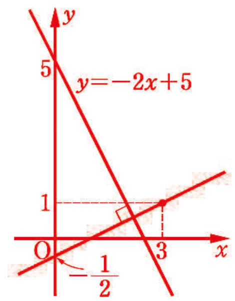
解 直線 $y=-2x+5$ の傾きは -2 であるから，求める直線の傾き m は

$(-2)\times m=-1$ より　$m=\frac{1}{2}$

したがって，求める直線の方程式は，点 $(3,\ 1)$ を通り，傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であるから

$$y-1=\frac{1}{2}(x-3)$$

これより　$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$



問 22 点 $(4,\ 1)$ を通り，次の直線に垂直な直線の方程式を求めなさい。

(1)　$y=\frac{1}{3}x-1$

直線 $y=\frac{1}{3}x-1$ の傾きは $\frac{1}{3}$ であるから，求める直線の傾きを m とすると

$\frac{1}{3}\times m=-1$ より　$m=-3$

したがって，求める直線の方程式は，点 $(4,\ 1)$ を通り，傾きが -3 の直線であるから

$y-1=-3(x-4)$

これより　$y=-3x+13$

(2)　$2x+y+4=0$

$2x+y+4=0$ より　$y=-2x-4$

よって，この直線の傾きは -2 であるから，求める直線の傾きを m とすると

$(-2)\times m=-1$ より　$m=\frac{1}{2}$

したがって，求める直線の方程式は，点 $(4,\ 1)$ を通り，傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であるから

$$y-1=\frac{1}{2}(x-4)$$

これより　$y=\frac{1}{2}x-1$

復　習　問　題

（教科書 p.60）

1 数直線上に 2 点 A(−5)，B(7) がある。線分 AB を 1 : 3 に内分する点を P，3 : 1 に外分する点を Q とするとき，2 点 P，Q 間の距離を求めなさい。

点 P の座標 x は

$$x=\frac{3\times(-5)+1\times7}{1+3}=\frac{-8}{4}=-2$$

点 Q の座標 x は

$$x=\frac{-1\times(-5)+3\times7}{3-1}=\frac{26}{2}=13$$

よって　$\mathrm{PQ}=13-(-2)=15$

2 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　A(4, 0)，B(−3, 1)

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=\sqrt{(-3-4)^2+(1-0)^2}\\&=\sqrt{(-7)^2+1^2}\\&=\sqrt{50}\\&=5\sqrt{2}\end{aligned}$$

(2)　C(−3, −2)，D(2, 10)

$$\begin{aligned}\mathrm{CD}&=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+\{10-(-2)\}^2}\\&=\sqrt{5^2+12^2}\\&=\sqrt{169}\\&=13\end{aligned}$$

3 3 点 A(−5, 1)，B(1, 4)，C(4, −2) がある。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　△ABC の重心 G の座標を求めなさい。

重心 G の x 座標は

$$x=\frac{(-5)+1+4}{3}=\frac{0}{3}=0$$

y 座標は

$$y=\frac{1+4+(-2)}{3}=\frac{3}{3}=1$$

よって　$\mathrm{G}(0,\ 1)$

(2)　線分 AB，BC，CA を 2 : 1 に内分する点をそれぞれ P，Q，R とするとき，それらの座標を求めなさい。

線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P の

x 座標は

$$x=\frac{1\times(-5)+2\times1}{2+1}=\frac{-3}{3}=-1$$

y 座標は

$$y=\frac{1\times1+2\times4}{2+1}=\frac{9}{3}=3$$

よって　$\mathrm{P}(-1,\ 3)$

線分 BC を2 : 1 に内分する点 Q の

x 座標は

$$x=\frac{1\times1+2\times4}{2+1}=\frac{9}{3}=3$$

y 座標は

$$y=\frac{1\times4+2\times(-2)}{2+1}=\frac{0}{3}=0$$

よって　$\mathrm{Q}(3,\ 0)$

線分 CA を 2 : 1 に内分する点 R の

x 座標は

$$x=\frac{1\times4+2\times(-5)}{2+1}=\frac{-6}{3}=-2$$

y 座標は

$$y=\frac{1\times(-2)+2\times1}{2+1}=\frac{0}{3}=0$$

よって　$\mathrm{R}(-2,\ 0)$

(3) △PQR の重心 G′の座標を求めなさい。

(2)より $P(-1,\ 3)$，$Q(3,\ 0)$，$R(-2,\ 0)$ を頂点とする△PQR の重心 G′の x 座標は

$$x=\frac{(-1)+3+(-2)}{3}=\frac{0}{3}=0$$

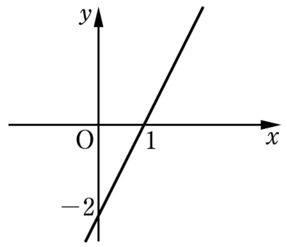
y 座標は

$$y=\frac{3+0+0}{3}=\frac{3}{3}=1$$

よって　$G'(0,\ 1)$

4 次の図の直線の方程式を求めなさい。

(1)



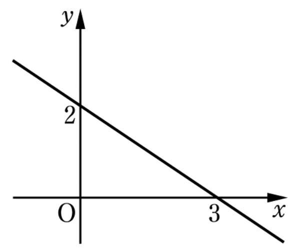
求める直線は 2 点 $(0,\ -2)$，$(1,\ 0)$を通るので，傾き m は

$$m=\frac{0-(-2)}{1-0}=2$$

よって，傾きが 2 で，切片が −2 の直線であるから

$$y=2x-2$$

(2)



求める直線は 2 点 $(0,\ 2)$，$(3,\ 0)$ を通るので，傾き m は

$$m=\frac{0-2}{3-0}=-\frac{2}{3}$$

よって，傾きが $-\frac{2}{3}$ で，切片が 2 の直線であるから

$$y=-\frac{2}{3}x+2$$

5 2 直線 $y=3x-4$，$2x+y-1=0$ の交点の座標を求めなさい。

$y=3x-4$　……①

$2x+y-1=0$ より

$y=-2x+1$　……②

①，②から，y を消去すると

$3x-4=-2x+1$

$5x=5$

よって，x 座標は　$x=1$

このとき，y 座標は①より

$y=3x-4=3\times1-4=-1$

したがって，交点の座標は $(1,\ -1)$

6 次の直線の方程式を求めなさい。

(1) 点 $(-3,\ 2)$ を通り，傾きが -1 の直線

求める直線の方程式は

$y-2=-1\{x-(-3)\}$

よって　$y=-x-1$

(2) 2 点 $(2,\ 5)$，$(-3,\ -5)$ を通る直線

求める直線の方程式は

傾き　$m=\frac{(-5)-5}{(-3)-2}=\frac{-10}{-5}=2$ より

$y-5=2(x-2)$

よって　$y=2x+1$

(3) 点 $(2,\ 5)$ を通り，直線 $y=-x+4$ に平行な直線

直線 $y=-x+4$ の傾きは -1 である。

したがって，求める直線の方程式は，点$(2,\ 5)$を通り，傾きが -1 の直線であるから

$y-5=-1(x-2)$

これより　$y=-x+7$

⑷　点 $(3,\ 1)$ を通り，直線 $y=2x+3$ に垂直な直線

直線 $y=2x+3$ の傾きは 2 であるから，求める直線の傾きを m とすると

$2\times m=-1$ より　　$m=-\frac{1}{2}$

したがって，求める直線の方程式は，点$(3,\ 1)$ を通り，傾きが $-\frac{1}{2}$ の直線であるから

$$y-1=-\frac{1}{2}(x-3)$$

よって　　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$