1節 点と直線

❶ 直線上の点の座標

（教科書 p.64）

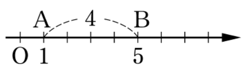
数直線上の点には実数が対応している。点 P に実数 x が対応しているとき，

（① ）であるといい，（② ）と書く。

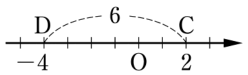
数直線上の 2 点間の距離

（教科書 p.64）

例 1 (1)　2 点 A(1)，B(5) 間の距離 AB は

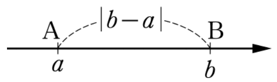


(2)　2 点 C(2)，D(−4) 間の距離 CD は



数直線上において，原点と点 P(x) の距離を実数 x の絶対値といい，$|x|$ で表す。2 点A(a)，B(b) 間の距離 AB は，a，b の大小に関係なく，絶対値の記号を用いて次のように表される。

$$\mathbf{AB} = |b - a|$$



問1 次の 2 点 A，B 間の距離を求めよ。

(1)　A(9)，B(1)

(2)　A(−2)，B(5)

内分点・外分点

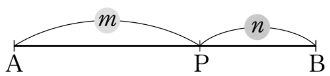
（教科書 p.64）

m，n は正の数とする。

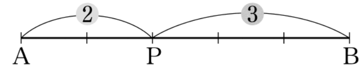
線分 AB 上に点 P があって

$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$

が成り立つとき，点 P は線分 AB を $m : n$ に（③ ）という。このとき，点 P を線分 AB の（④ ）という。



例2 右の図において，点 P は線分 AB を 2 : 3 に内分する。

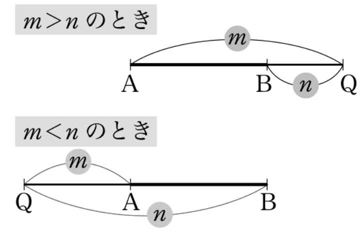


m，n は正の数で，$m \neq n$ とする。

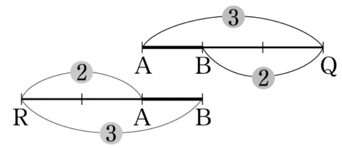
線分 AB の延長上に点 Q があって

$\mathrm{AQ} : \mathrm{QB} = m : n$

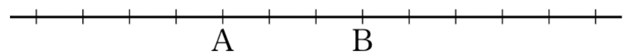
が成り立つとき，点 Q は線分 AB を $m : n$ に（⑤ ）という。このとき，点 Q を線分 AB の（⑥ ）という。



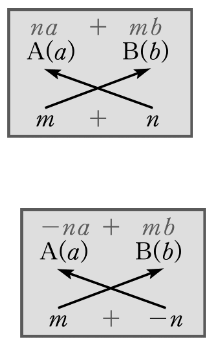
例3 右の図において，点 Q は線分 AB を 3 : 2 に外分し，点R は線分 AB を 2 : 3 に外分する。



問2 下の図において，線分 AB を2 : 1 に内分する点 P，2 : 1 に外分する点 Q，1 : 2 に外分する点 R をそれぞれ図示せよ。



内分点・外分点の座標
2 点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を $m : n$ に内分する点 P の座標は　$\dfrac{na+mb}{m+n}$ とくに，線分 AB の**中点** M の座標は　$\dfrac{a+b}{2}$ $m : n$ に外分する点 Q の座標は　$\dfrac{-na+mb}{m-n}$



注意　外分点の公式は，内分点の公式で n を $-n$ に置き換えたものである。

例4 2 点 A(−1), B(9) に対して，線分 AB を 4 : 1 に内分する点 Pの座標を x とすると

また，線分 AB を 3 : 1 に外分する点 Q の座標を y とすると

問3 2 点 A(3), B(6) に対して，次の点の座標を求めよ。

(1)　線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P

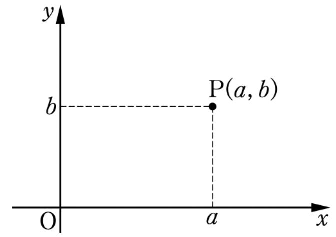
(2)　線分 AB を 2 : 3 に外分する点 Q

(3)　線分 AB の中点 M

❷ 平面上の点の座標

座標平面上の点

（教科書 p.67）

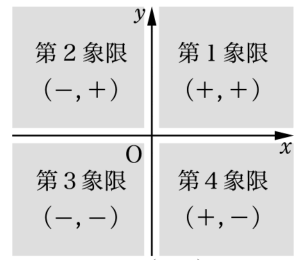


平面上に座標軸を定めると，その平面上の点 P の位置は座標 $(a,\ b)$ で表される。

座標が $(a,\ b)$ である点 P のことを（⑦　　　　　　　　）と書く。

このようにして座標の定められた平面を（⑧　　　　　　　　）という。

座標平面は x 軸と y 軸により図のように 4 つの（⑨　　　　　　　　）に分けられる。ただし，座標軸上の点はどの象限にも入らない。

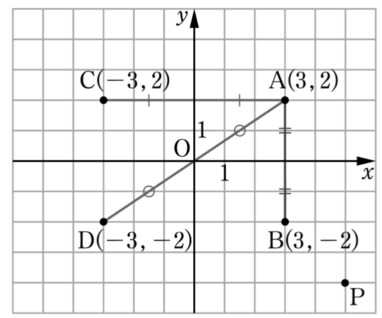


象限と座標$(x,\ y)$の符号

問4 次の各点はどの象限にあるか。

A(4, −2),　B(−3, 1),　C(−5, −1),　D(6, 5)

例5 点 A(3, 2) について，x 軸，y 軸，原点に関して対称な点 B，C，D の座標は，それぞれ，（　　　　　　　　　　　　　　）である。



問5 点 P(5, −4) について，次の直線または点に関して対称な点の座標を求めよ。

(1)　x 軸

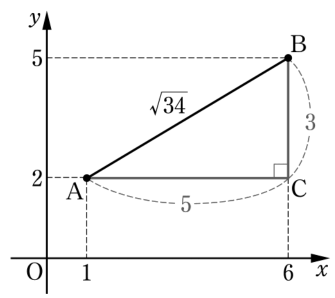
(2)　y 軸

(3)　原点

2 点間の距離

（教科書 p.68）

例6 座標平面上の 2 点 A(1, 2), B(6, 5) 間の距離 AB を求めてみよう。
右の図のように直角三角形 ABC をかけば，点 C の座標は (6, 2) であり



よって，三平方の定理により

一般に，次のことが成り立つ。

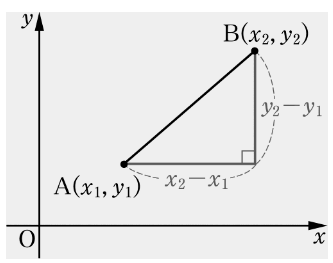
2点間の距離

2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに，原点 O と点 $P(x,\ y)$ の距離は

$$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



例7 2 点 A(1, 4), B(−2, 8) 間の距離は

原点 O(0, 0) と点 P(4, −6) の距離は

問6 次の 2 点間の距離を求めよ。

(1)　A(4, 2), B(7, 3)

(2)　A(−1, 1), B(−4, −3)

(3)　O(0, 0), P(−4, 2)

(4)　A(3, −2), B(3, −9)

内分点･外分点

（教科書 p.69）

外分点の座標も，内分点の場合と同様に求めることができる。

内分点・外分点の座標
2 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ に対して，線分 AB を$m:n$ に**内分する**点 P の座標は $\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n},\quad \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$ とくに，線分 AB の**中点** M の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\quad \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ $m:n$ に**外分する**点 Q の座標は $\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n},\quad \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

例8 2 点 A$(-2,\ 1)$，B$(4,\ 4)$ がある。
線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P，2 : 1 に外分する点 Q の座標を求めてみよう。
P の座標を $(x,\ y)$ とすると

したがって，点 P の座標は（　　　　　　　）である。
次に，Q の座標を $(x',\ y')$ とすると

したがって，点 Q の座標は（　　　　　　　）である。

問7 次の 2 点 A，B に対して，線分 AB を 4 : 3 に内分する点 P，4 : 3 に外分する点 Q，および線分 AB の中点 M の座標を求めよ。

(1)　A$(2,\ 1)$，B$(9,\ 8)$

(2)　A$(-2,\ 3)$，B$(6,\ -1)$

例題 1 点 A$(2,\ 3)$ に関して，点 P$(-1,\ 2)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

解 点 Q の座標を $(a,\ b)$ とすると，線分 PQ の中点が点 A であるから

問8 点 A$(-3,\ 1)$ に関して，点 P$(4,\ 3)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

三角形の重心

（教科書 p.71）

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を（⑩　　　　　　　）という。三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり，この点をその三角形の（⑪　　　　　　　）という。重心はそれぞれの中線を 2 : 1 に内分する点である。

三角形の重心の座標
3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする△ABC の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

例9 3 点 A$(2,\ 3)$，B$(1,\ -1)$，C$(6,\ 1)$ を頂点とする△ABC の重心 G の座標 $(x,\ y)$ を求めてみよう。

$$x=\frac{2+1+6}{3}=3,\qquad y=\frac{3+(-1)+1}{3}=1$$

したがって，G の座標は（　　　　　　　）

問9 次の 3 点を頂点とする△ABC の重心 G の座標を求めよ。

(1)　A$(5,\ -3)$，B$(4,\ 7)$，C$(-6,\ 2)$

(2)　A$(0,\ -4)$，B$(5,\ 3)$，C$(2,\ -4)$

③ 直線の方程式

（教科書 p.72）

x，y についての方程式を満たす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を，その（⑫　　　　　　　　　　）という。また，その方程式をその（⑬　　　　　　　　　　）という。

1 点を通り傾きが m の直線

（教科書 p.72）

点 A$(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式を求めてみよう。

直線と y 軸との交点の y 座標を（⑭　　　　　　　）という。y 切片を n とすると，この直線の方程式は

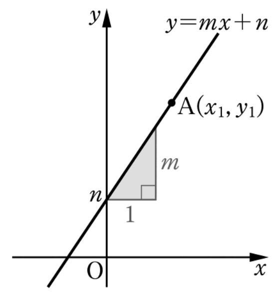
$y=mx+n$ ……①

と表される。①が点 A$(x_1,\ y_1)$ を通るから

$y_1=mx_1+n$ ……②

① − ②より

$y-y_1=m(x-x_1)$



1 点を通り傾きが m の直線
点 (x_1, y_1) を通り，傾きが m の直線の方程式は $\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}$

例 10 点 $(2,\ -5)$ を通り，傾きが -4 の直線の方程式は

$y-(-5)=-4(x-2)$

すなわち

問 10 次の直線の方程式を求めよ。

(1)　点 $(1,\ 3)$ を通り，傾きが 2 の直線

(2)　点 $(-3,\ 4)$ を通り，傾きが $-\frac{1}{3}$ の直線

2 点を通る直線

（教科書 p.73）

異なる 2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式を求めてみよう。

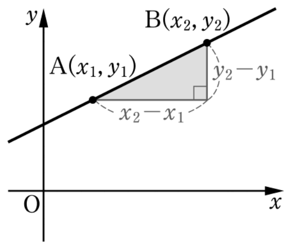
(i)　$x_1 \neq x_2$ のとき

直線 AB の傾き m は

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

さらに点 $(x_1,\ y_1)$ を通るから，その直線の方程式は

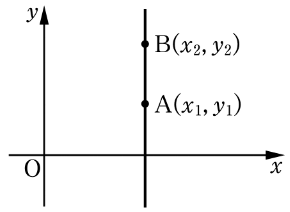
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



(ii)　$x_1 = x_2$ のとき

直線 AB は y 軸に平行であるから，その直線の方程式は

$$x = x_1$$



２点を通る直線
2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は $\boldsymbol{x_1 \neq x_2}$のとき　　$\boldsymbol{y - y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x - x_1)}$ $\boldsymbol{x_1 = x_2}$のとき　　$\boldsymbol{x = x_1}$

例 11 (1)　2 点 $A(2,\ -1)$, $B(4,\ 3)$ を通る直線の方程式は

すなわち

(2)　2 点 $A(1,\ -2)$, $B(1,\ 5)$ を通る直線の方程式は

問 11 次の 2 点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

(1)　$A(-2,\ 3)$, $B(1,\ 9)$

(2)　$A(2,\ 0)$, $B(0,\ 6)$

(3)　$A(-4,\ 1)$, $B(-4,\ 5)$

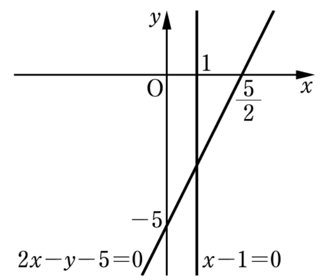
(4)　$A(2,\ 5)$, $B(-7,\ 5)$

1 次方程式と直線

（教科書 p.74）

例 12 2 つの方程式 $2x - y - 5 = 0$, $x - 1 = 0$ は，それぞれ

と変形できるので，ともに直線を表す。



例題 2 2 直線 $x+y-4=0,\ 2x-y+1=0$ の交点と点 $(-2,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

解

問 12 2 直線 $x+2y+1=0,\ x-y-5=0$ の交点と点 $(1,\ 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。

参考 2直線の交点を通る直線

（教科書 p.75）

前ページの例題2で求めた2直線の交点を通る直線の方程式を，別の方法で考えてみよう。

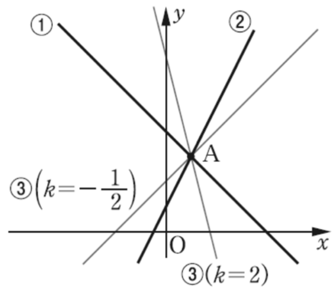
2つの直線 $x+y-4=0$ ……①

$2x-y+1=0$ ……②

は平行でないから，1点Aで交わる。このとき，k を定数として

$\boldsymbol{k(x+y-4)+(2x-y+1)=0}$ ……③

を考えると，③は点Aを通る直線を表す。



例1 2直線①，②の交点Aと点B$(-2,\ 1)$を通る直線の方程式を求めてみよう。③に，$x=-2,\ y=1$ を代入して

$k\{(-2)+1-4\}+\{2\cdot(-2)-1+1\}=0$

よって $k=-\frac{4}{5}$

③より $-\frac{4}{5}(x+y-4)+(2x-y+1)=0$

したがって，求める直線ABの方程式は

問1 2直線 $4x-5y+5=0,\ x+2y-6=0$ の交点と点 $(1,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

④ 2直線の関係

平行条件と垂直条件

（教科書 p.76）

平行条件と垂直条件
2直線 $y=mx+n,\ y=m'x+n'$ について **2直線が平行** $\Longleftrightarrow$ $\boldsymbol{m=m'}$ **2直線が垂直** $\Longleftrightarrow$ $\boldsymbol{mm'=-1}$

例13 2直線 $2x+y-5=0,\ x-2y+6=0$ の方程式は，それぞれ $y=-2x+5,$
$y=\frac{1}{2}x+3$ と変形でき，2直線の傾きの積は $(-2)\times\frac{1}{2}=-1$ である。よって，この2直線は
（　　　　　）である。

問13 次の直線のうち，互いに平行なもの，互いに垂直なものを選べ。

① $y=4x$

② $x+3y+2=0$

③ $2x+6y-5=0$

④ $2x+8y-5=0$

例題 3 次の直線の方程式を求めよ。

(1)　点 $(1,\ 2)$ を通り，直線 $y = 3x + 1$ に平行な直線

(2)　点 $(-3,\ 2)$ を通り，直線 $3x + 2y - 6 = 0$ に垂直な直線

解

問 14 点 $(3,\ -1)$ を通り，直線 $4x - y - 1 = 0$ に平行な直線と，垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ。

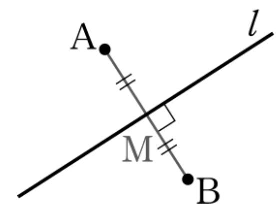
例題 4 直線 $x + 2y - 10 = 0$ に関して，点 $\mathrm{A}(1,\ 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

考え方 2 点 A，B が，ある直線 l に関して対称である条件は

(i)　直線 AB は直線 l に垂直である

(ii)　線分 AB の中点Mは直線 l 上にある

が成り立つことである。



解

問 15 直線 $4x-2y-3=0$ に関して，点 A$(4,\ -1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

点と直線の距離

（教科書 p.79）

直線 l 上にない点 P から l に下ろした垂線 PH の長さを（⑮　　　　　　　　　　　）という。

点と直線の距離
点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は $$\boldsymbol{d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

例 14 点 $(-2,\ -1)$ と直線 $4x+3y+1=0$ の距離 d は

問 16 次の点と直線の距離を求めよ。

(1)　点 $(2,\ -3)$，直線 $x+2y+2=0$

(2)　原点，直線 $4x-3y-5=0$

参考　中線定理

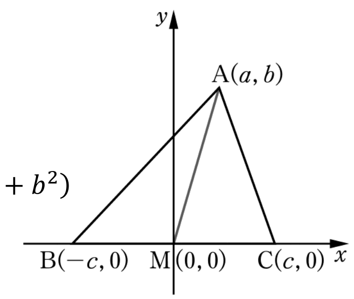
（教科書 p.80）

中線定理
△ABC の辺 BC の中点を M とすると $\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$

証明　M を原点，直線 BC を x 軸にとると，三角形の 3 つの頂点 A，B，C の座標はそれぞれ

$\mathrm{A}(a,\ b)$，$\mathrm{B}(-c,\ 0)$，$\mathrm{C}(c,\ 0)$

とおける。



このとき

$$
\begin{aligned}
\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2&=\{(a+c)^2+b^2\}+\{(a-c)^2+b^2\}\\
&=(a^2+2ac+c^2+b^2)+(a^2-2ac+c^2+b^2)\\
&=2(a^2+b^2+c^2)\\
2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)&=2\{(a^2+b^2)+c^2\}\\
&=2(a^2+b^2+c^2)
\end{aligned}
$$

ゆえに　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$

Training

（教科書 p.81）

1 次の 2 点間の距離を求めよ。

(1) $A(4,\ -2)$, $B(-5,\ 7)$

(2) $O(0,\ 0)$, $A(4,\ -8)$

2 2 点 $A(-3,\ -2)$, $B(4,\ 10)$ に対して，線分 AB を 2 : 5 に内分する点 P，2 : 5 に外分する点 Q の座標を求めよ。

3 点 $A(-1,\ 1)$ に関して，点 $P(2,\ 3)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

4 3 点 $A(2,\ 3)$, $B(-1,\ 5)$, $C(2,\ 1)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めよ。

5 次の 2 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。

(1) $A(6,\ -1)$, $B(-3,\ 5)$

(2) $A(-2,\ 0)$, $B(-2,\ 6)$

6 2 直線 $x+y+1=0$, $3x-y+7=0$ の交点と原点を通る直線の方程式を求めよ。

7 2 点 $A(1,\ -3)$, $B(7,\ 6)$ を通る直線を l とする。点 $C(3,\ 4)$ を通り，l に平行な直線と，垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ。

8　直線 $2x + y + 4 = 0$ に関して，点 $\mathrm{A}(-4,\ -1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

9　次の点と直線の距離を求めよ。

(1)　点 $(2,\ 4)$，直線 $2x - 6y - 5 = 0$

(2)　点 $(-7,\ 0)$，直線 $y = x + 3$

1 節　点と直線

❶ 直線上の点の座標

（教科書 p.64）

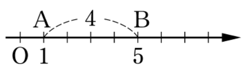
数直線上の点には実数が対応している。点 P に実数 x が対応しているとき，
（① 点 P の座標は x ）であるといい，（② $\mathrm{P}(x)$ ）と書く。

数直線上の 2 点間の距離

（教科書 p.64）

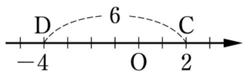
例 1 (1)　2 点 $\mathrm{A}(1)$，$\mathrm{B}(5)$ 間の距離 AB は

$\mathrm{AB}=5-1=4$



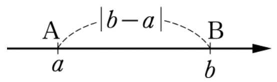
(2)　2 点 $\mathrm{C}(2)$，$\mathrm{D}(-4)$ 間の距離 CD は

$\mathrm{CD}=2-(-4)=6$



数直線上において，原点と点 $\mathrm{P}(x)$ の距離を実数 x の絶対値といい，$|x|$ で表す。2 点 $\mathrm{A}(a)$，$\mathrm{B}(b)$ 間の距離 AB は，a，b の大小に関係なく，絶対値の記号を用いて次のように表される。

$\mathbf{AB}=|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}|$



問1 次の 2 点 A，B 間の距離を求めよ。

(1)　$\mathrm{A}(9)$，$\mathrm{B}(1)$

$\mathrm{AB}=|1-9|=|-8|=\mathbf{8}$

(2)　$\mathrm{A}(-2)$，$\mathrm{B}(5)$

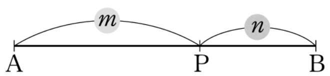
$\mathrm{AB}=|5-(-2)|=|7|=\mathbf{7}$

内分点・外分点

（教科書 p.64）

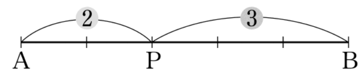
m，n は正の数とする。
線分 AB 上に点 P があって

$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=m:n$



が成り立つとき，点 P は線分 AB を $m:n$ に（③ 内分する ）という。このとき，点 P を線分 AB の（④ 内分点 ）という。

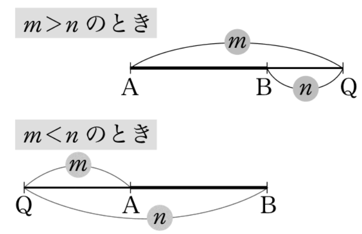
例2 右の図において，点 P は線分 AB を $2:3$ に内分する。



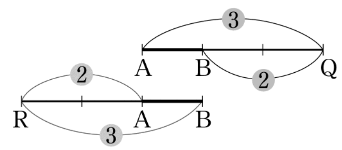
m，n は正の数で，$m\neq n$ とする。
線分 AB の延長上に点 Q があって

$\mathrm{AQ}:\mathrm{QB}=m:n$

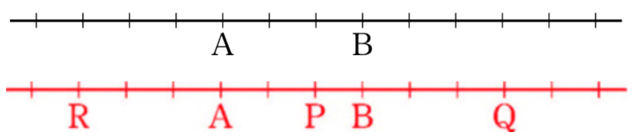
が成り立つとき，点 Q は線分 AB を $m:n$ に（⑤ 外分する ）という。このとき，点 Q を線分 AB の（⑥ 外分点 ）という。



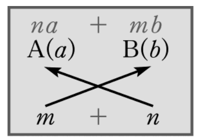
例3 右の図において，点 Q は線分 AB を $3:2$ に外分し，点R は線分 AB を $2:3$ に外分する。

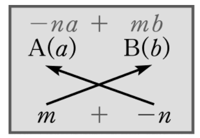


問2 下の図において，線分 AB を$2:1$ に内分する点 P，$2:1$ に外分する点 Q，$1:2$ に外分する点 R をそれぞれ図示せよ。



内分点・外分点の座標
2 点 $\mathrm{A}(a)$，$\mathrm{B}(b)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の座標は　$\dfrac{na+mb}{m+n}$ とくに，線分 AB の**中点** M の座標は　$\dfrac{a+b}{2}$ $m:n$ に外分する点 Q の座標は　$\dfrac{-na+mb}{m-n}$





注意　外分点の公式は，内分点の公式で n を $-n$ に置き換えたものである。

例4 2 点 A(-1), B(9) に対して，線分 AB を $4:1$ に内分する点 Pの座標を x とすると

$$x=\frac{1\cdot(-1)+4\cdot 9}{4+1}=7$$

また，線分 AB を $3:1$ に外分する点 Q の座標を y とすると

$$y=\frac{-1\cdot(-1)+3\cdot 9}{3-1}=14$$

問3 2 点 A(3), B(6) に対して，次の点の座標を求めよ。

(1)　線分 AB を $2:1$ に内分する点 P

$$\frac{1\cdot 3+2\cdot 6}{2+1}=\mathbf{5}$$

(2)　線分 AB を $2:3$ に外分する点 Q

$$\frac{-3\cdot 3+2\cdot 6}{2-3}=\mathbf{-3}$$

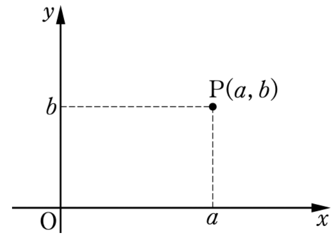
(3)　線分 AB の中点 M

$$\frac{3+6}{2}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}$$

❷ 平面上の点の座標

座標平面上の点

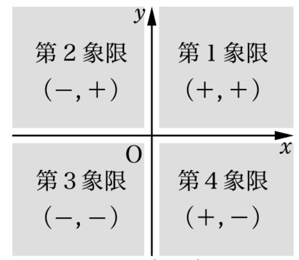
（教科書 p.67）



平面上に座標軸を定めると，その平面上の点 P の位置は座標 $(a,\ b)$ で表される。

座標が $(a,\ b)$ である点 P のことを（⑦　**P(a, b)**　）と書く。

このようにして座標の定められた平面を（⑧　座標平面　）という。



象限と座標$(x,\ y)$の符号

座標平面は x 軸と y 軸により図のように 4 つの（⑨　象限　）に分けられる。ただし，座標軸上の点はどの象限にも入らない。

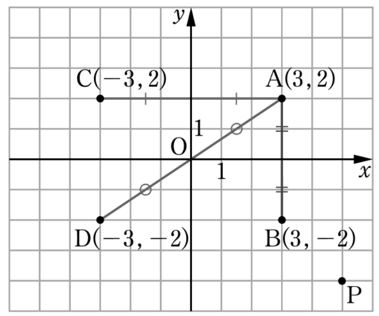
問4 次の各点はどの象限にあるか。

A$(4,\ -2)$,　B$(-3,\ 1)$,　C$(-5,\ -1)$,　D$(6,\ 5)$

A は第 **4** 象限，**B** は第 **2** 象限，

C は第 **3** 象限，**D** は第 **1** 象限

例5 点 A$(3,\ 2)$ について，x 軸，y 軸，原点に関して対称な点 B，C，D の座標は，それぞれ，（　B$(3, -2)$，C$(-3,\ 2)$，D$(-3, -2)$　）である。



問5 点 P(5, −4) について，次の直線または点に関して対称な点の座標を求めよ。

右の図より

(1)　x 軸

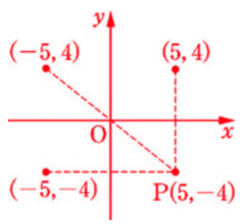
(5，4)

(2)　y 軸

(−5，−4)

(3)　原点

(−5，4)



2 点間の距離

（教科書 p.68）

例6 座標平面上の 2 点 A(1, 2), B(6, 5) 間の距離 AB を求めてみよう。

右の図のように直角三角形 ABC をかけば，点 C の座標は (6, 2) であり

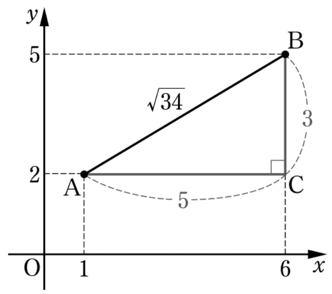
$AC = 6 - 1 = 5$

$BC = 5 - 2 = 3$

よって，三平方の定理により

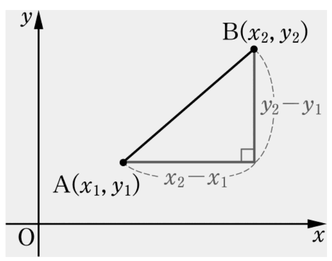
$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$

$= \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$



一般に，次のことが成り立つ。

> **2点間の距離**
>
> 2 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) 間の距離は
>
> $$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
>
> とくに，原点 O と点 P(x, y) の距離は
>
> $$\mathbf{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



例7 2 点 A(1, 4), B(−2, 8) 間の距離は

$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (8-4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

原点 O(0, 0) と点 P(4, −6) の距離は

$OP = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 36}$

$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

問6 次の 2 点間の距離を求めよ。

(1)　A(4, 2), B(7, 3)

$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (3-2)^2} = \boldsymbol{\sqrt{10}}$

(2)　A(−1, 1), B(−4, −3)

$AB = \sqrt{\{-4-(-1)\}^2 + \{-3-1\}^2}$

$= \sqrt{25} = \mathbf{5}$

(3)　O(0, 0), P(−4, 2)

$OP = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \boldsymbol{2\sqrt{5}}$

(4)　A(3, −2), B(3, −9)

$AB = \sqrt{(3-3)^2 + \{-9-(-2)\}^2}$

$= \sqrt{(-7)^2} = \mathbf{7}$

内分点・外分点

（教科書 p.69）

外分点の座標も，内分点の場合と同様に求めることができる。

内分点・外分点の座標
2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に**内分する**点 P の座標は $\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$ とくに，線分 AB の**中点** M の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ $m:n$ に**外分する**点 Q の座標は $\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

例8 2 点 A(−2，1)，B(4，4) がある。
線分 AB を 2：1 に内分する点 P，2：1 に外分する点 Q の座標を求めてみよう。
P の座標を $(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{1\cdot(-2)+2\cdot4}{2+1}=2,\qquad y=\frac{1\cdot1+2\cdot4}{2+1}=3$$

したがって，点 P の座標は（ (2，3) ）である。
次に，Q の座標を $(x',\ y')$ とすると

$$x'=\frac{-1\cdot(-2)+2\cdot4}{2-1}=10,\qquad y'=\frac{-1\cdot1+2\cdot4}{2-1}=7$$

したがって，点 Q の座標は（ (10，7) ）である。

問7 次の 2 点 A，B に対して，線分 AB を 4：3 に内分する点 P，4：3 に外分する点 Q，および線分 AB の中点 M の座標を求めよ。

(1) A(2，1)，B(9，8)

$$\frac{3\cdot2+4\cdot9}{4+3}=6,\quad \frac{3\cdot1+4\cdot8}{4+3}=5$$

であるから，点 P の座標は　**(6，5)**

$$\frac{-3\cdot2+4\cdot9}{4-3}=30,\quad \frac{-3\cdot1+4\cdot8}{4-3}=29$$

であるから，点 Q の座標は　**(30，29)**

$$\frac{2+9}{2}=\frac{11}{2},\quad \frac{1+8}{2}=\frac{9}{2}$$

であるから，点 M の座標は　$\left(\dfrac{11}{2},\ \dfrac{9}{2}\right)$

(2) A(−2，3)，B(6，−1)

$$\frac{3\cdot(-2)+4\cdot6}{4+3}=\frac{18}{7},\quad \frac{3\cdot3+4\cdot(-1)}{4+3}=\frac{5}{7}$$

であるから，点 P の座標は　$\left(\dfrac{18}{7},\ \dfrac{5}{7}\right)$

$$\frac{-3\cdot(-2)+4\cdot6}{4-3}=30,\quad \frac{-3\cdot3+4\cdot(-1)}{4-3}=-13$$

であるから，点 Q の座標は　**(30，−13)**

$$\frac{-2+6}{2}=2,\quad \frac{3+(-1)}{2}=1$$

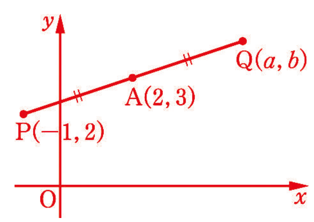
であるから，点 M の座標は　**(2，1)**

例題 1 点 A(2，3) に関して，点 P(−1，2) と対称な点 Q の座標を求めよ。

解 点 Q の座標を $(a,\ b)$ とすると，線分 PQ の中点が点 A であるから

$$\frac{-1+a}{2}=2,\quad \frac{2+b}{2}=3$$

よって　$a=5,\ b=4$
であるから，点 Q の座標は
(5，4)



問8 点 $\mathrm{A}(-3,\ 1)$ に関して，点 $\mathrm{P}(4,\ 3)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

点 Q の座標を $(a,\ b)$ とすると，線分 PQ の中点が点 A であるから

$$\frac{4+a}{2}=-3,\quad \frac{3+b}{2}=1$$

よって　$a=-10,\ b=-1$

であるから，点 Q の座標は　$(\mathbf{-10},\ \mathbf{-1})$

三角形の重心

（教科書 p.71）

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を（[10]　中線　）という。三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり，この点をその三角形の（[11]　重心　）という。重心はそれぞれの中線を 2 : 1 に内分する点である。

三角形の重心の座標
3 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$，$\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標は $$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

例9 3 点 $\mathrm{A}(2,\ 3)$，$\mathrm{B}(1,\ -1)$，$\mathrm{C}(6,\ 1)$ を頂点とする△ ABC の重心 G の座標 $(x,\ y)$ を求めてみよう。

$$x=\frac{2+1+6}{3}=3,\qquad y=\frac{3+(-1)+1}{3}=1$$

したがって，G の座標は（　$(3,\ 1)$　）

問9 次の 3 点を頂点とする△ ABC の重心 G の座標を求めよ。

(1)　$\mathrm{A}(5,\ -3)$，$\mathrm{B}(4,\ 7)$，$\mathrm{C}(-6,\ 2)$

$$\frac{5+4+(-6)}{3}=1,\quad \frac{-3+7+2}{3}=2$$

であるから，重心 G の座標は　$(\mathbf{1},\ \mathbf{2})$

(2)　$\mathrm{A}(0,\ -4)$，$\mathrm{B}(5,\ 3)$，$\mathrm{C}(2,\ -4)$

$$\frac{0+5+2}{3}=\frac{7}{3},\quad \frac{-4+3+(-4)}{3}=-\frac{5}{3}$$

であるから，重心 G の座標は　$\left(\frac{7}{3},\ -\frac{5}{3}\right)$

③ 直線の方程式

（教科書 p.72）

x，y についての方程式を満たす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を，その（[12]　方程式の表す図形　）という。また，その方程式をその（[13]　図形の方程式　）という。

1 点を通り傾きが m の直線

（教科書 p.72）

点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m の直線の方程式を求めてみよう。

直線と y 軸との交点の y 座標を（[14]　y 切片　）という。y 切片を n とすると，この直線の方程式は

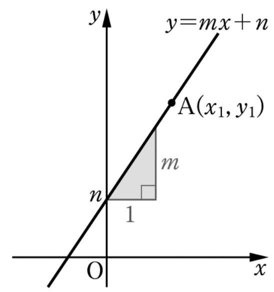
$y=mx+n$　……①

と表される。①が点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ を通るから

$y_1=mx_1+n$　……②

① − ②より

$y-y_1=m(x-x_1)$



1 点を通り傾きが m の直線
点 (x_1, y_1) を通り，傾きが m の直線の方程式は $\boldsymbol{y-y_1=m(x-x_1)}$

例 10 点 $(2,\ -5)$ を通り，傾きが -4 の直線の方程式は

$y-(-5)=-4(x-2)$

すなわち　$y=-4x+3$

問 10 次の直線の方程式を求めよ。

(1)　点 $(1,\ 3)$ を通り，傾きが 2 の直線

$y-3=2(x-1)$

すなわち　$\boldsymbol{y=2x+1}$

(2)　点 $(-3,\ 4)$ を通り，傾きが $-\frac{1}{3}$ の直線

$$y-4=-\frac{1}{3}\{x-(-3)\}$$

すなわち　$\boldsymbol{y=-\frac{1}{3}x+3}$

2 点を通る直線

（教科書 p.73）

異なる 2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式を求めてみよう。

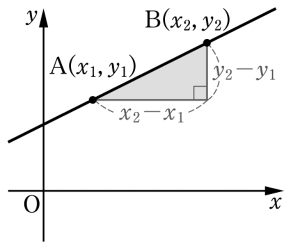
(i)　$x_1 \neq x_2$ のとき

直線 AB の傾き m は

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

さらに点 $(x_1,\ y_1)$ を通るから，その直線の方程式は

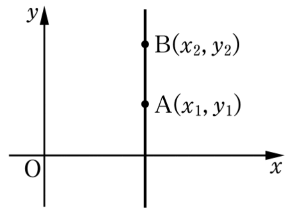
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



(ii)　$x_1 = x_2$ のとき

直線 AB は y 軸に平行であるから，その直線の方程式は

$$x = x_1$$



2 点を通る直線	
2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線の方程式は	
$\boldsymbol{x_1 \neq x_2}$ のとき	$\boldsymbol{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$
$\boldsymbol{x_1 = x_2}$ のとき	$\boldsymbol{x = x_1}$

例 11　(1)　2 点 $\mathrm{A}(2,\ -1)$，$\mathrm{B}(4,\ 3)$ を通る直線の方程式は

$$y - (-1) = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

すなわち　$y = 2x - 5$

(2)　2 点 $\mathrm{A}(1,\ -2)$，$\mathrm{B}(1,\ 5)$ を通る直線の方程式は　$x = 1$

問 11　次の 2 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。

(1)　$\mathrm{A}(-2,\ 3)$，$\mathrm{B}(1,\ 9)$

$$y - 3 = \frac{9 - 3}{1 - (-2)}\{x - (-2)\}$$

すなわち　$\boldsymbol{y = 2x + 7}$

(2)　$\mathrm{A}(2,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 6)$

$$y - 0 = \frac{6 - 0}{0 - 2}(x - 2)$$

すなわち　$\boldsymbol{y = -3x + 6}$

(3)　$\mathrm{A}(-4,\ 1)$，$\mathrm{B}(-4,\ 5)$

点 $\mathrm{A}(-4,\ 1)$ を通り，y 軸に平行な直線であるから

$\boldsymbol{x = -4}$

(4)　$\mathrm{A}(2,\ 5)$，$\mathrm{B}(-7,\ 5)$

$$y - 5 = \frac{5 - 5}{-7 - 2}(x - 2)$$

すなわち　$\boldsymbol{y = 5}$

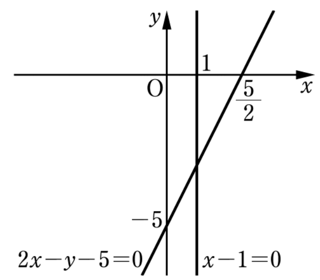
1 次方程式と直線

（教科書 p.74）

例 12　2 つの方程式 $2x - y - 5 = 0$，$x - 1 = 0$ は，それぞれ

$y = 2x - 5$，$x = 1$

と変形できるので，ともに直線を表す。



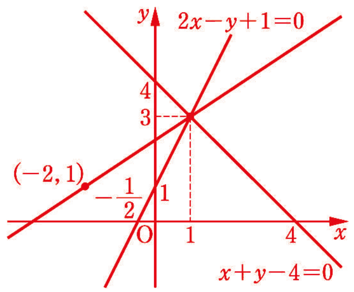
例題 2 2 直線 $x+y-4=0$, $2x-y+1=0$ の交点と点 $(-2,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

解 連立方程式 $\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$ を解くと，$x=1$, $y=3$ となるから，交点の座標は $(1,\ 3)$ である。

求める直線は 2 点 $(-2,\ 1)$, $(1,\ 3)$ を通るから，その方程式は

$$y-1=\frac{3-1}{1-(-2)}\{x-(-2)\}$$

すなわち　$2x-3y+7=0$



問 12 2 直線 $x+2y+1=0$, $x-y-5=0$ の交点と点 $(1,\ 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。

連立方程式 $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ x-y-5=0 \end{cases}$

を解くと　$x=3$, $y=-2$

となるから，交点の座標は $(3,\ -2)$ である。

求める直線は 2 点 $(1,\ 2)$, $(3,\ -2)$ を通るから，その方程式は

$$y-2=\frac{-2-2}{3-1}(x-1)$$

すなわち　$\mathbf{2x+y-4=0}$

参考　2 直線の交点を通る直線

（教科書 p.75）

前ページの例題 2 で求めた 2 直線の交点を通る直線の方程式を，別の方法で考えてみよう。

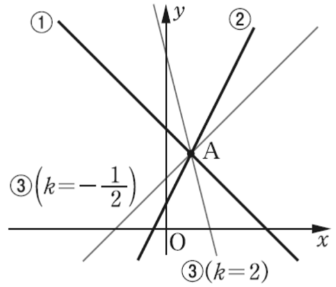
2 つの直線　$x+y-4=0$　……①

$2x-y+1=0$　……②

は平行でないから，1 点 A で交わる。このとき，k を定数として

$\boldsymbol{k(x+y-4)+(2x-y+1)=0}$　……③

を考えると，③は点 A を通る直線を表す。



例1 2 直線①，②の交点 A と点 B$(-2,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めてみよう。③に，$x=-2$，$y=1$ を代入して

$k\{(-2)+1-4\}+\{2\cdot(-2)-1+1\}=0$

よって　$k=-\frac{4}{5}$

③より　$-\frac{4}{5}(x+y-4)+(2x-y+1)=0$

したがって，求める直線 AB の方程式は　$2x-3y+7=0$

問1 2 直線 $4x-5y+5=0$，$x+2y-6=0$ の交点と点 $(1,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

k を定数とする。

直線 $k(4x-5y+5)+(x+2y-6)=0$　……①

は 2 直線の交点を通る。

①に，$x=1$，$y=1$を代入して

$k(4\cdot1-5\cdot1+5)+(1+2\cdot1-6)=0$

よって　$k=\frac{3}{4}$

①より

$\frac{3}{4}(4x-5y+5)+(x+2y-6)=0$

したがって，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{16x-7y-9=0}$

④ 2 直線の関係

平行条件と垂直条件

（教科書 p.76）

平行条件と垂直条件
2 直線 $y=mx+n$，$y=m'x+n'$ について **2 直線が平行**　$\Longleftrightarrow$　$\boldsymbol{m=m'}$ **2 直線が垂直**　$\Longleftrightarrow$　$\boldsymbol{mm'=-1}$

例 13 2 直線 $2x+y-5=0$，$x-2y+6=0$ の方程式は，それぞれ $y=-2x+5$，$y=\frac{1}{2}x+3$ と変形でき，2 直線の傾きの積は $(-2)\times\frac{1}{2}=-1$ である。よって，この 2 直線は（　垂直　）である。

問 13 次の直線のうち，互いに平行なもの，互いに垂直なものを選べ。

①　$y=4x$

傾きは 4

②　$x+3y+2=0$

傾きは$-\frac{1}{3}$

③　$2x+6y-5=0$

傾きは $-\frac{1}{3}$

④　$2x+8y-5=0$

④の傾きは $-\frac{1}{4}$ であるから，

傾きが等しいものは②と③

傾きの積が -1 であるものは①と④

よって，**互いに平行なもの　②と③**

互いに垂直なもの　①と④

例題 3 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(1,\ 2)$ を通り，直線 $y=3x+1$ に平行な直線

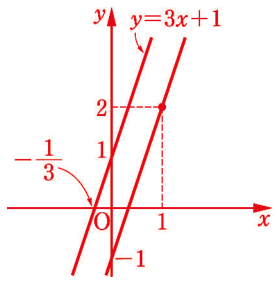
(2) 点 $(-3,\ 2)$ を通り，直線 $3x+2y-6=0$ に垂直な直線

解 (1) 直線 $y=3x+1$ の傾きは 3 であるから，これと平行な直線の傾きも 3 である。

よって，求める直線の方程式は

$y-2=3(x-1)$

すなわち　$y=3x-1$



(2) 求める直線の傾きを m とする。

直線 $3x+2y-6=0$ の傾きは $-\frac{3}{2}$ であるから

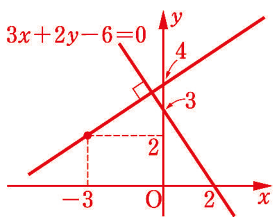
$-\frac{3}{2}m=-1$

よって　$m=\frac{2}{3}$

したがって，求める直線の方程式は

$y-2=\frac{2}{3}(x+3)$

すなわち　$2x-3y+12=0$



問 14 点 $(3,\ -1)$ を通り，直線 $4x-y-1=0$ に平行な直線と，垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ。

$4x-y-1=0$　……①

の傾きは 4 であるから，これと平行な直線の傾きも 4 である。

よって，点 $(3,\ -1)$ を通り，①に平行な直線の方程式は

$y+1=4(x-3)$

すなわち　$\boldsymbol{4x-y-13=0}$

また，①と垂直な直線の傾きを m とすると，$4m=-1$ より　$m=-\frac{1}{4}$

よって，点 $(3,\ -1)$ を通り，①に垂直な直線の方程式は

$y+1=-\frac{1}{4}(x-3)$

すなわち　$\boldsymbol{x+4y+1=0}$

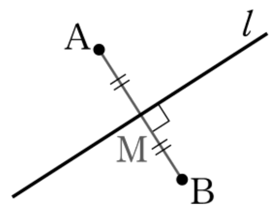
例題 4 直線 $x+2y-10=0$ に関して，点 $\mathrm{A}(1,\ 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

考え方 2 点 A，B が，ある直線 l に関して対称である条件は

(i) 直線 AB は直線 l に垂直である

(ii) 線分 AB の中点Mは直線 l 上にある

が成り立つことである。



解 直線 $x+2y-10=0$ を l とし，点 B の座標を $(a,\ b)$ とする。

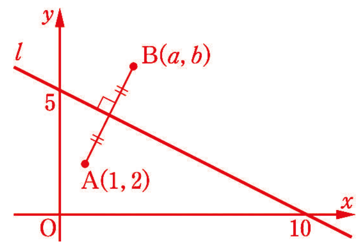
直線 l の傾きは　$-\frac{1}{2}$

直線 AB の傾きは　$\frac{b-2}{a-1}$

直線 l と直線 AB は垂直であるから

$$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{b-2}{a-1}=-1$$

すなわち　$b=2a$　……①



また，線分 AB の中点 $\left(\frac{a+1}{2},\frac{b+2}{2}\right)$ は l 上にあるから

$$\frac{a+1}{2}+2\cdot\frac{b+2}{2}-10=0$$

すなわち　$a+2b-15=0$　……②

①，②より　$a=3,\ b=6$

したがって，点 B の座標は　$(3,\ 6)$

問 15 直線 $4x-2y-3=0$ に関して，点 $A(4,\ -1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

直線 $4x-2y-3=0$ を l とし，点 B の座標を $(a,\ b)$ とする。
直線 l の傾きは　2

直線 AB の傾きは　$\frac{b+1}{a-4}$

直線 l と直線 AB は垂直であるから

$$2\cdot\frac{b+1}{a-4}=-1$$

すなわち　　$a+2b-2=0$　　……①

また，線分 AB の中点 $\left(\frac{a+4}{2},\ \frac{b-1}{2}\right)$ は l 上にあるから

$$4\cdot\frac{a+4}{2}-2\cdot\frac{b-1}{2}-3=0$$

すなわち　　$2a-b+6=0$　　……②

①，②より　　$a=-2,\ b=2$

したがって，点 B の座標は　$\mathbf{(-2,\ 2)}$

点と直線の距離

（教科書 p.79）

直線 l 上にない点 P から l に下ろした垂線 PH の長さを（⑮　点Ｐと直線 l の距離　）という。

点と直線の距離
点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は $\boldsymbol{d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}}$

例 14 点 $(-2,\ -1)$ と直線 $4x+3y+1=0$ の距離 d は

$$d=\frac{\lvert 4\cdot(-2)+3\cdot(-1)+1\rvert}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$$

問 16 次の点と直線の距離を求めよ。

(1)　点 $(2,\ -3)$，直線 $x+2y+2=0$

$$\frac{\lvert 2+2\cdot(-3)+2\rvert}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

(2)　原点，直線 $4x-3y-5=0$

$$\frac{\lvert 4\cdot 0-3\cdot 0-5\rvert}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{5}{5}=\mathbf{1}$$

参考 中線定理

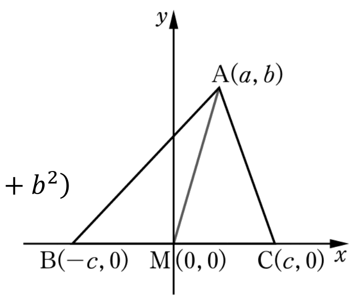
（教科書 p.80）

中線定理
△ ABC の辺 BC の中点を M とすると $\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$

証明 M を原点，直線 BC を x 軸にとると，三角形の 3 つの頂点 A，B，C の座標はそれぞれ

$\mathrm{A}(a,\ b)$，$\mathrm{B}(-c,\ 0)$，$\mathrm{C}(c,\ 0)$

とおける。



このとき

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2&=\{(a+c)^2+b^2\}+\{(a-c)^2+b^2\}\\&=(a^2+2ac+c^2+b^2)+(a^2-2ac+c^2+b^2)\\&=2(a^2+b^2+c^2)\\2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)&=2\{(a^2+b^2)+c^2\}\\&=2(a^2+b^2+c^2)\end{aligned}$$

ゆえに　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$

Training

（教科書 p.81）

1　次の 2 点間の距離を求めよ。

(1)　A(4, −2), B(−5, 7)

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(-5-4)^2+\{(7-(-2)\}^2}$$
$$=\mathbf{9\sqrt{2}}$$

(2)　O(0, 0), A(4, −8)

$$\mathrm{OA}=\sqrt{4^2+(-8)^2}=\mathbf{4\sqrt{5}}$$

2　2 点 A(−3, −2), B(4, 10) に対して，線分 AB を 2 : 5 に内分する点 P，2 : 5 に外分する点 Q の座標を求めよ。

$$\frac{5\cdot(-3)+2\cdot 4}{2+5}=-1,\quad \frac{5\cdot(-2)+2\cdot 10}{2+5}=\frac{10}{7}$$

であるから　$\mathbf{P\left(-1,\ \frac{10}{7}\right)}$

$$\frac{-5\cdot(-3)+2\cdot 4}{2-5}=-\frac{23}{3},\quad \frac{-5\cdot(-2)+2\cdot 10}{2-5}=-10$$

であるから　$\mathbf{Q\left(-\frac{23}{3},\ -10\right)}$

3　点 A(−1, 1) に関して，点 P(2, 3) と対称な点 Q の座標を求めよ。

点 Q の座標を $(a,\ b)$ とすると，線分 PQ の中点が点 A であるから

$$\frac{2+a}{2}=-1,\quad \frac{3+b}{2}=1$$

よって　$a=-4,\ b=-1$

であるから，点 Q の座標は　$\mathbf{(-4,\ -1)}$

4　3 点 A(2, 3), B(−1, 5), C(2, 1) を頂点とする△ABC の重心 G の座標を求めよ。

$$\frac{2+(-1)+2}{3}=1,\quad \frac{3+5+1}{3}=3$$

であるから，重心 G の座標は　$\mathbf{(1,\ 3)}$

5　次の 2 点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

(1)　A(6, −1), B(−3, 5)

$$y-(-1)=\frac{5-(-1)}{-3-6}(x-6)$$

すなわち　$\mathbf{y=-\frac{2}{3}x+3}$

(2)　A(−2, 0), B(−2, 6)

点 A(−2, 0) を通り，y 軸に平行な直線であるから

$\mathbf{x=-2}$

6　2 直線 $x+y+1=0$, $3x-y+7=0$ の交点と原点を通る直線の方程式を求めよ。

連立方程式 $\begin{cases} x+y+1=0 \\ 3x-y+7=0 \end{cases}$

を解くと　$x=-2,\ y=1$

となるから，交点の座標は $(-2,\ 1)$ である。

求める直線は原点 O と $(-2,\ 1)$ を通るから，その方程式は

$$y-0=\frac{1-0}{-2-0}(x-0)$$

$\mathbf{x+2y=0}$

7　2 点 A(1, −3), B(7, 6) を通る直線を l とする。点 C(3, 4) を通り，l に平行な直線と，垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ。

l の傾きは　$\frac{6-(-3)}{7-1}=\frac{3}{2}$

よって，点 C$(3,\ 4)$ を通り，l に平行な直線の方程式は

$$y-4=\frac{3}{2}(x-3)$$

すなわち　$\mathbf{3x-2y-1=0}$

また，l に垂直な直線の傾きを m とすると

$\frac{3}{2}m=-1$ より　$m=-\frac{2}{3}$

よって，点 C を通り，l に垂直な直線の方程式は

$$y-4=-\frac{2}{3}(x-3)$$

すなわち　$\mathbf{2x+3y-18=0}$

8 直線 $2x+y+4=0$ に関して，点 $A(-4,\ -1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

直線 $2x+y+4=0$ を l とし，点 B の座標を $(a,\ b)$ とする。

直線 l の傾きは　-2

直線 AB の傾きは　$\frac{b+1}{a+4}$

直線 l と直線 AB は垂直であるから

$$(-2)\cdot\frac{b+1}{a+4}=-1$$

すなわち　　$a-2b+2=0$　　……①

また，線分 AB の中点 $\left(\frac{a-4}{2},\ \frac{b-1}{2}\right)$ は l 上にあるから

$$2\cdot\frac{a-4}{2}+\frac{b-1}{2}+4=0$$

すなわち　　$2a+b-1=0$　　……②

①，②より　　$a=0$，$b=1$

したがって，点 B の座標は　$\mathbf{(0,\ 1)}$

9 次の点と直線の距離を求めよ。

(1)　点 $(2,\ 4)$，直線 $2x-6y-5=0$

$$\frac{|2\cdot2-6\cdot4-5|}{\sqrt{2^2+(-6)^2}}=\frac{\mathbf{5\sqrt{10}}}{\mathbf{4}}$$

(2)　点 $(-7,\ 0)$，直線 $y=x+3$

直線の方程式は $x-y+3=0$ であるから，求める距離は

$$\frac{|-7-0+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\mathbf{2\sqrt{2}}$$