

1 いろいろな計算

① 根号を含む式の計算

(教科書 p.4)

(3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

例1 (1) $\sqrt{81}$

(2) $\sqrt{20}$

(3) $\sqrt{\frac{7}{9}}$

問1 次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{100}$

(2) $\sqrt{48}$

例2 次の式の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) $\frac{5}{\sqrt{18}}$

問2 次の式の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$

(3) $\frac{9}{\sqrt{28}}$

② 整式の加法・減法

例3 $A = x^2 - x + 2$, $B = 4x^2 + 3x - 5$ とするとき、次の計算をしなさい。

(1) $A + 2B$

(2) $3A - B$

問3 $A = 3x^2 - 2x + 4$, $B = 2x^2 + x - 5$ とするとき、次の計算をしなさい。

(1) $2A + 3B$

(2) $A - 2B$

③ 単項式の乗法

(教科書 p.5)

(4) $(-2x^2y)^3$

例4 (1) $3x^2 \times 4x^3$

(2) $a^3b \times a^4b^2$

(3) $(x^4)^2$

(4) $(-3x^4y^3)^2$

問4 次の計算をなさい。

(1) $5x^3 \times 2x^5$

(2) $a^3b^2 \times ab^4$

(3) $(x^3)^3$

④ 乗法公式

例5 (1) $(x + 3)^2$

(2) $(3x - 5)^2$

(3) $(4x + y)(4x - y)$

(4) $(x + 7)(x + 3)$

(5) $(4x - 3)(x + 2)$

(4) $(5x + 2y)(5x - 2y)$

(5) $(x - 6)(x + 4)$

(6) $(2x + 7)(3x - 4)$

問5 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + 8)^2$

(2) $(4x - 3)^2$

(3) $(3x + 2)(3x - 2)$

⑤ 因数分解

例6 (1) $x^2 + 8x + 16$

(2) $x^2 - 6x + 9$

(3) $x^2 - 81$

(4) $x^2 + x - 12$

問6 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 10x + 25$

(2) $x^2 - 12x + 36$

(3) $x^2 - 64$

(4) $x^2 - 5x - 14$

(教科書 p.6)

2 2 次方程式

① 因数分解を利用する解き方(1)

例7 2次方程式 $x^2 - 12x + 27 = 0$ を解きなさい。

問7 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 11x + 10 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

(4) $x^2 - 6x - 16 = 0$

② 因数分解を利用する解き方(2)

例8 2次方程式 $3x^2 + 13x - 10 = 0$ を解きなさい。

問8 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $5x^2 + 9x - 2 = 0$

(2) $4x^2 - 7x - 15 = 0$

(教科書 p.7)

③ 解の公式を用いる解き方

例9 解の公式を用いて、次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 5x + 3 = 0$

(2) $2x^2 - 6x - 3 = 0$

問9 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 9x + 9 = 0$

(2) $3x^2 + 4x - 1 = 0$

(4) $8x^2 - 10x + 3 = 0$

(3) $7x^2 - 8x + 2 = 0$

1 いろいろな計算

① 根号を含む式の計算

例1 (1) $\sqrt{81}$
 $= \sqrt{9^2}$
 $= 9$

(2) $\sqrt{20}$
 $= \sqrt{4 \times 5}$
 $= \sqrt{4} \times \sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{\frac{7}{9}}$
 $= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}}$
 $= \frac{\sqrt{7}}{3}$

問1 次の式を簡単にしなさい。

(1) $\sqrt{100}$
 $= \sqrt{10^2}$
 $= 10$

(2) $\sqrt{48}$
 $= \sqrt{16 \times 3}$
 $= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{3}$

(教科書 p.4)

(3) $\sqrt{\frac{3}{4}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

例2 次の式の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \quad \leftarrow \text{分母, 分子に } \sqrt{3} \text{ をかける。}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $\frac{5}{\sqrt{18}}$
 $= \frac{5}{3\sqrt{2}}$
 $= \frac{5 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{5\sqrt{2}}{3 \times 2}$
 $= \frac{5\sqrt{2}}{6}$

問2 次の式の分母を有理化しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{3}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{10}}{3 \times 5} \\ &= \frac{\sqrt{10}}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \frac{9}{\sqrt{28}} \\ &= \frac{9}{2\sqrt{7}} \\ &= \frac{9 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= \frac{9\sqrt{7}}{2 \times 7} \\ &= \frac{9\sqrt{7}}{14} \end{aligned}$$

② 整式の加法・減法

例3 $A = x^2 - x + 2$, $B = 4x^2 + 3x - 5$ とするとき、次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & A + 2B \\ &= (x^2 - x + 2) + 2(4x^2 + 3x - 5) \\ &= x^2 - x + 2 + 8x^2 + 6x - 10 \\ &= (1 + 8)x^2 + (-1 + 6)x + (2 - 10) \\ &= 9x^2 + 5x - 8 \end{aligned}$$

) カッコをはずす。
) 同類項をまとめる。

$$\begin{aligned} (2) \quad & 3A - B \\ &= 3(x^2 - x + 2) - (4x^2 + 3x - 5) \\ &= 3x^2 - 3x + 6 - 4x^2 - 3x + 5 \\ &= (3 - 4)x^2 + (-3 - 3)x + (6 + 5) \\ &= -x^2 - 6x + 11 \end{aligned}$$

) -() の場合は符号に注意する。

問3 $A = 3x^2 - 2x + 4$, $B = 2x^2 + x - 5$ とするとき、次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2A + 3B \\ &= 2(3x^2 - 2x + 4) + 3(2x^2 + x - 5) \\ &= 6x^2 - 4x + 8 + 6x^2 + 3x - 15 \\ &= (6 + 6)x^2 + (-4 + 3)x + (8 - 15) \\ &= 12x^2 - x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & A - 2B \\ &= (3x^2 - 2x + 4) - 2(2x^2 + x - 5) \\ &= 3x^2 - 2x + 4 - 4x^2 - 2x + 10 \\ &= (3 - 4)x^2 + (-2 - 2)x + (4 + 10) \\ &= -x^2 - 4x + 14 \end{aligned}$$

③ 単項式の乗法

$$\begin{aligned} \text{例4 (1)} \quad & 3x^2 \times 4x^3 \\ &= 12 \times x^{2+3} \quad \curvearrowright (3 \times 4) \times (x^2 \times x^3) \\ &= 12x^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & a^3b \times a^4b^2 \\ &= a^{3+4} \times b^{1+2} \quad \curvearrowright (a^3 \times a^4) \times (b \times b^2) \\ &= a^7b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & (x^4)^2 \\ &= x^{4 \times 2} \\ &= x^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & (-3x^4y^3)^2 \\ &= (-3)^2 \times x^{4 \times 2} \times y^{3 \times 2} \\ &= 9x^8y^6 \end{aligned}$$

問4 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned} \text{(1)} \quad & 5x^3 \times 2x^5 \\ &= 10 \times x^{3+5} \\ &= 10x^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & a^3b^2 \times ab^4 \\ &= a^{3+1} \times b^{2+4} \\ &= a^4b^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & (x^3)^3 \\ &= x^{3 \times 3} \\ &= x^9 \end{aligned}$$

(教科書 p.5)

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & (-2x^2y)^3 \\ &= (-2)^3 \times x^{2 \times 3} \times y^3 \\ &= -8x^6y^3 \end{aligned}$$

④ 乗法公式

例5 (1) $(x + 3)^2$

$$= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

(2) $(3x - 5)^2$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

$$= 9x^2 - 30x + 25$$

(3) $(4x + y)(4x - y)$

$$= (4x)^2 - y^2$$

$$= 16x^2 - y^2$$

(4) $(x + 7)(x + 3)$

$$= x^2 + (7 + 3)x + 7 \times 3$$

$$= x^2 + 10x + 21$$

(5) $(4x - 3)(x + 2)$

$$= (4 \times 1)x^2 + \{4 \times 2 + (-3) \times 1\}x + (-3) \times 2$$

$$= 4x^2 + 5x - 6$$

(4) $(5x + 2y)(5x - 2y)$

$$= (5x)^2 - (2y)^2$$

$$= 25x^2 - 4y^2$$

(5) $(x - 6)(x + 4)$

$$= x^2 + (-6 + 4)x + (-6) \times 4$$

$$= x^2 - 2x - 24$$

(6) $(2x + 7)(3x - 4)$

$$= (2 \times 3)x^2 + \{2 \times (-4) + 7 \times 3\}x + 7 \times (-4)$$

$$= 6x^2 + 13x - 28$$

問5 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + 8)^2$

$$= x^2 + 2 \times x \times 8 + 8^2$$

$$= x^2 + 16x + 64$$

(2) $(4x - 3)^2$

$$= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2$$

$$= 16x^2 - 24x + 9$$

(3) $(3x + 2)(3x - 2)$

$$= (3x)^2 - 2^2$$

$$= 9x^2 - 4$$

⑤ 因数分解

例6 (1) $x^2 + 8x + 16$

$$= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$$

$$= (x + 4)^2$$

(2) $x^2 - 6x + 9$

$$= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$= (x - 3)^2$$

(3) $x^2 - 81$

$$= x^2 - 9^2$$

$$= (x + 9)(x - 9)$$

(4) $x^2 + x - 12$

$$= x^2 + (-3 + 4)x + (-3) \times 4$$

$$= (x - 3)(x + 4)$$

和が1, 積が-12になる
2つの数を見つける。

問6 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 10x + 25$

$$= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$= (x + 5)^2$$

(2) $x^2 - 12x + 36$

$$= x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2$$

$$= (x - 6)^2$$

(3) $x^2 - 64$

$$= x^2 - 8^2$$

$$= (x + 8)(x - 8)$$

(4) $x^2 - 5x - 14$

$$= x^2 + (2 - 7)x + 2 \times (-7)$$

$$= (x + 2)(x - 7)$$

(教科書 p.6)

2 2次方程式

① 因数分解を利用する解き方(1)

例7 2次方程式 $x^2 - 12x + 27 = 0$ を解きなさい。

左辺を因数分解すると

$$(x - 3)(x - 9) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \text{または} \quad x - 9 = 0$$

よって $x = 3, 9$

問7 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 11x + 10 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x - 1)(x - 10) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{または} \quad x - 10 = 0$$

よって $x = 1, 10$

(2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x + 3)(x + 4) = 0$$

$$x + 3 = 0 \quad \text{または} \quad x + 4 = 0$$

よって $x = -3, -4$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x - 7)(x + 8) = 0$$

$$x - 7 = 0 \quad \text{または} \quad x + 8 = 0$$

よって $x = 7, -8$

(4) $x^2 - 6x - 16 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x + 2)(x - 8) = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad \text{または} \quad x - 8 = 0$$

よって $x = -2, 8$

② 因数分解を利用する解き方(2)

(教科書 p.7)

例8 2次方程式 $3x^2 + 13x - 10 = 0$ を解きなさい。

左辺を因数分解すると

$$(x+5)(3x-2) = 0$$

$$x+5=0 \quad \text{または} \quad 3x-2=0$$

$$\text{よって} \quad x = -5, \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} \leftarrow 3 \qquad -10 \\ \hline 1 \quad 5 \rightarrow 15 \\ 3 \quad -2 \rightarrow -2 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 13 \end{array}$$

問8 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $5x^2 + 9x - 2 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x+2)(5x-1) = 0$$

$$x+2=0 \quad \text{または} \quad 5x-1=0$$

$$\text{よって} \quad x = -2, \frac{1}{5}$$

(2) $4x^2 - 7x - 15 = 0$

左辺を因数分解すると

$$(x-3)(4x+5) = 0$$

$$x-3=0 \quad \text{または} \quad 4x+5=0$$

$$\text{よって} \quad x = 3, -\frac{5}{4}$$

③ 解の公式を用いる解き方

例9 解の公式を用いて、次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 5x + 3 = 0$

解の公式に、 $a = 1, b = 5, c = 3$ を代入すると

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \leftarrow 2 \text{次方程式} \\ ax^2 + bx + c = 0 \text{ の} \\ \text{解の公式} \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

(2) $2x^2 - 6x - 3 = 0$

解の公式に、 $a = 2, b = -6, c = -3$ を代入すると

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{60}}{4} \end{aligned}$$

根号の中の数は、できるだけ小さい数にする。

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{15}}{4}$$

約分できるときは、かっこでくくってから行うとよい。

$$= \frac{2(3 \pm \sqrt{15})}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

問9 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 9x + 9 = 0$

解の公式に、 $a = 1, b = 9, c = 9$ を代入すると

$$\begin{aligned} x &= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times 9}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-9 \pm \sqrt{45}}{2} \\ &= \frac{-9 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

(2) $3x^2 + 4x - 1 = 0$

解の公式に, $a = 3$, $b = 4$, $c = -1$ を代入すると

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \\
 &= \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{6} \\
 &= \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{6} \\
 &= \frac{2(-2 \pm \sqrt{7})}{6} \\
 &= \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}
 \end{aligned}$$

(3) $7x^2 - 8x + 2 = 0$

解の公式に, $a = 7$, $b = -8$, $c = 2$ を代入すると

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 7 \times 2}}{2 \times 7} \\
 &= \frac{8 \pm \sqrt{8}}{14} \\
 &= \frac{8 \pm 2\sqrt{2}}{14} \\
 &= \frac{2(4 \pm \sqrt{2})}{14} \\
 &= \frac{4 \pm \sqrt{2}}{7}
 \end{aligned}$$

(4) $8x^2 - 10x + 3 = 0$

解の公式に, $a = 8$, $b = -10$, $c = 3$ を代入すると

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 8 \times 3}}{2 \times 8} \\
 &= \frac{10 \pm \sqrt{4}}{16} \\
 &= \frac{10 \pm 2}{16} \\
 &= \frac{2 \times (5 \pm 1)}{16} \\
 &= \frac{5 \pm 1}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって} \quad x &= \frac{5+1}{8}, \frac{5-1}{8} \\
 \text{すなわち} \quad x &= \frac{3}{4}, \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$