

4章・1節 指数関数

① 指数の拡張

② 累乗根

1 次の□をうめなさい。[知]

(1) $a \neq 0$ で、 n が正の整数のとき

$$a^0 = \square, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^{\square}}$$

(2) $a > 0$ で、 m, n が正の整数のとき

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^{\square} = \sqrt[n]{a^{\square}}$$

(3) $a > 0, b > 0$ で、 p, q が分数や整数のとき

[1] $a^p \times a^q = a^{\square}$

[2] $a^p \div a^q = a^{\square}$

[3] $(a^p)^q = a^{\square}$

[4] $(ab)^p = a^{\square} b^{\square}$

2 次の値を求めなさい。[国]

(1) 4^{-3}

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

3 次の計算をしなさい。[国]

(1) $7^{-2} \times 7^5$

(2) $2^3 \div 2^{-2}$

4 次の計算を行い、結果を負の整数の指数を用いないで表しなさい。ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。[国]

(1) $a^{-3} \times a^{-4}$

(2) $a^4 \div a^{-5}$

(3) $(a^{-3})^{-2}$

(4) $(a^2 b^{-4})^{-3}$

組	番号	名前

5 次の値を求めなさい。[国]

(1) $\sqrt[3]{81}$

(2) $16^{-\frac{3}{2}}$

6 次の計算をしなさい。[国]

(1) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2}$

(2) $\sqrt[4]{6} \div \sqrt[4]{2}$

(3) $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16}$

(4) $(\sqrt[6]{27})^2$

7 次の計算をしなさい。ただし、 $a > 0$ とする。[国]

(1) $a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{3}{4}}$

(2) $\sqrt[3]{2^5} \times \sqrt[3]{4}$

(3) $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[6]{16}$

4章・1節 指数関数

組	番号	名前

③ 指数関数とそのグラフ

1 指数関数 $y = a^x$ のグラフの性質について、次の□をうめなさい。

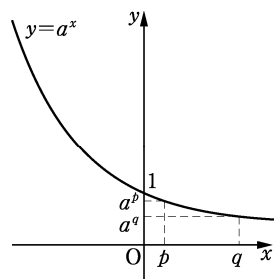
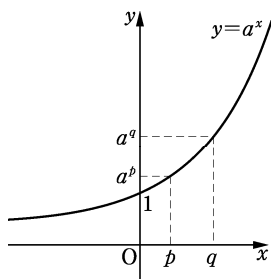
知

- a を1以外の□の数とすると、 $y = a^x$ で表される関数を、 a を□とする x の□関数という。
- 2点 $(0, \square)$, $(1, \square)$ を通る。
- $y \square 0$ の範囲にある。
- x 軸がグラフの□線となる。
- $a > 1$ のとき、 x が増加すると y も□する。
 $0 < a < 1$ のとき、 x が増加すると y は□する。

- (6) (i) $a > 1$ のとき (ii) $0 < a < 1$ のとき

$$p < q \Leftrightarrow a^p \square a^q$$

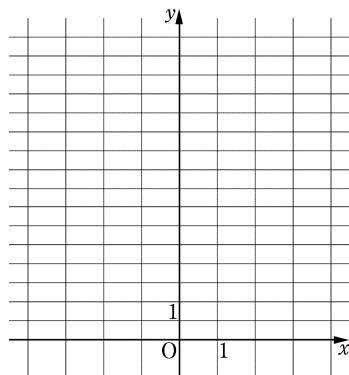
$$p < q \Leftrightarrow a^p \square a^q$$



2 下の表を完成し、指数関数のグラフをかきなさい。

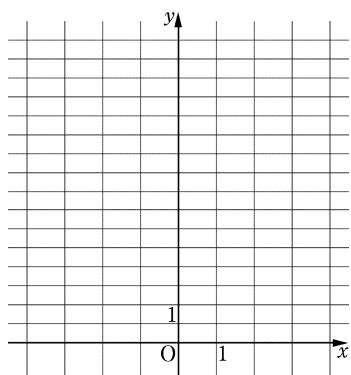
(1) $y = 4^x$

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = 4^x$



(2) $y = (\frac{1}{4})^x$

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = (\frac{1}{4})^x$



3 次の数を小さい順に並べなさい。

(1) $2^{\frac{6}{5}}$, $2^{-\frac{1}{2}}$, $2^{\frac{3}{4}}$

(2) $(\frac{1}{2})^{-1}$, $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$, $(\frac{1}{2})^2$

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $5^x = 125$

(2) $7^x = 1$

(3) $3^x = \frac{1}{81}$

(4) $8^x = 32$

4章・1節 指数関数

① 指数の拡張

② 累乗根

1 次の□をうめなさい。[国]

(1) $a \neq 0$ で、 n が正の整数のとき

$$a^0 = \boxed{1}, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^{\boxed{n}}}$$

(2) $a > 0$ で、 m, n が正の整数のとき

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^{\boxed{m}} = \sqrt[n]{a^{\boxed{m}}}$$

(3) $a > 0, b > 0$ で、 p, q が分数や整数のとき

[1] $a^p \times a^q = a^{\boxed{p+q}}$

[2] $a^p \div a^q = a^{\boxed{p-q}}$

[3] $(a^p)^q = a^{\boxed{pq}}$

[4] $(ab)^p = a^{\boxed{p}} b^{\boxed{p}}$

2 次の値を求めなさい。[国]

(1) 4^{-3}

[解] $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

[解] $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = (3^{-1})^{-2} = 3^{(-1) \times (-2)} = 3^2 = 9$

3 次の計算をしなさい。[国]

(1) $7^{-2} \times 7^5$

[解] $7^{-2} \times 7^5 = 7^{-2+5} = 7^3 = 343$

(2) $2^3 \div 2^{-2}$

[解] $2^3 \div 2^{-2} = 2^{3-(-2)} = 2^5 = 32$

4 次の計算を行い、結果を負の整数の指数を用いないで表しなさい。ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。[国]

(1) $a^{-3} \times a^{-4}$

[解] $a^{-3} \times a^{-4} = a^{-3+(-4)} = a^{-7} = \frac{1}{a^7}$

(2) $a^4 \div a^{-5}$

[解] $a^4 \div a^{-5} = a^{4-(-5)} = a^9$

(3) $(a^{-3})^{-2}$

[解] $(a^{-3})^{-2} = a^{-3 \times (-2)} = a^6$

(4) $(a^2 b^{-4})^{-3}$

[解] $(a^2 b^{-4})^{-3} = (a^2)^{-3} (b^{-4})^{-3} = a^{2 \times (-3)} b^{-4 \times (-3)} = a^{-6} b^{12} = \frac{b^{12}}{a^6}$

組	番号	名前

5 次の値を求めなさい。[国]

(1) $\sqrt[4]{81}$

[解] $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

(2) $16^{-\frac{3}{2}}$

[解] $16^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{16^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(\sqrt{16})^3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

6 次の計算をしなさい。[国]

(1) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2}$

[解] $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \times 2} = \sqrt[3]{10}$

(2) $\sqrt[4]{6} \div \sqrt[4]{2}$

[解] $\sqrt[4]{6} \div \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{\frac{6}{2}} = \sqrt[4]{3}$

(3) $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16}$

[解] $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{4 \times 16} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

(4) $(\sqrt[6]{27})^2$

[解] $(\sqrt[6]{27})^2 = \sqrt[6]{27^2} = \sqrt[6]{(3^3)^2} = \sqrt[6]{3^6} = 3$

7 次の計算をしなさい。ただし、 $a > 0$ とする。[国]

(1) $a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{3}{4}}$

[解] $a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = a$

(2) $\sqrt[3]{2^5} \times \sqrt[6]{4}$

[解] $\sqrt[3]{2^5} \times \sqrt[6]{4} = 2^{\frac{5}{3}} \times \sqrt[6]{2^2} = 2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{2}{6}} = 2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{3} + \frac{1}{3}} = 2^2 = 4$

(3) $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[6]{16}$

[解] $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[6]{16} = \sqrt[3]{2^5} \div \sqrt[6]{2^4} = 2^{\frac{5}{3}} \div 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{5}{3}} \div 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{3} - \frac{2}{3}} = 2$

4章・1節 指数関数

③ 指数関数とそのグラフ

組	番号	名前

1 指数関数 $y = a^x$ のグラフの性質について、次の□をうめなさい。

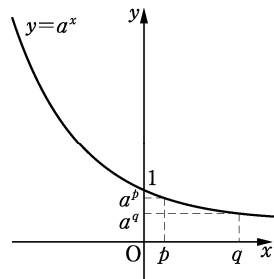
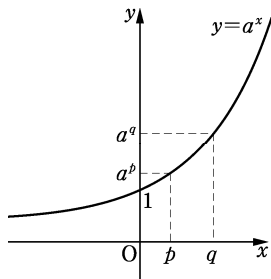
知

- a を1以外の□の正の数とすると、 $y = a^x$ で表される関数を、 a を□とする x の□関数という。
- 2点 $(0, \square)$, $(1, \square)$ を通る。
- $y > 0$ の範囲にある。
- x 軸がグラフの□線となる。
- $a > 1$ のとき、 x が増加すると y も□する。
 $0 < a < 1$ のとき、 x が増加すると y は□する。

- (6) (i) $a > 1$ のとき (ii) $0 < a < 1$ のとき

$$p < q \Leftrightarrow a^p < a^q$$

$$p < q \Leftrightarrow a^p > a^q$$



2 下の表を完成し、指数関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = 4^x$

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = 4^x$...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16	...

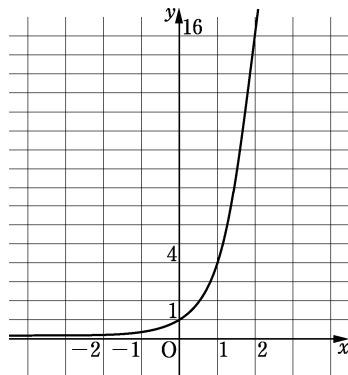
[解] $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

$$4^{-1} = \frac{1}{4}$$

$$4^0 = 1$$

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = 16$$



(2) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$...	16	4	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$...

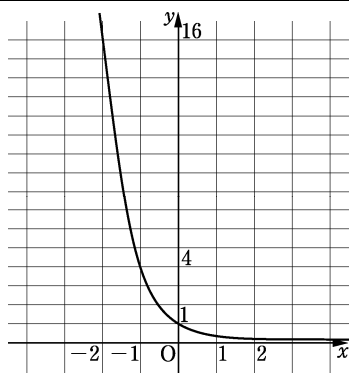
[解] $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = (4^{-1})^{-2} = 4^2 = 16$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = (4^{-1})^{-1} = 4^1 = 4$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$



3 次の数を小さい順に並べなさい。

(1) $2^{\frac{6}{5}}$, $2^{-\frac{1}{2}}$, $2^{\frac{3}{4}}$

[解] 指数を小さい順に並べると、 $-\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{6}{5}$

底2は1より大きいから

$$2^{-\frac{1}{2}} < 2^{\frac{3}{4}} < 2^{\frac{6}{5}}$$

したがって

$$2^{-\frac{1}{2}}, 2^{\frac{3}{4}}, 2^{\frac{6}{5}}$$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

[解] 指数を小さい順に並べると、 $-1 < \frac{1}{3} < 2$

底 $\frac{1}{2}$ は1より小さいから

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

したがって

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

4 次の方程式を解きなさい。

(1) $5^x = 125$

[解] $125 = 5^3$ より

$$5^x = 5^3$$

よって $x = 3$

(2) $7^x = 1$

[解] $1 = 7^0$ より

$$7^x = 7^0$$

よって $x = 0$

(3) $3^x = \frac{1}{81}$

[解] $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ より

$$3^x = 3^{-4}$$

よって $x = -4$

(4) $8^x = 32$

[解] $8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$, $32 = 2^5$ より

$$2^{3x} = 2^5$$

よって $3x = 5$

したがって $x = \frac{5}{3}$