新数学 II　P.044

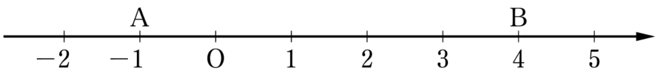
1 節　座標と直線の方程式

1　直線上の点の座標

ねらい　2 点間の距離や，線分をある比に分ける点について学びます。

下の数直線において，点 A は -1 の位置，点 B は 4 の位置というように，点の位置を 1 つの数で表すことができる。この数を**座標**といい，点 A, B をそれぞれ A(-1), B(4) と表す。

◀座標が a である点 A を A(a) と書く。



問 1　上の数直線に，点 C(2)，D(-1.5)，E$\left(\frac{1}{2}\right)$ をかきなさい。

2 点間の距離

一般に，数直線上の 2 点 A, B 間の距離 AB は，次のように座標の差として求められる。

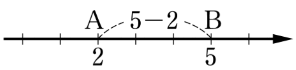
$$\mathbf{AB} = (\text{大きい方の座標}) - (\text{小さい方の座標})$$

◀A(a), B(b) として
$a < b$ のときは $b-a$
$a > b$ のときは $a-b$

●2 点間の距離を求めてみよう。

例 1　(1)　2 点 A(2), B(5) 間の距離は

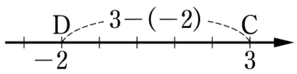
$$AB = 5 - 2 = 3$$



◀(B の座標) − (A の座標)

(2)　2 点 C(3), D(-2) 間の距離は

$$CD = 3 - (-2) = 5$$



◀(C の座標) − (D の座標)

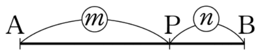
問 2　次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　A(3), B(5)　　(2)　C(-2), D(1)

(3)　E(4), F(-1)　　(4)　G(-6), H(-7)

新数学 II　P.045

線分の内分



　右の図のように，線分 AB 上に点 P があって

$$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$$

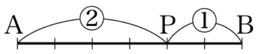
であるとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に**内分**するという。

　また，このとき，点 P を線分 AB の内分点という。

　とくに，1 : 1 に内分する点を，その線分の**中点**という。

●内分点の位置を考えてみよう。

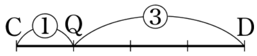
例 2　(1)　右の図において



$$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = 4 : 2 = 2 : 1$$

となるから，点 P は線分 AB を2 : 1 に内分する。

(2)　右の図において，点 Q は線分 CD を1 : 3 に内分する。

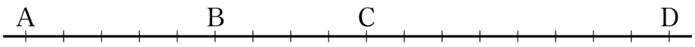


◀ ***m* と *n* の求め方**
まず長さを求めて，その比を最も簡単な比になおせばよい。

問 3　次の点を，下の図にかきなさい。

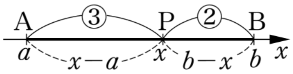
(1)　線分 AB を 2 : 3 に内分する点 P

(2)　線分 CD を 3 : 1 に内分する点 Q



内分点の座標

　数直線上に 2 点 A(a), B(b) があるとき，線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P の座標 x を求めてみよう。



$a < b$ のとき，$a < x < b$ であるから

$\mathrm{AP} = x - a,\quad \mathrm{PB} = b - x$

AP : PB = 3 : 2 より

$(x-a) : (b-x) = 3 : 2$

よって　　$2(x-a) = 3(b-x)$

整理すると　$(3+2)x = 2a + 3b$

したがって　$x = \frac{2a+3b}{3+2} = \frac{2a+3b}{5}$

　$a > b$ のときも同様である。

＋解説

$p : q = r : s$

⇓

$ps = qr$

一般に，次のことが成り立つ。

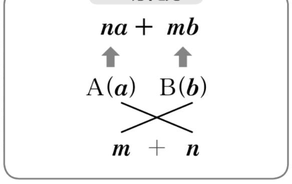
内分点の座標

2 点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を

$m:n$ に内分する点 P の座標 x は　$\boldsymbol{x = \frac{na+mb}{m+n}}$

とくに，線分 AB の中点 M の座標 x は　$\boldsymbol{x = \frac{a+b}{2}}$

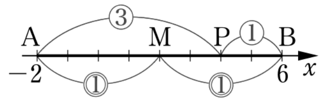
＋解説



◀中点は 1：1 に内分する点

●**内分点の座標を求めてみよう。**

例 3　2 点 A(-2), B(6) を結ぶ線分 AB を 3：1 に内分する点 P の座標 x は



$$x = \frac{1 \times (-2) + 3 \times 6}{3+1} = \frac{16}{4} = 4$$

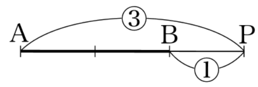
中点 M の座標 x は　$x = \frac{(-2)+6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

問 4　2 点 A(-1), B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に内分する点 P と中点 M の座標 x を, それぞれ求めなさい。

外分点の座標

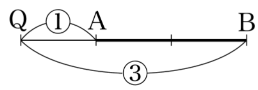
右の図のように，線分 AB の延長上に点 P があって

AP：PB = 3：1



であるとき，点 P は線分 AB を 3：1 に**外分**するという。

線分 AB を 1：3 に外分する点 Q は，右の図のようになる。

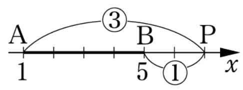


2 点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を m： n に外分する点の座標 x は，内分と同様に求めると，$\boldsymbol{x = \frac{-na+mb}{m-n}}$ となる。

◀内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

●**外分点の座標を求めてみよう。**

例 4　2 点 A(1), B(5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に外分する点 P の座標 x は



$$x = \frac{-1 \times 1 + 3 \times 5}{3-1} = \frac{14}{2} = 7$$

問 5　2 点 A(1), B(5) を結ぶ線分 AB を 2：1 に外分する点 P，1：2 に外分する点 Q の座標 x を，それぞれ求めなさい。

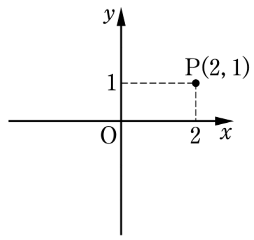
➔p.60 復習問題1

2　平面上の点の座標

ねらい　平面上の点の位置の表し方について学びます。また，平面上の 2 点間の距離や 2 点を結ぶ線分の内分，外分を考えます。

座標平面

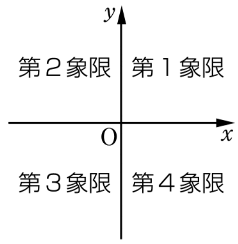
平面上の点 P の位置は，P の x 座標が a, y 座標が b のとき，座標 $(a,\ b)$ で表される。このとき，点 P を $\mathbf{P}(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b})$ と表す。たとえば，右の図の点 P は, P(2, 1) と表される。



このように，座標の定められた平面を**座標平面**という。

座標平面は x 軸と y 軸により，右の図のように 4 つの**象限**に分けられ，それぞれ第 1 象限，第 2 象限，第 3 象限，第 4 象限という。

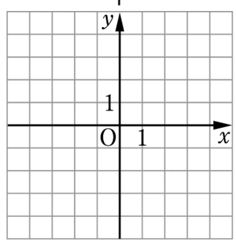
x 軸と y 軸は，どの象限にも入らないものとする。



問 6　次の点を右の図にかき，第何象限の点であるか答えなさい。

(1)　A(4, 3)　　　(2)　B(2, −4)

(3)　C(−3, 2)　　　(4)　D(−4, −1)



原点Oとの距離

原点 O，点 P(2, 1) 間の距離 OP を求めてみよう。

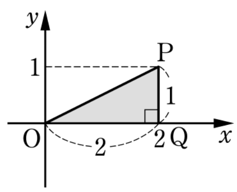
右の図のような直角三角形 OPQ をつくると，点 Q の座標は (2, 0) であり

$$\mathrm{OQ} = 2, \quad \mathrm{PQ} = 1$$

三平方の定理により

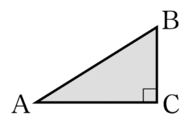
$$\begin{aligned}\mathrm{OP}^2 &= \mathrm{OQ}^2 + \mathrm{PQ}^2 \\ &= 2^2 + 1^2 \\ &= 5\end{aligned}$$

OP > 0 であるから　　$\mathrm{OP} = \sqrt{5}$



◀三平方の定理

$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2$

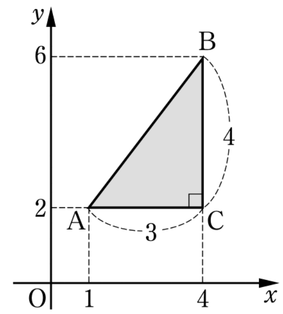


➜巻末 いままでに学んだこと ⑫ 三平方の定理

問 7　原点 O，点 P(3, 5) 間の距離 OP を求めなさい。

平面上の 2 点間の距離

2 点 A(1, 2), B(4, 6) 間の距離 AB を求めてみよう。



右の図のような直角三角形 ABC をつくると，点 C の座標は (4, 2) であり

$$\mathrm{AC} = 4 - 1 = 3$$

$$\mathrm{BC} = 6 - 2 = 4$$

三平方の定理により

$$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2$$

AB > 0 であるから

$$\mathrm{AB} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

一般に，次のことが成り立つ。

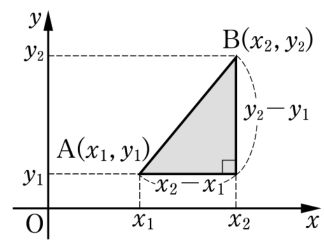
平面上の 2 点間の距離

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに，原点 O，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 間の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



●2 点間の距離を求めてみよう。

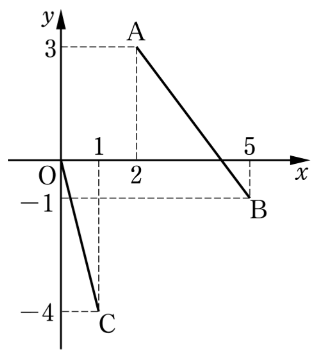
例 5　2 点 A(2, 3), B(5, −1) 間の距離は

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

また，原点 O，点 C(1, −4) 間の距離は

$$\mathrm{OC} = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$



問 8　次の 2 点間の距離を求めなさい。　➔p.60 復習問題2

(1)　A(2, 1), B(3, 4)

(2)　C(3, −4), D(−2, −1)

(3)　O(0, 0), E(−3, 2)

(4)　F(2, 3), G(4, 3)

例題 1

3 点 A(1, 1), B(3, 5), C(−1, 2) を頂点とする三角形が直角三角形であることを示しなさい。

解　$\mathrm{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$

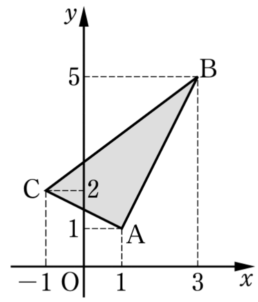
$\mathrm{BC}=\sqrt{(-1-3)^2+(2-5)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=\sqrt{25}$

$\mathrm{AC}=\sqrt{(-1-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}$

であるから

$$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=\mathrm{BC}^2$$

よって，△ ABC は ∠A を直角とする直角三角形である。



問 9　3 点 A(0, 3), B(−1, −4), C(4, 1) を頂点とする三角形が二等辺三角形であることを示しなさい。

◀ 2 辺の長さが等しいことをいえばよい。

平面上の内分

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P の座標 $(x,\ y)$ を求めてみよう。

x 座標と y 座標に分けて考える。

右の図のように，点 A, P , B から x 軸に垂線 AA′, PP′, BB′ を引くと，P′ も線分 A′B′ を 3 : 2 に内分するから

$$x=\frac{2x_1+3x_2}{3+2}=\frac{2x_1+3x_2}{5}$$

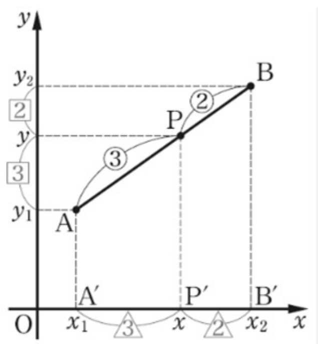
同様に y 軸に垂線を引いて考えると

$$y=\frac{2y_1+3y_2}{3+2}=\frac{2y_1+3y_2}{5}$$

よって，点 P の座標は

$$\left(\frac{2x_1+3x_2}{5},\ \frac{2y_1+3y_2}{5}\right)$$

である。



平面上の内分点の座標

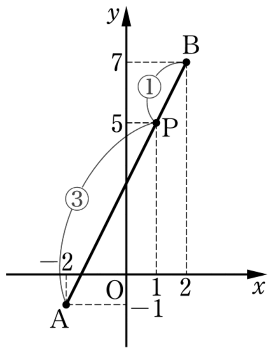
一般に，次のことが成り立つ。

> **平面上の内分点の座標**
>
> 2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に内分する点 P の座標は
>
> $$\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \frac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$$
>
> とくに，線分 AB の中点 M の座標は
>
> $$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

●内分点の座標を求めてみよう。

例 6　2 点 A(−2, −1), B(2, 7) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めてみよう。

(1)　線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P



点 P の x 座標は　　$x=\frac{1\times(-2)+3\times2}{3+1}$

$$=\frac{4}{4}=1$$

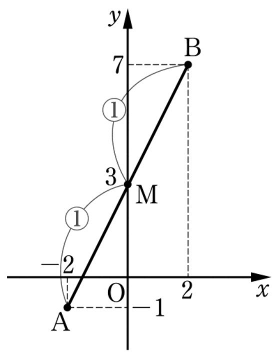
y 座標は　　$y=\frac{1\times(-1)+3\times7}{3+1}$

$$=\frac{20}{4}=5$$

よって

P(1, 5)

(2)　線分 AB の中点 M



点 M の x 座標は　　$x=\frac{(-2)+2}{2}=0$

y 座標は　　$y=\frac{(-1)+7}{2}=\frac{6}{2}=3$

よって

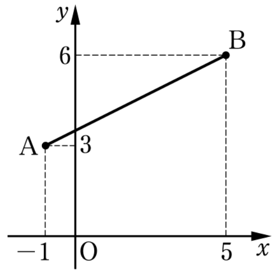
M(0, 3)

問 10　2 点 A(−1, 3), B(5, 6) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めなさい。

(1)　線分 AB を 1 : 2 に内分する点 P

(2)　線分 AB を 2 : 1 に内分する点 Q

(3)　線分 AB の中点 M



➜p.60 復習問題3(2)

平面上の外分点の座標

平面上において，2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) を結ぶ線分 AB を $m : n$ に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \frac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$$

となる。

◀平面上の内分点の座標を求める式で，n を $-n$ におきかえたものになっている。

●外分点の座標を求めてみよう。

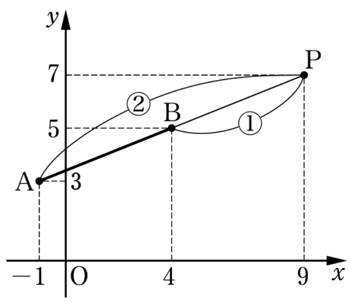
例 7　2 点 A(−1, 3), B(4, 5) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の

x 座標は　$x=\frac{-1\times(-1)+2\times4}{2-1}=9$

y 座標は　$y=\frac{-1\times3+2\times5}{2-1}=7$

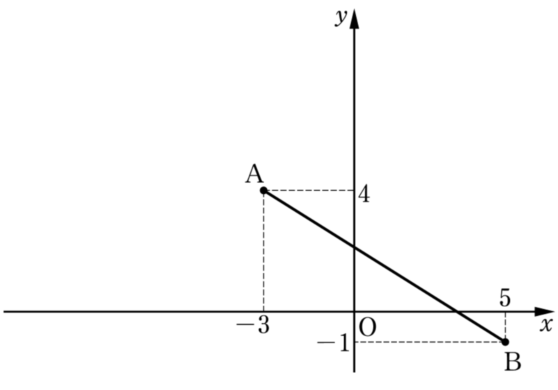
よって

P(9, 7)



問 11　2 点 A(−3, 4), B(5, −1) を結ぶ線分 AB を 1 : 2 に外分する点 P の座標を求めなさい。

◀外分する点の座標の分母が負になることに注意する。

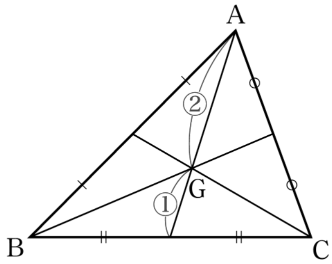


三角形の重心の座標

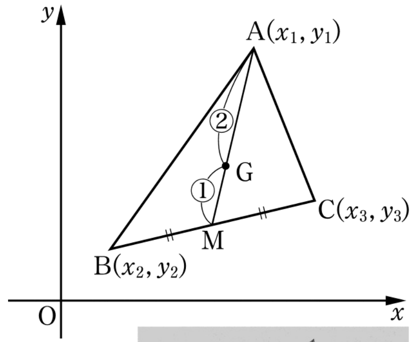
△ ABC の各頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を**中線**という。

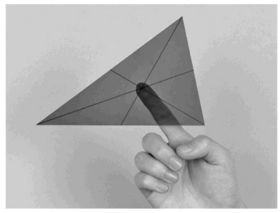
右の図のように，△ ABC の 3 本の中線は 1 点 G で交わる。この点を△ ABC の**重心**という。

重心は，それぞれの中線を 2：1 に内分する。



3 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めてみよう。





辺 BC の中点 M の座標は　$\left(\frac{x_2+x_3}{2},\ \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

重心 G は中線 AM を 2：1 に内分するから，

点 G の x 座標は

$$\frac{1\times x_1+2\times\frac{x_2+x_3}{2}}{2+1}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして，y 座標は　$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

以上から，重心 G の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

●三角形の重心の座標を求めてみよう。

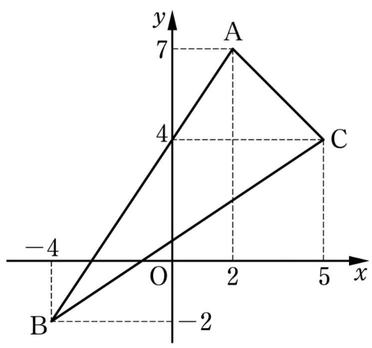
例 8　3 点A(2, 7), B(−4, −2), C(5, 4) を頂点とする△ ABC の重心 G の

x 座標は　$x=\frac{2+(-4)+5}{3}=\frac{3}{3}=1$

y 座標は　$y=\frac{7+(-2)+4}{3}=\frac{9}{3}=3$

よって

G(1, 3)



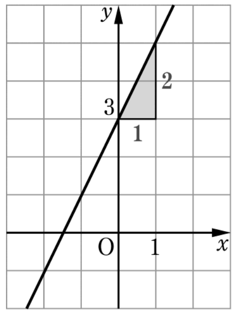
問 12　3 点 A(−3, 2), B(8, 5), C(1, −4) を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めなさい。

➔p.60 復習問題3(1), (3)

3　直線の方程式

ねらい　直線を表す式について学び，傾きや直線上の点の座標から式を求めます。

直線の方程式

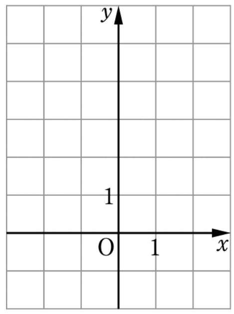


中学校で学んだように，$y=2x+3$ のグラフは，傾きが 2，切片が 3 の直線になる。

一般に，方程式 $y=mx+n$ は

傾きが m，切片が n

の直線を表す。



問 13　次の方程式が表す直線を右の図にかきなさい。

(1)　$y=x-1$

(2)　$y=-2x+1$

直線の方程式 $y=2x+3$ を変形すると，$2x-y+3=0$ となる。

このように，直線の方程式は

$$\boldsymbol{ax+by+c=0}$$

の形で表すこともできる。

●$ax+by+c=0$ が表す直線の傾きと切片を求めてみよう。

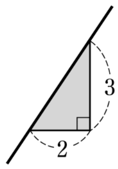
例 9　$3x-2y+4=0$ を変形すると，$2y=3x+4$ より

$$y=\frac{3}{2}x+2$$

よって，$3x-2y+4=0$ は

傾きが $\frac{3}{2}$，切片が 2 の直線を表す。

◀傾き $\frac{3}{2}$



右へ 2 だけ進むとき，上へ 3 だけ進む。

問 14　$2x+3y-9=0$ が表す直線の傾きと切片を求めなさい。

1 点を通り，傾きが $\boldsymbol{m}$ の直線

点 A(1, 3) を通り，傾きが 2 の直線の方程式を考えてみよう。

この直線の切片を n とすると，傾きが 2 であることから，方程式は

$y = 2x + n$　　……①

と表される。①が点 A(1, 3) を通るから

$3 = 2 \times 1 + n$　　……②

①，②の両辺それぞれの差をとると

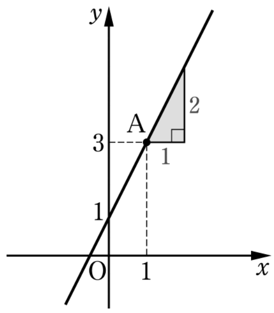
$y - 3 = 2(x - 1)$

◀ n を消去している。

この式を整理すると

$y = 2x + 1$

となる。

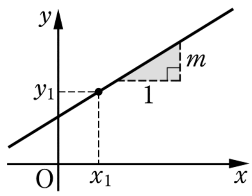


一般に，次のことが成り立つ。

1 点を通り，傾きが $\boldsymbol{m}$ の直線

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式は

$\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$

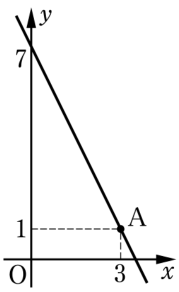


●1 点を通り，傾きが $\boldsymbol{m}$ の直線の方程式を求めてみよう。

例 10　点 A(3, 1) を通り，傾きが -2 の直線の方程式は

$y - 1 = -2(x - 3)$

よって　　$y = -2x + 7$



◀ $y - 1 = -2(x - 3)$
y 座標　傾き　x 座標

問 15　次の直線の方程式を求めなさい。

➔p.60 復習問題6(1)

(1)　点 (1, 2) を通り，傾きが 3 の直線

(2)　点 $(-2,\ 3)$ を通り，傾きが -1 の直線

(3)　点 $(3,\ -1)$ を通り，傾きが $\frac{2}{3}$ の直線

2 点を通る直線

2 点 A(2, 1), B(4, 5) を通る直線の方程式を考えてみよう。
この直線の傾き m は

$$m = \frac{5-1}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

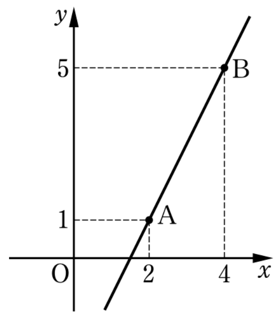
であるから，求める直線は

点 A(2, 1)を通り，傾きが 2 の直線

と考えられる。54 ページの公式より

$$y - 1 = 2(x - 2)$$

この式を整理すると　　$y = 2x - 3$



◀点 B(4, 5) を通るとしてもよい。
$y - 5 = 2(x - 4)$ より
$y = 2x - 3$

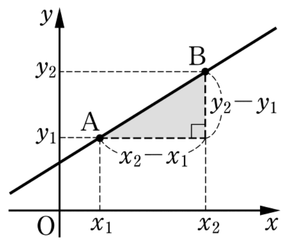
一般に，次のことが成り立つ。

2 点を通る直線

2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) を通る直線の方程式は，

傾き $\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ を求めて

$$\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)} \qquad \text{ただし} \quad x_1 \neq x_2$$

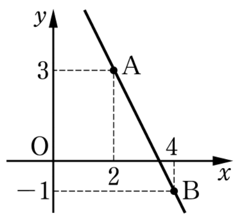


●2 点を通る直線の方程式を求めてみよう。

例 11　2 点 A(2, 3), B(4, −1) を通る直線の方程式は，

傾き $m = \frac{(-1)-3}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$ より

$$y - 3 = -2(x - 2) \qquad \text{よって} \qquad y = -2x + 7$$



問 16　次の 2 点を通る直線の方程式を求めなさい。

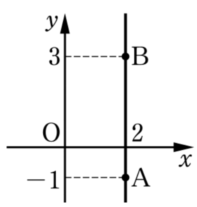
(1)　A(2, 1), B(5, 7)　　(2)　A(−1, 2), B(3, −6)

(3)　A(−2, −1), B(0, 2)　　(4)　A(1, 4), B(3, 4)

➔p.60 復習問題④, ⑥(2)

2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) を通る直線について，$x_1 = x_2$ のとき，
すなわち，x 座標が等しい場合を考えてみよう。

2 点 A(2, −1), B(2, 3) を通る直線は，右の図のように y 軸に平行な直線となり，その方程式は，$x = 2$ となる。



4　2 直線の関係

ねらい　平面上の 2 直線の関係について調べます。とくに，平行・垂直になる条件を学びます。

2 直線の交点

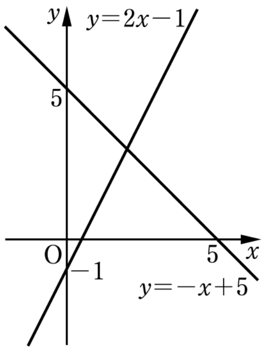
平面上の平行でない 2 直線は，かならず 1 点で交わる。その交点の x 座標と y 座標の値は，2 つの直線の方程式を満たす。このことから，2 直線の交点の座標は，2 つの直線の方程式を組み合わせた連立方程式の解として求めることができる。

●2 直線の交点の座標を求めてみよう。

例 12　2 直線

$$y = 2x - 1,\ y = -x + 5$$

の交点の座標を求めてみよう。



連立方程式

$$\begin{cases} y = 2x - 1 & \cdots\cdots ① \\ y = -x + 5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

を解けばよい。

①，②から，y を消去すると

$$2x - 1 = -x + 5$$
$$3x = 6$$

よって，x 座標は　$x = 2$

このとき，y 座標は①より

$$y = 2x - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

したがって，交点の座標は (2, 3)

◀② に代入して，y 座標を求めてもよい。
$y = -x + 5$
$= -2 + 5 = 3$

問 17　次の 2 直線の交点の座標を求めなさい。

➔p.60 復習問題5

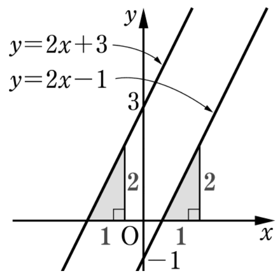
(1)　$y = 2x + 1,\ y = -x + 4$

(2)　$y = 3x - 5,\ 2x - y + 1 = 0$

(3)　$3x - y - 5 = 0,\ x + y - 7 = 0$

2 直線の平行

直線 $y=2x-1$ と $y=2x+3$ は，右の図のように平行である。2 直線の傾きはともに 2 であり，等しい。

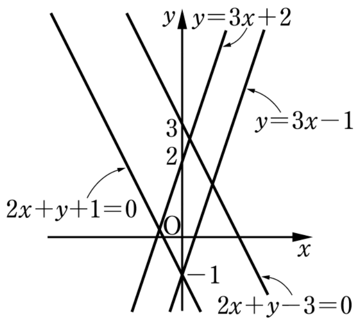


一般に，次のことが成り立つ。

> **2 直線の平行**
> 2 直線 $y=mx+n,\ y=m'x+n'$ について
> 平行になるのは，$\boldsymbol{m=m'}$ のとき

●2 直線が平行かどうか調べてみよう。

例 13　2 直線 $y=3x-1,\ y=3x+2$ は，ともに傾きが 3 であるから，平行である。
また，2 直線 $2x+y-3=0$,
$2x+y+1=0$ の方程式は，それぞれ
$y=-2x+3,\ y=-2x-1$ と変形できる。
したがって，この 2 直線は，ともに傾きが -2 であるから，平行である。



問 18　次の直線のうち，平行な直線はどれとどれか選びなさい。

◀傾きが等しいものをさがす。

①　$y=2x+1$　　②　$y=-2x+6$
③　$2x+y-1=0$　　④　$2x-y+5=0$

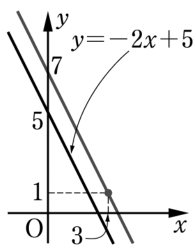
例題 2

点 (3，1) を通り，直線 $y=-2x+5$ に平行な直線の方程式を求めなさい。

解　直線 $y=-2x+5$ の傾きは -2 である。
したがって，求める直線の方程式は，点 (3，1) を通り，傾きが -2 の直線であるから

$$y-1=-2(x-3)$$

これより　　$\boldsymbol{y=-2x+7}$



問 19　点 (2，−1) を通り，次の直線に平行な直線の方程式を求めなさい。

➔p.60 復習問題⑥(3)

(1)　$y=3x-1$　　(2)　$x+y+3=0$

2 直線の垂直

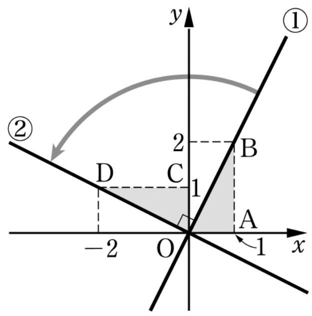
直線 $y=2x$　　……①

に垂直で，原点を通る直線②の傾きを求めてみよう。

右の図のように，△ OAB を O を中心に 90° 回転した三角形を△ OCD とすると，△ OCD において

$\mathrm{CD}=2,\quad \mathrm{OC}=1$

となり，直線②の傾きは $-\frac{1}{2}$ とわかる。



このとき，直線①と②の傾きについて

$$(\text{①の傾き})\times(\text{②の傾き})=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$$

となる。

このことは，原点を通らない直線についても成り立つ。

一般に，次のことが成り立つ。

> **2 直線の垂直**
> 2 直線 $y=mx+n,\ y=m'x+n'$ について
> 垂直になるのは，$\boldsymbol{mm'=-1}$ のとき

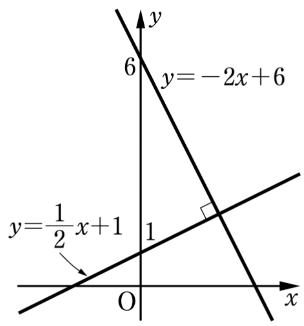
◀ $mm'=-1$ より
$m=-\frac{1}{m'}$

●2 直線が垂直かどうか調べてみよう。

例 14　2 直線 $y=-2x+6,\ y=\frac{1}{2}x+1$ の傾きの積は

$$(-2)\times\frac{1}{2}=-1$$

よって，この 2 直線は垂直である。



問 20　次の直線のうち，$y=4x-3$に垂直な直線を選びなさい。

① $y=-4x+1$　　② $y=\frac{1}{4}x+1$

③ $y=-\frac{1}{4}x+3$　　④ $y=4x+4$

◀傾きの積が −1 になるものをさがす。

●垂直な直線の傾きを求めてみよう。

$\boxed{\text{例 15}}$　直線 $y=3x+2$ に垂直な直線の傾きを m とすると，2 直線の傾きの積が -1 のときに垂直になるから

$3\times m=-1$

よって　　$m=-\frac{1}{3}$

$\boxed{\text{問 21}}$　次の直線に垂直な直線の傾きを求めなさい。

(1)　$y=x+1$　　(2)　$y=-2x+1$

(3)　$y=\frac{2}{3}x-1$　　(4)　$3x+y+1=0$

◀(4)　$y=mx+n$ の形に変形して考える。

ある点を通り，与えられた直線に垂直な直線の方程式を求めてみよう。

$\boxed{\text{例題 3}}$

点 (3, 1) を通り，直線 $y=-2x+5$ に垂直な直線の方程式を求めなさい。

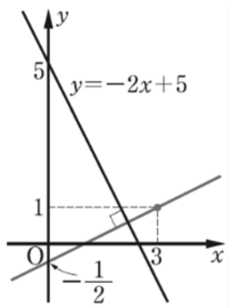
$\boxed{\text{解}}$　直線 $y=-2x+5$ の傾きは -2 であるから，求める直線の傾きを m とすると

$(-2)\times m=-1$ より　$m=\frac{1}{2}$

したがって，求める直線の方程式は，点 (3, 1) を通り，傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であるから

$$y-1=\frac{1}{2}(x-3)$$

これより　　$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}$



$\boxed{\text{問 22}}$　点 (4, 1) を通り，次の直線に垂直な直線の方程式を求めなさい。

➔p.60 復習問題6(4)

(1)　$y=\frac{1}{3}x-1$

(2)　$2x+y+4=0$

復習問題

□ **1** 数直線上に 2 点 A(−5), B(7) がある。線分 AB を 1 : 3 に内分する点を P, 3 : 1 に外分する点を Q とするとき，2 点 P, Q 間の距離を求めなさい。

2点間の距離
内分点・外分点の座標
p.44 例 1
p.46 例 3
p.46 例 4

□ **2** 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1)　A(4, 0), B(−3, 1)

(2)　C(−3, −2), D(2, 10)

平面上の2点間の距離
p.48 例 5

□ **3** 3 点 A(−5, 1), B(1, 4), C(4, −2) がある。このとき，次の問に答えなさい。

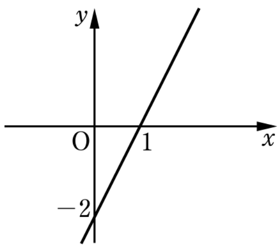
(1)　△ ABC の重心 G の座標を求めなさい。

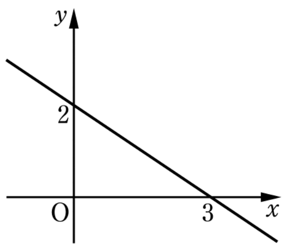
(2)　線分 AB, BC, CA を 2 : 1 に内分する点をそれぞれ P, Q, R とするとき，それらの座標を求めなさい。

(3)　△ PQR の重心 G′の座標を求めなさい。

平面上の内分点の座標
三角形の重心の座標
p.50 例 6
p.52 例 8

□ **4** 次の図の直線の方程式を求めなさい。

(1)


(2)


直線の方程式
p.54 例 10
p.55 例 11

□ **5** 2 直線 $y = 3x - 4$, $2x + y - 1 = 0$ の交点の座標を求めなさい。

2直線の交点
p.56 例 12

□ **6** 次の直線の方程式を求めなさい。

(1)　点 (−3, 2) を通り，傾きが −1 の直線

(2)　2 点 (2, 5), (−3, −5) を通る直線

(3)　点 (2, 5) を通り，直線 $y = -x + 4$ に平行な直線

(4)　点 (3, 1) を通り，直線 $y = 2x + 3$ に垂直な直線

直線の方程式
2直線の平行・垂直
p.54 例 10
p.55 例 11
p.57 例題 2
p.59 例題 3