1節 指数関数

1 整数の指数

a を n 個掛け合わせたものを a^n と書き，a の n 乗とよぶ。また，n を a^n の **指数** といい，a，a^2，a^3，$\cdots$ を a の **累乗** という。

$$\overbrace{a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{ 個}} = a^{\overset{\text{指数}}{\downarrow}\, n}$$

指数法則

指数 n が 0 または負の整数であるとき，累乗 a^n をどのように定めればよいか考えてみよう。

たとえば，累乗 2^n の指数 n が正の整数のとき，指数 n が 1 増えるごとに 2^n の値は 2 倍になる。

このことを逆に見ると，指数 n が 1 減るごとに 2^n の値は $\dfrac{1}{2}$ 倍になる。

よって，指数が 0 や負の整数のときにもこの規則が成り立つように，2^0，2^{-1}，2^{-2}，2^{-3}，$\cdots$ を次のように定めればよいことがわかる。

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc}
\cdots & 2^{-3}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{-2}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{-1}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{0}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{1}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{2}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{3}, & \xleftarrow{\times\frac{1}{2}} & 2^{4}, & \cdots \\
 & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & \\
 & \dfrac{1}{2^3} & & \dfrac{1}{2^2} & & \dfrac{1}{2^1} & & 1 & & 2 & \xrightarrow{\times 2} & 4 & \xrightarrow{\times 2} & 8 & \xrightarrow{\times 2} & 16 &
\end{array}$$

一般に，指数が 0 または負の整数のときの累乗を，次のように定める。

a^0，a^{-n} の定義

$a \neq 0$ で，n が正の整数のとき

$$a^0 = 1, \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

例 1　(1)　$3^0 = 1$　　(2)　$2^{-4} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$

問 1　次の値を求めよ。

(1)　3^{-2}　　(2)　5^0　　(3)　6^{-2}　　(4)　$(-4)^{-3}$

一般に，m，n が正の整数のとき，次の指数法則が成り立つ。

(1) $a^m a^n = a^{m+n}$　(2) $(a^m)^n = a^{mn}$　(3) $(ab)^n = a^n b^n$

指数が 0 または負の整数であるときの累乗を，前ページのように定めると，m，n がどのような整数であっても，次の **指数法則** が成り立つ。

指数法則

$a \neq 0$，$b \neq 0$ で，m，n が整数のとき

(1) $\boldsymbol{a^m a^n = a^{m+n}}$　(1′) $\boldsymbol{a^m \div a^n = a^{m-n}}$

(2) $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$

(3) $\boldsymbol{(ab)^n = a^n b^n}$　(3′) $\boldsymbol{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}}$

$m = 5$，$n = -3$ のとき，上の指数法則 (1)，(2)，(3) が成り立つことを確かめてみよう。

(1) $a^{5} \times a^{-3} = a^5 \times \dfrac{1}{a^3} = a^2 = a^{5+(-3)}$

(2) $(a^{5})^{-3} = \dfrac{1}{(a^5)^3} = \dfrac{1}{a^{5\times3}} = \dfrac{1}{a^{15}} = a^{-15} = a^{5\times(-3)}$

(3) $(ab)^{-3} = \dfrac{1}{(ab)^3} = \dfrac{1}{a^3b^3} = \dfrac{1}{a^3} \times \dfrac{1}{b^3} = a^{-3}b^{-3}$

問 2　$m = 5$，$n = -3$ のとき，上の指数法則 (1′)，(3′) が成り立つことを確かめよ。

例 2

(1) $a^{-5} \times a^3 = a^{(-5)+3} = a^{-2} = \dfrac{1}{a^2}$

(2) $(a^{-3})^{-4} = a^{(-3)\times(-4)} = a^{12}$

(3) $(a^2b^{-1})^{-2} = (a^2)^{-2} \times (b^{-1})^{-2} = a^{-4}b^2 = \dfrac{b^2}{a^4}$

問 3　次の計算をせよ。　p.162 Training 1　p.176 LevelUp 1

(1) $a^{-3} \times a^{-5}$　(2) $a^{-3} \div a^{-5}$　(3) $(a^2b^{-3})^{-2}$

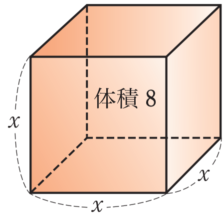
(4) $a^3 \times a^{-5} \div a^{-4}$　(5) $(2a)^3 \div a^{-4} \times a^{-6}$

❷ 累乗根

体積が 8 の立方体の 1 辺の長さは 2 である。

すなわち　　$x^3=8$

を満たす x の値は 2 である。



一般に，ある実数 a に対して，3 乗して a になる数，すなわち

$$x^3=a$$

を満たす x の値を，a の **3 乗根** という。たとえば，2 は 8 の 3 乗根である。

実数の範囲で考えれば，実数 a の 3 乗根はただ 1 つしかない。これを $\boldsymbol{\sqrt[3]{a}}$ と表す。たとえば，$\sqrt[3]{8}=2$ である。

例 3　$(-2)^3=-8$ であるから

$$\sqrt[3]{-8}=-2$$

問 4　次の値を求めよ。

(1) $\sqrt[3]{27}$　　(2) $\sqrt[3]{-27}$　　(3) $\sqrt[3]{64}$　　(4) $\sqrt[3]{-64}$

一般に，正の整数 n に対して，n 乗して実数 a になる数，すなわち

$$\boldsymbol{x^n=a}$$

を満たす x の値を，a の $\boldsymbol{n}$ **乗根** という。平方根は 2 乗根である。

2 乗根，3 乗根，4 乗根，・・・をまとめて **累乗根** という。

この章では，累乗根は実数の範囲で考えることにする。

例 4　(1) $5^3=125$ であるから

5 は 125 の 3 乗根である。

(2) $2^4=16$，$(-2)^4=16$ であるから

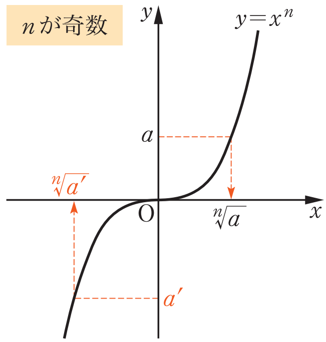
2，-2 は 16 の 4 乗根である。

問 5　次の値を求めよ。

(1) 81 の平方根　　(2) 216 の 3 乗根　　(3) 625 の 4 乗根

実数 a の n 乗根について，次のことがいえる。

(1) **$\boldsymbol{n}$ が奇数のとき**



a の n 乗根は a の正負に関係なくただ 1 つある。それを $\boldsymbol{\sqrt[n]{a}}$ と表す。

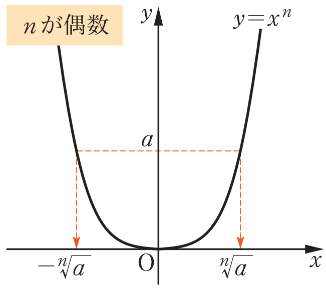
たとえば

32 の 5 乗根は　$\sqrt[5]{32}=2$

-32 の 5 乗根は　$\sqrt[5]{-32}=-2$

0 の 5 乗根は　$\sqrt[5]{0}=0$

(2) **$\boldsymbol{n}$ が偶数のとき**



(i) $a>0$ ならば，a の n 乗根は正と負の 2 つある。正の方を $\boldsymbol{\sqrt[n]{a}}$，負の方を $\boldsymbol{-\sqrt[n]{a}}$ と表す。

たとえば，16 の 4 乗根は

$\sqrt[4]{16}=2$ と $-\sqrt[4]{16}=-2$

(ii) $a=0$ ならば，a の n 乗根はただ 1 つであり　$\boldsymbol{\sqrt[n]{0}=0}$

(iii) $a<0$ ならば，a の n 乗根は存在しない。

注意　$\sqrt[2]{a}$ はふつう $\sqrt{a}$ と書く。

例 5　(1) $(-2)^7=-128$ であるから

$$\sqrt[7]{-128}=-2$$

(2) $\sqrt[4]{81}$ は 81 の 4 乗根 ± 3 のうち，正の方であるから

$$\sqrt[4]{81}=3$$

問 6　次の値を求めよ。　p.162 Training 2

(1) $\sqrt[4]{256}$　　(2) $\sqrt[5]{-243}$　　(3) $\sqrt[6]{64}$

累乗根の性質

累乗根の定義から，正の整数 n について次のことが成り立つ。

$$a>0 \text{ のとき} \qquad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

また，累乗根について，次の性質が成り立つ。

累乗根の性質

$a>0$，$b>0$ で，m，n が正の整数のとき

(1) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$　　(2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

(3) $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$　　(4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

(3) の証明

$(\sqrt[n]{a})^m=x$ とおくと　　$x^n=\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n=\{(\sqrt[n]{a})^n\}^m=a^m$

$x>0$ であるから，x は a^m の正の n 乗根である。

よって　　$x=\sqrt[n]{a^m}$

すなわち　　$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

問 7　上の (3) の証明にならって，(4) を証明せよ。

例 6

(1) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{2\times 3}=\sqrt[3]{6}$　　―― $\sqrt[\square]{a}\sqrt[\square]{b}=\sqrt[\square]{ab}$

(2) $\dfrac{\sqrt[4]{12}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{12}{2}}=\sqrt[4]{6}$　　―― $\dfrac{\sqrt[\square]{a}}{\sqrt[\square]{b}}=\sqrt[\square]{\dfrac{a}{b}}$

(3) $(\sqrt[6]{9})^3=\sqrt[6]{9^3}=\sqrt[6]{(3^2)^3}$　　―― $(\sqrt[\square]{a})^{\triangle}=\sqrt[\square]{a^{\triangle}}$

$=\sqrt[6]{3^6}=3$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[2]{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[6]{4}$　　―― $\sqrt[\square]{\sqrt[\triangle]{a}}=\sqrt[\square\times\triangle]{a}$

$=\sqrt[3]{\sqrt[2]{4}}=\sqrt[3]{\sqrt{4}}=\sqrt[3]{2}$

問 8　次の計算をせよ。　p.162 Training 3

(1) $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{7}$　　(2) $\sqrt[4]{18}\div\sqrt[4]{6}$　　(3) $(\sqrt[4]{25})^2$

(4) $\sqrt[3]{27^2}$　　(5) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{32}}$

3 有理数の指数

$a>0$ のとき，有理数 r を指数とする累乗 a^r をどのように定めればよいか考えてみよう。

151 ページで学んだように，m，n が整数のとき，指数法則 (2)

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

が成り立つ。たとえば，$m=\dfrac{2}{3}$，$n=3$ のときにもこの法則が成り立つとすると

$$\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^3 = a^{\frac{2}{3}\times 3} = a^2$$

となる。この式は，$a^{\frac{2}{3}}$ が a^2 の 3 乗根であることを示しているから

$$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$$

と定めればよいことがわかる。

一般に，次のように定める。

有理数を指数とする累乗

$a>0$ で，m が整数，n が正の整数のとき

$$\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

とくに　$\boldsymbol{a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$,　　$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

例 7

(1) $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

(2) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$　　$a^{\frac{\triangle}{\square}} = \sqrt[\square]{a^{\triangle}}$

(3) $8^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^{-2}} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{64}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{64}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{4^3}} = \dfrac{1}{4}$

問 9　次の値を求めよ。

(1) $25^{\frac{1}{2}}$　　(2) $16^{\frac{3}{4}}$　　(3) $9^{-\frac{1}{2}}$　　(4) $27^{-\frac{2}{3}}$

問 10　次の式を $a^{\frac{m}{n}}$ の形で表せ。

(1) $\sqrt[3]{a}$　　(2) $\sqrt{a^3}$　　(3) $\left(\sqrt[4]{a}\right)^5$　　(4) $\left(\sqrt[4]{a}\right)^{-3}$

有理数を指数とする累乗を前ページのように定めると，たとえば

$$a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{3}{6}}\times a^{\frac{4}{6}}=\sqrt[6]{a^3}\times\sqrt[6]{a^4}=\sqrt[6]{a^{3+4}}=a^{\frac{3+4}{6}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$$

となる。このように，151 ページの指数法則は，指数を有理数にまで拡張しても成り立つ。

指数法則

$a>0,\ b>0$ で，$p,\ q$ が有理数のとき

(1) $\boldsymbol{a^pa^q=a^{p+q}}$　　(1′) $\boldsymbol{a^p\div a^q=a^{p-q}}$

(2) $\boldsymbol{(a^p)^q=a^{pq}}$

(3) $\boldsymbol{(ab)^p=a^pb^p}$　　(3′) $\boldsymbol{\left(\dfrac{a}{b}\right)^p=\dfrac{a^p}{b^p}}$

例 8　(1) $2^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{5}{2}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}=2^3=8$

(2) $\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{9}{2}}=3^{\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}}=3^3=27$

問 11　次の計算をせよ。

(1) $3^{\frac{5}{3}}\times 3^{\frac{1}{3}}$　　(2) $6^{\frac{1}{2}}\div 6^{\frac{3}{2}}$　　(3) $\left(4^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

例 9　(1) $\sqrt[6]{2^3}\times(\sqrt{2}\,)^3=2^{\frac{3}{6}}\times 2^{\frac{3}{2}}=2^{\frac{3}{6}+\frac{3}{2}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=2^2=4$

(2) $\sqrt{81^3}\div\sqrt[3]{27^2}=81^{\frac{3}{2}}\div 27^{\frac{2}{3}}=(3^4)^{\frac{3}{2}}\div(3^3)^{\frac{2}{3}}$

$=3^6\div 3^2=3^{6-2}=3^4=81$

問 12　次の計算をせよ。　p.162 Training 4　p.176 Level Up 2,3

(1) $(\sqrt[5]{2}\,)^2\times\sqrt[5]{2^3}$　　(2) $\sqrt[3]{9}\div\sqrt[6]{81^4}$

指数 p が無理数のときにも，正の数 a に対して a^p を定めることができる。

たとえば，$\sqrt{2}=1.41421\cdots$ に対して，有理数を指数とする 3 の累乗の列

$$3^1,\ 3^{1.4},\ 3^{1.41},\ 3^{1.414},\ 3^{1.4142},\ \cdots$$

は，しだいに一定の値に近づいていくから，その値を $3^{\sqrt{2}}$ と定める。

$$3^{\sqrt{2}}=3^{1.41421\cdots}=4.72880\cdots$$

累乗の指数を，このように実数にまで拡張しても，上の指数法則はそのまま成り立つ。

3^1	$=3$
$3^{1.4}$	$=4.65553672\cdots$
$3^{1.41}$	$=4.70696500\cdots$
$3^{1.414}$	$=4.72769503\cdots$
$3^{1.4142}$	$=4.72873393\cdots$
	$\vdots$

❹ 指数関数とそのグラフ

$a>0$，$a \fallingdotseq\!\!\!/ \; 1$ のとき

$$y=a^x$$

で表される関数を，a を **底**（てい） とする **指数関数** という。

指数関数のグラフ

2 を底とする指数関数 $y=2^x$ のグラフについて考えてみよう。

たとえば，x が $\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$，$-\frac{1}{2}$ のときの 2^x の値は，次のようになる。

$$2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41$$

$$2^{\frac{3}{2}}=2^{1+\frac{1}{2}}=2\times 2^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2} \fallingdotseq 2.83$$

$$2^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \fallingdotseq 0.71$$

いろいろな x の値に対する 2^x の値は，次の表のようになる。

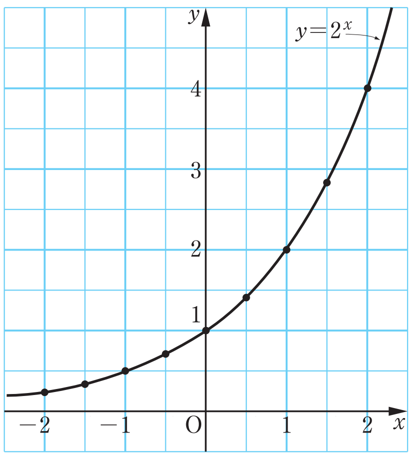
x	$\cdots$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\cdots$
$y=2^x$	$\cdots$	0.25	0.35	0.5	0.71	1	1.41	2	2.83	4	$\cdots$

上のように，x の値に対する y の値を求め，x，y の値の組 (x, y) を座標とする点を座標平面上にとっていくと，右の図のような曲線が得られる。

これが指数関数

$$y=2^x$$

のグラフである。



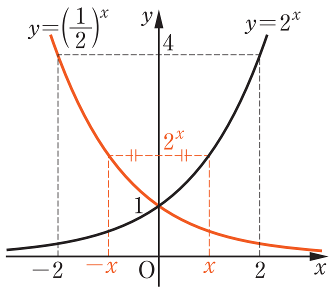
指数関数 $y=2^x$ のグラフと $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフを比べてみよう。

x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$
$y=2^x$	$\cdots$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	$\cdots$
$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\cdots$	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\cdots$

$$y=2^{x} \text{ と } y=\left(\frac{1}{2}\right)^x=2^{-x}$$

とでは，x と $-x$ が入れかわっている。

したがって，$y=2^x$ のグラフと $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフは，y 軸に関して対称である。



一般に，関数 $y=a^x$ のグラフと関数 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ のグラフは，y 軸に関して対称である。

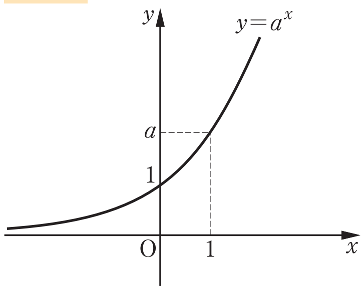
指数関数 $y=a^x$ のグラフは

$a>1$ のときは，$y=2^x$ のグラフと同様に右上がりの曲線，

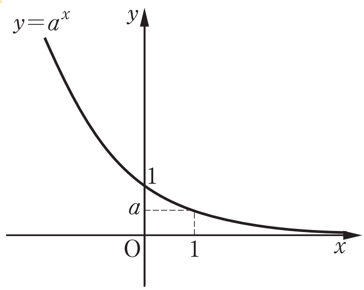
$0<a<1$ のときは，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフと同様に右下がりの曲線

となる。

$a>1$



$0<a<1$



問 13 関数 $y=3^x$ と関数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ のグラフをかけ。 p.162 Training 5

指数関数の性質

指数関数 $y=a^x$ の性質をまとめると，次のようになる。

[1] **定義域は実数全体，値域は正の実数全体** である。

[2] グラフは点 $(0,\ 1)$ と点 $(1,\ a)$ を通り， x 軸が **漸近線** になる。

[3] $\boldsymbol{a>1}$ **のとき**， x の値が増加すると y の値も **増加** する。

すなわち　$\boldsymbol{p<q \iff a^p<a^q}$

$\boldsymbol{0<a<1}$ **のとき**， x の値が増加すると y の値は **減少** する。

すなわち　$\boldsymbol{p<q \iff a^p>a^q}$

また，$a>0$，$a \neq 1$ のとき，次のことが成り立つ。

$$\boldsymbol{a^p=a^q \iff p=q}$$

例題 1　　大小比較

2 つの数 $\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{4}$ の大小を比較せよ。

考え方　2 つの数を 2^x の形で表し，底が 1 より大きいから， x が増加すると 2^x も増加することを利用する。

解　$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$，　$\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2^2}=2^{\frac{2}{3}}$

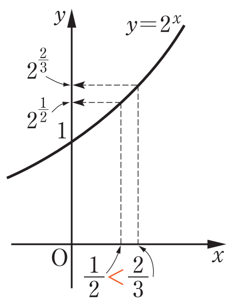
である。ここで

$$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$$

であり，$y=2^x$ の底 2 は 1 より大きいから

$$2^{\frac{1}{2}}<2^{\frac{2}{3}}$$

すなわち　$\sqrt{2}<\sqrt[3]{4}$



問 14　次の 2 つの数の大小を比較せよ。

p.162 Training 6　p.176 Level Up 4

(1) $\sqrt[3]{9}$，$\sqrt[4]{27}$　　(2) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{9}}$，$\sqrt[4]{\dfrac{1}{27}}$

指数関数を含む方程式・不等式

指数関数の性質を用いて，次の方程式，不等式を解いてみよう。

例題 2 指数関数を含む方程式

方程式 $8^x = 2^{x+4}$ を解け。

解 $8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$ であるから　$2^{3x} = 2^{x+4}$

ゆえに　$3x = x + 4$　← $a^p = a^q \Longleftrightarrow p = q$

したがって　$x = 2$

問 15 次の方程式を解け。 p.162 Training 7

(1) $9^x = \dfrac{1}{3}$　　(2) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$

例題 3 指数関数を含む不等式

次の不等式を解け。

(1) $(\sqrt{3})^x < 9$　　(2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x \geqq \dfrac{1}{16}$

解 (1) $(\sqrt{3})^x = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = 3^{\frac{x}{2}}$，$9 = 3^2$ であるから

$$3^{\frac{x}{2}} < 3^2$$

$y = 3^x$ の底 3 は 1 より大きいから

$$\frac{x}{2} < 2$$

ゆえに　$x < 4$

(2) $\dfrac{1}{16} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4$ であるから　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x \geqq \left(\dfrac{1}{2}\right)^4$

$y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ の底 $\dfrac{1}{2}$ は 1 より小さいから　$x \leqq 4$

問 16 次の不等式を解け。 p.162 Training 8

(1) $4^x > 32$　　(2) $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x \leqq \dfrac{1}{27}$

Challenge チャレンジ 例題 指数関数を含む方程式・不等式

置き換えを用いて，指数関数を含む方程式，不等式を解いてみよう。

例題

次の方程式，不等式を解け。

(1) $9^x-2\times3^x-3=0$　　(2) $4^{x+1}-5\times2^x+1>0$

解 (1) $9^x=(3^2)^x=3^{2x}=(3^x)^2$ であるから

$$(3^x)^2-2\times3^x-3=0$$

ここで，$3^x=t$ とおくと，$t>0$ であり

$$t^2-2t-3=0$$

$$(t+1)(t-3)=0$$

$t>0$ より　$t=3$

すなわち　$3^x=3$

ゆえに　$x=1$

(2) $4^{x+1}=4\times4^x=4\times(2^2)^x=4\times2^{2x}=4\times(2^x)^2$ であるから

$$4\times(2^x)^2-5\times2^x+1>0$$

ここで，$2^x=t$ とおくと，$t>0$ であり

$$4t^2-5t+1>0$$

$$(4t-1)(t-1)>0$$

$$t<\frac{1}{4},\ 1<t$$

$t>0$ であるから　$0<t<\dfrac{1}{4},\ 1<t$

すなわち　$0<2^x<2^{-2},\ 2^0<2^x$

$t=2^x$ の底 2 は 1 より大きいから　$x<-2,\ 0<x$

問 1　次の方程式，不等式を解け。　p.176 Level Up 5,6

(1) $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x+2\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-3=0$　　(2) $4^x-2^{x+1}-8\geqq0$

Training トレーニング

1　次の式を簡単にし，その結果を負の指数を用いずに表せ。 p.151

(1)　$a^2 \times a^{-4}$　　(2)　$a^{-5} \div a^{-3} \times \left(\dfrac{1}{a}\right)^2$　　(3)　$(a^2b^{-1})^{-3} \times a^4 \times b^{-2}$

2　次の値を求めよ。 p.153

(1)　$\sqrt[3]{-216}$　　(2)　$\sqrt[6]{729}$　　(3)　$-\sqrt[4]{625}$

3　次の計算をせよ。 p.154

(1)　$\sqrt[4]{125} \times \sqrt[4]{5}$　　(2)　$\sqrt[3]{100^4} \div \sqrt[3]{10^2}$　　(3)　$(\sqrt[4]{49})^2$

(4)　$\sqrt[3]{125^2}$　　(5)　$\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$

4　次の計算をせよ。 p.156

(1)　$\sqrt[6]{16} \times \sqrt[3]{32^{-1}}$　　(2)　$9^{\frac{1}{3}} \div \sqrt[3]{3^5} \times 3^{-\frac{1}{2}}$

5　関数 $y = 3^x$ のグラフと次の関数のグラフは，どのような位置関係にあるか答えよ。 p.158

(1)　$y = -3^x$　　(2)　$y = \dfrac{1}{3^x}$　　(3)　$y = 3^x + 1$　　(4)　$y = 3^{x-1}$

6　次の各組の数を小さい方から順に並べよ。 p.159

(1)　$\sqrt{3}$，$\sqrt[5]{9}$，$\sqrt[7]{27}$　　(2)　$\sqrt{\dfrac{1}{2}}$，$\sqrt[3]{\dfrac{1}{4}}$，$\sqrt[8]{\dfrac{1}{8}}$

7　次の方程式を解け。 p.160

(1)　$4^x = \dfrac{1}{8}$　　(2)　$\left(\dfrac{1}{25}\right)^x = \left(\dfrac{1}{125}\right)^{x-2}$

8　次の不等式を解け。 p.160

(1)　$3^{x-1} > 27$　　(2)　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1} \leqq \left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x$