

1節 点と直線

1 直線上の点の座標

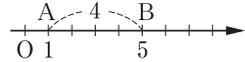
数直線上の点には実数が対応している。点Pに実数 x が対応しているとき、**点Pの座標は x** であるといい、 $P(x)$ と書く。

数直線上の2点間の距離

5

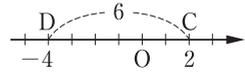
例1 (1) 2点 $A(1)$, $B(5)$ 間の距離 AB は

$$AB = 5 - 1 = 4$$



(2) 2点 $C(2)$, $D(-4)$ 間の距離 CD は

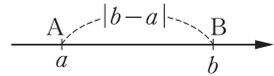
$$CD = 2 - (-4) = 6$$



数直線上において、原点と点 $P(x)$ の距離を実数 x の絶対値といい、 $|x|$ で表す。2点 $A(a)$, $B(b)$ 間の距離 AB は、 a , b の大小に関係なく、絶対値の記号を用いて次のように表される。

10

$$AB = |b - a|$$



問1 次の2点 A , B 間の距離を求めよ。

(1) $A(9)$, $B(1)$

(2) $A(-2)$, $B(5)$

15

内分点・外分点

m , n は正の数とする。

線分 AB 上に点 P があって

$$AP : PB = m : n$$

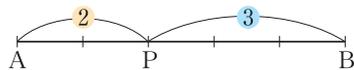


が成り立つとき、点 P は線分 AB を $m : n$ に **内分する** という。このとき、点 P を線分 AB の **内分点** という。

20

とくに、線分 AB の中点は AB を $1 : 1$ に内分する点である。

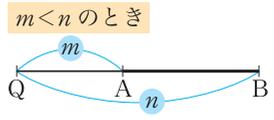
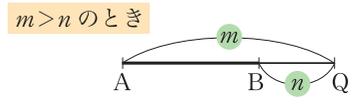
例2 右の図において、点 P は線分 AB を $2 : 3$ に内分する。



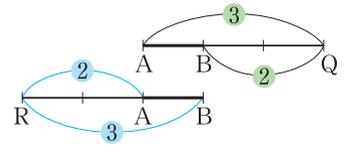
m, n は正の数で, $m \neq n$ とする。
線分 AB の延長上に点 Q があって

$$AQ : QB = m : n$$

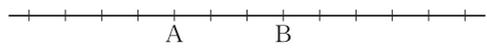
5 が成り立つとき, 点 Q は線分 AB を $m : n$ に **外分する** という。このとき, 点 Q を線分 AB の **外分点** という。



例 3 右の図において, 点 Q は線分 AB を $3 : 2$ に外分し, 点 R は線分 AB を $2 : 3$ に外分する。



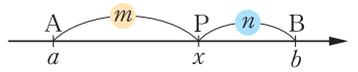
10 **問 2** 下の図において, 線分 AB を $2 : 1$ に内分する点 P , $2 : 1$ に外分する点 Q , $1 : 2$ に外分する点 R をそれぞれ図示せよ。



2 点 $A(a), B(b)$ に対して, 線分 AB を $m : n$ に内分する点 P の座標 x を求めてみよう。

$a < b$ のとき

15 $a < x < b$ であるから



$$AP = x - a, \quad PB = b - x$$

よって $(x - a) : (b - x) = m : n$

ゆえに $n(x - a) = m(b - x)$

$$\text{--- } \underbrace{p : q = p' : q'} \iff pq' = qp'$$

これを解くと

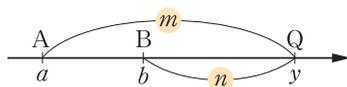
$$x = \frac{na + mb}{m + n}$$

$a > b$ のときも同様にして同じ式が導かれる。

次に、2点 $A(a)$, $B(b)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に外分する点 Q の座標 y を求めてみよう。

$a < b$, $m > n$ のとき

$$AQ = y - a, \quad QB = y - b$$



ゆえに $(y - a) : (y - b) = m : n$ すなわち $n(y - a) = m(y - b)$ 5

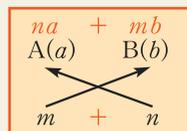
これを解くと
$$y = \frac{-na + mb}{m - n}$$

この式は、 a と b , m と n の大小に関係なく成り立つ。

内分点・外分点の座標

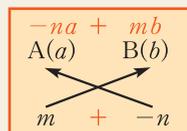
2点 $A(a)$, $B(b)$ に対して、線分 AB を

$m:n$ に内分する点 P の座標は
$$\frac{na + mb}{m + n}$$



とくに、線分 AB の **中点** M の座標は
$$\frac{a + b}{2}$$

$m:n$ に外分する点 Q の座標は
$$\frac{-na + mb}{m - n}$$



10

注意 外分点の公式は、内分点の公式で n を $-n$ に置き換えたものである。

例 4 2点 $A(-1)$, $B(9)$ に対して、線分 AB を $4:1$ に内分する点 P

の座標を x とすると
$$x = \frac{1 \cdot (-1) + 4 \cdot 9}{4 + 1} = 7$$

また、線分 AB を $3:1$ に外分する点 Q の座標を y とすると

$$y = \frac{-1 \cdot (-1) + 3 \cdot 9}{3 - 1} = 14$$

15

問 3 2点 $A(3)$, $B(6)$ に対して、次の点の座標を求めよ。

- (1) 線分 AB を $2:1$ に内分する点 P
- (2) 線分 AB を $2:3$ に外分する点 Q
- (3) 線分 AB の中点 M

20

2 平面上の点の座標

座標平面上の点

平面上に座標軸を定めると、その平面上の点Pの位置は座標 (a, b) で表される。

5 座標が (a, b) である点Pのことを $P(a, b)$ と書く。

このようにして座標の定められた平面を **座標平面** という。

10 座標平面は x 軸と y 軸により図のように4つの象限しやうげんに分けられる。ただし、座標軸上の点はどの象限にも入らない。

各象限における x 座標、 y 座標の符号は右の図のようになる。

15 たとえば、第2象限にある点は、 x 座標が負、 y 座標が正である。

問4 次の各点はどの象限にあるか。

A(4, -2), B(-3, 1), C(-5, -1), D(6, 5)

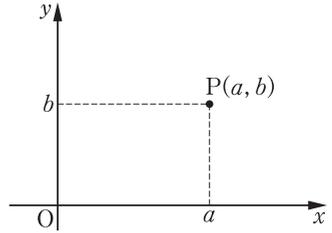
20 **例5** 点A(3, 2)について、 x 軸、 y 軸、原点に関して対称な点B, C, Dの座標は、それぞれ、B(3, -2), C(-3, 2), D(-3, -2)である。

25 **問5** 点P(5, -4)について、次の直線または点に関して対称な点の座標を求めよ。

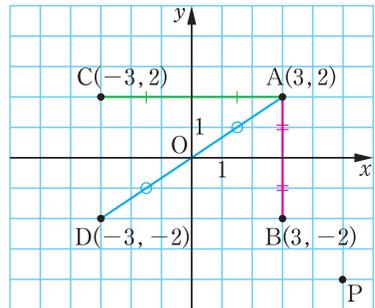
(1) x 軸

(2) y 軸

(3) 原点



象限と座標 (x, y) の符号



2点間の距離

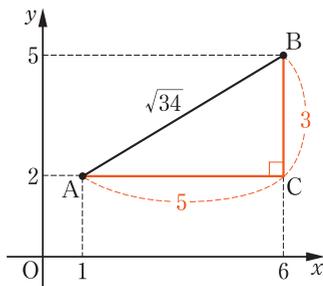
例 6 座標平面上の2点 $A(1, 2)$, $B(6, 5)$ 間の距離 AB を求めてみよう。
右の図のように直角三角形 ABC をかけば、点 C の座標は $(6, 2)$ であり

$$AC = 6 - 1 = 5$$

$$BC = 5 - 2 = 3$$

よって、三平方の定理により

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} \end{aligned}$$



一般に、次のことが成り立つ。

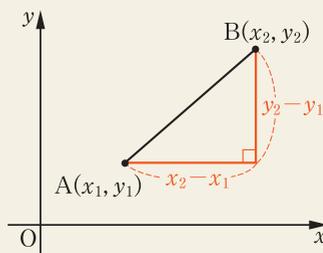
2点間の距離

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 間の距離は

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに、原点 O と点 $P(x, y)$ の距離は

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$



例 7 2点 $A(1, 4)$, $B(-2, 8)$ 間の距離は

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-2 - 1)^2 + (8 - 4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

原点 $O(0, 0)$ と点 $P(4, -6)$ の距離は

$$\begin{aligned} OP &= \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 36} \\ &= \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

問 6 次の2点間の距離を求めよ。

p.81 Training 1、 p.104 LevelUp 1、

(1) $A(4, 2)$, $B(7, 3)$

(2) $A(-1, 1)$, $B(-4, -3)$

(3) $O(0, 0)$, $P(-4, 2)$

(4) $A(3, -2)$, $B(3, -9)$

内分点・外分点

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の座標 (x, y) を求めてみよう。

点 A, B, P から x 軸に垂線 AA', BB', PP' を下ろすと、点 P' は線分 $A'B'$ を $m:n$ に内分する点である。
よって、数直線上の内分点の公式により

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}$$

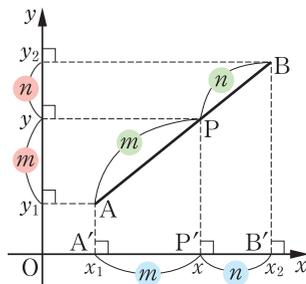
また、点 A, B, P から y 軸に垂線を下ろして x 座標と同様に考えれば、 y 座標は

$$y = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}$$

よって、 P の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$

外分点の座標も、内分点の場合と同様に求めることができる。



内分点・外分点の座標

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ に対して、線分 AB を $m:n$ に **内分する** 点 P の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$

とくに、線分 AB の **中点** M の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$m:n$ に **外分する** 点 Q の座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m - n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m - n} \right)$$

例 8 2点 $A(-2, 1)$, $B(4, 4)$ がある。

線分 AB を $2:1$ に内分する点 P , $2:1$ に外分する点 Q の座標を求めてみよう。

P の座標を (x, y) とすると

$$x = \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 4}{2+1} = 2, \quad y = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{2+1} = 3$$

したがって、点 P の座標は $(2, 3)$ である。

次に、 Q の座標を (x', y') とすると

$$x' = \frac{-1 \cdot (-2) + 2 \cdot 4}{2-1} = 10, \quad y' = \frac{-1 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{2-1} = 7$$

したがって、点 Q の座標は $(10, 7)$ である。

5

問 7 次の 2 点 A, B に対して、線分 AB を $4:3$ に内分する点 P , $4:3$ に外分する点 Q , および線分 AB の中点 M の座標を求めよ。

(1) $A(2, 1)$, $B(9, 8)$ (2) $A(-2, 3)$, $B(6, -1)$

[p.81 Training 2](#)

10

例題

ある点に関して対称な点

1 点 $A(2, 3)$ に関して、点 $P(-1, 2)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

15

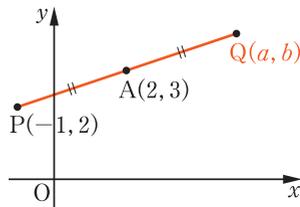
解 点 Q の座標を (a, b) とすると、線分 PQ の中点が点 A であるから

$$\frac{-1+a}{2} = 2, \quad \frac{2+b}{2} = 3$$

よって $a = 5, b = 4$

であるから、点 Q の座標は

$(5, 4)$



20

問 8 点 $A(-3, 1)$ に関して、点 $P(4, 3)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

[p.81 Training 3](#), [p.104 LevelUp 2](#)

三角形の重心

三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ線分を **中線** という。三角形の3本の中線は1点で交わり、この点をその三角形の **重心** という。重心はそれぞれの中線を2:1に内分する点である。

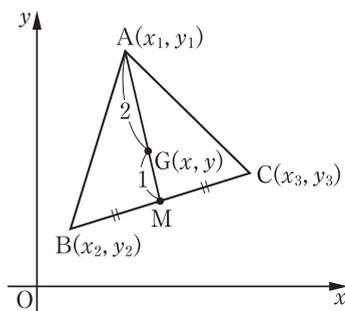
- 5 3点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めてみよう。

辺 BC の中点を M とすると、点 M の座標は $\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$ である。

重心 $G(x, y)$ は線分 AM を2:1に内分するから

$$10 \quad x = \frac{1 \cdot x_1 + 2 \cdot \frac{x_2+x_3}{2}}{2+1} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

$$y = \frac{1 \cdot y_1 + 2 \cdot \frac{y_2+y_3}{2}}{2+1} = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$



以上より、次のことがわかる。

三角形の重心の座標

- 15 3点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標は $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

- 例9** 3点 $A(2, 3)$, $B(1, -1)$, $C(6, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標 (x, y) を求めてみよう。

$$x = \frac{2+1+6}{3} = 3, \quad y = \frac{3+(-1)+1}{3} = 1$$

したがって、 G の座標は $(3, 1)$

- 20 **問9** 次の3点を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めよ。

(1) $A(5, -3)$, $B(4, 7)$, $C(-6, 2)$

(2) $A(0, -4)$, $B(5, 3)$, $C(2, -4)$

③ 直線の方程式

x, y についての方程式を満たす点 (x, y) 全体の集合を、その **方程式の表す図形** という。また、その方程式をその **図形の方程式** という。

ここでは、直線の方程式について考えてみよう。

1 点を通り傾きが m の直線

点 $A(x_1, y_1)$ を通り、傾きが m の直線の方程式を求めてみよう。

直線と y 軸との交点の y 座標を **y 切片** せつぺん という。 y 切片を n とすると、この直線の方程式は

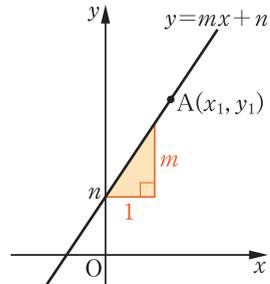
$$y = mx + n \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

と表される。① が点 $A(x_1, y_1)$ を通るから

$$y_1 = mx_1 + n \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

① - ② より

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



1 点を通り傾きが m の直線

点 (x_1, y_1) を通り、傾きが m の直線の方程式は

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

例 10 点 $(2, -5)$ を通り、傾きが -4 の直線の方程式は

$$y - (-5) = -4(x - 2)$$

すなわち

$$y = -4x + 3$$

問 10 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(1, 3)$ を通り、傾きが 2 の直線

(2) 点 $(-3, 4)$ を通り、傾きが $-\frac{1}{3}$ の直線

2点を通る直線

異なる2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を通る直線の方程式を求めてみよう。

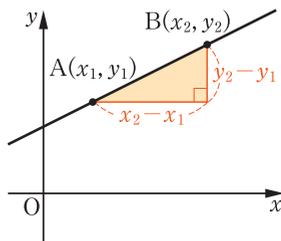
(i) $x_1 \neq x_2$ のとき

直線 AB の傾き m は

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

さらに点 (x_1, y_1) を通るから、その直線の方程式は

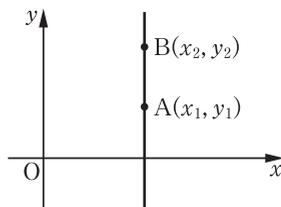
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



(ii) $x_1 = x_2$ のとき

直線 AB は y 軸に平行であるから、その直線の方程式は

$$x = x_1$$



2点を通る直線

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を通る直線の方程式は

$$x_1 \neq x_2 \text{ のとき} \quad y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$x_1 = x_2 \text{ のとき} \quad x = x_1$$

例 11 (1) 2点 $A(2, -1)$, $B(4, 3)$ を通る直線の方程式は

$$y - (-1) = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

すなわち $y = 2x - 5$

(2) 2点 $A(1, -2)$, $B(1, 5)$ を通る直線の方程式は $x = 1$

問 11 次の2点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。

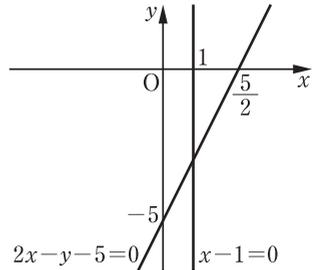
(1) $A(-2, 3)$, $B(1, 9)$ (2) $A(2, 0)$, $B(0, 6)$

(3) $A(-4, 1)$, $B(-4, 5)$ (4) $A(2, 5)$, $B(-7, 5)$

1 次方程式と直線

方程式 $ax + by + c = 0$ の表す図形について考えてみよう。

例 12 2つの方程式 $2x - y - 5 = 0$,
 $x - 1 = 0$ は、それぞれ
 $y = 2x - 5$, $x = 1$
 と変形できるので、ともに直線を
 表す。



5

一般に、 $a \neq 0$ または $b \neq 0$ のとき、 x , y の 1 次方程式
 $ax + by + c = 0$ の表す図形は直線である。

2 直線の交点の座標は、2 直線を表す方程式を連立させた連立 2 元 1
 次方程式の解として得られる。

例題

2 直線の交点を通る直線

2 2 直線 $x + y - 4 = 0$, $2x - y + 1 = 0$ の交点と点 $(-2, 1)$ を
 通る直線の方程式を求めよ。

解

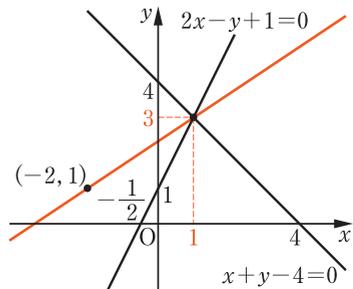
$$\text{連立方程式} \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

を解くと、 $x = 1$, $y = 3$
 となるから、交点の座標は
 $(1, 3)$ である。

求める直線は 2 点 $(-2, 1)$,
 $(1, 3)$ を通るから、その方程式は

$$y - 1 = \frac{3 - 1}{1 - (-2)} \{x - (-2)\}$$

すなわち $2x - 3y + 7 = 0$



15

20

問 12 2 直線 $x + 2y + 1 = 0$, $x - y - 5 = 0$ の交点と点 $(1, 2)$ を通る直線
 の方程式を求めよ。

25

参考

2直線の交点を通る直線

前ページの例題2で求めた2直線の交点を通る直線の方程式を、別の方法で考えてみよう。

2つの直線 $x + y - 4 = 0$ ①

5 $2x - y + 1 = 0$ ②

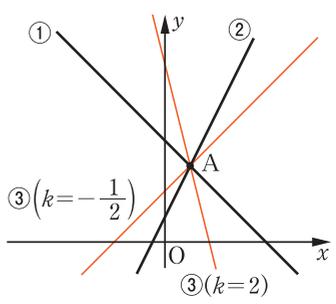
は平行でないから、1点Aで交わる。このとき、 k を定数として

$$k(x + y - 4) + (2x - y + 1) = 0 \quad \text{..... ③}$$

を考えると、③は点Aを通る直線を表す。

このことを示してみよう。

10 ①、②をともに満たす x, y の値の組は③も満たすから、③で表される図形は2直線①、②の交点Aを通る。



また、③を変形すると

$$(k + 2)x + (k - 1)y + (-4k + 1) = 0$$

15 となる。どのような k に対しても、 x の係数 $k + 2$ と y の係数 $k - 1$ が同時には0にならないから、この1次方程式が表す図形は直線である。

したがって、③は2直線①、②の交点Aを通る直線を表す。

例1

2直線①、②の交点Aと点B(-2, 1)を通る直線の方程式を求めてみよう。③に、 $x = -2, y = 1$ を代入して

20 $k\{(-2) + 1 - 4\} + \{2 \cdot (-2) - 1 + 1\} = 0$

よって $k = -\frac{4}{5}$

③より $-\frac{4}{5}(x + y - 4) + (2x - y + 1) = 0$

したがって、求める直線ABの方程式は $2x - 3y + 7 = 0$

問1

2直線 $4x - 5y + 5 = 0, x + 2y - 6 = 0$ の交点と点(1, 1)を通る直線の方程式を求めよ。

25

4 2直線の関係

平行条件と垂直条件

2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ が平行になるのは、傾きが等しい、すなわち

$$m = m'$$

のときである。ただし、 $m = m'$, $n = n'$ のとき、2直線は一致するが、このときも平行と考えることにする。

次に $m \neq 0$, $m' \neq 0$ であるとき、原点を通る2直線 $y = mx$, $y = m'x$ が垂直になる条件を調べてみよう。

直線 $y = mx$ 上に点 $A(1, m)$ をとり、点 A から x 軸、 y 軸にそれぞれ垂線 AB , AC を下ろす。右の図のように長方形 $ACOB$ と合同な長方形 $A'C'OB'$ を考える。このとき、対角線 OA と OA' は垂直である。

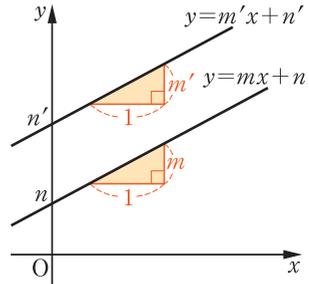
点 A' の座標は $(-m, 1)$ で、2直線 $y = mx$, $y = m'x$ が垂直になるのは、点 A' が直線 $y = m'x$ 上にあるときであるから

$$1 = m' \cdot (-m)$$

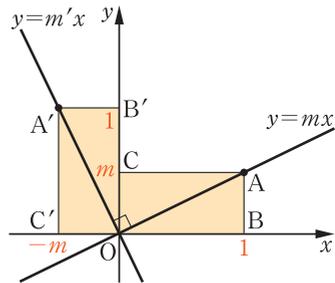
すなわち

$$mm' = -1 \quad \text{---} \quad m' = -\frac{1}{m}$$

2直線 $y = mx$, $y = m'x$ が垂直であれば、これらを平行移動して得られる2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ も垂直である。



5



10

15

平行条件と垂直条件

2直線 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ について

2直線が平行 $\iff m = m'$

2直線が垂直 $\iff mm' = -1$

25

ある直線に関して対称な点について考えてみよう。

例題

ある直線に関して対称な点

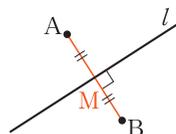
4 直線 $x+2y-10=0$ に関して、点 $A(1, 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

考え方

2点 A, B が、ある直線 l に関して対称である条件は

- (i) 直線 AB は直線 l に垂直である
- (ii) 線分 AB の中点 M は直線 l 上にある

が成り立つことである。



解

直線 $x+2y-10=0$ を l とし、点 B の座標を (a, b) とする。

直線 l の傾きは $-\frac{1}{2}$

直線 AB の傾きは $\frac{b-2}{a-1}$

直線 l と直線 AB は垂直であるから

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{b-2}{a-1} = -1$$

すなわち $b = 2a$ …… ①

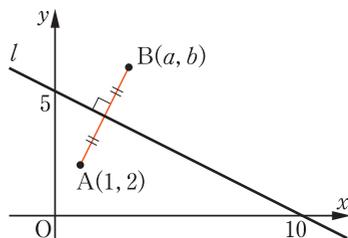
また、線分 AB の中点 $\left(\frac{a+1}{2}, \frac{b+2}{2}\right)$ は l 上にあるから

$$\frac{a+1}{2} + 2 \cdot \frac{b+2}{2} - 10 = 0$$

すなわち $a + 2b - 15 = 0$ …… ②

①, ② より $a = 3, b = 6$

したがって、点 B の座標は $(3, 6)$



5

10

15

20

問15

直線 $4x-2y-3=0$ に関して、点 $A(4, -1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

p.81 Training 8、 p.104 Level Up 5、

点と直線の距離

直線 l 上にない点 P から l に下ろした垂線 PH の長さを **点 P と直線 l の距離** という。

点 P の座標を (x_1, y_1) 、直線 l の方程式を $2x + 3y - 12 = 0$ とするとき、点 P と直線 l の距離 d を求めてみよう。

点 H の座標を (x_2, y_2) とおくと、垂直条件から

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$$

$$\text{すなわち} \quad \frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{y_2 - y_1}{3}$$

である。この値を k とおけば

$$x_2 - x_1 = 2k, \quad y_2 - y_1 = 3k$$

$$\text{すなわち} \quad x_2 = x_1 + 2k, \quad y_2 = y_1 + 3k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また、点 H は直線 l 上にあるから $2x_2 + 3y_2 - 12 = 0$ である。

$$\text{よって、}\textcircled{1}\text{より} \quad 2(x_1 + 2k) + 3(y_1 + 3k) - 12 = 0$$

$$(2^2 + 3^2)k + (2x_1 + 3y_1 - 12) = 0$$

$$\text{これより} \quad k = -\frac{2x_1 + 3y_1 - 12}{2^2 + 3^2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

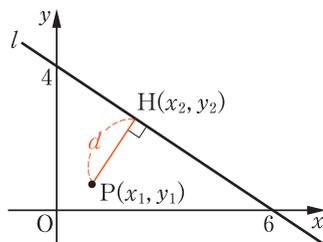
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より

$$PH^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (2k)^2 + (3k)^2 = (2^2 + 3^2)k^2$$

$$= (2^2 + 3^2) \cdot \frac{(2x_1 + 3y_1 - 12)^2}{(2^2 + 3^2)^2} = \frac{(2x_1 + 3y_1 - 12)^2}{2^2 + 3^2}$$

$$\text{よって、求める距離は} \quad d = PH = \frac{|2x_1 + 3y_1 - 12|}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

一般に、次のことが成り立つ。



点と直線の距離

点 (x_1, y_1) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d は

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

例 14 点 $(-2, -1)$ と直線 $4x + 3y + 1 = 0$ の距離 d は

$$d = \frac{|4 \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

問 16 次の点と直線の距離を求めよ。

p.81 Training 9、 p.104 LevelUp 6、

(1) 点 $(2, -3)$, 直線 $x + 2y + 2 = 0$

(2) 原点, 直線 $4x - 3y - 5 = 0$

5

参考

中線定理

$\triangle ABC$ に関して, 次の定理が成り立つ。

中線定理

$\triangle ABC$ の辺 BC の中点を M とすると

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

10

座標を利用して, 中線定理を証明してみよう。

証明

M を原点, 直線 BC を x 軸にとると, 三角形の 3 つの頂点 A, B, C の座標はそれぞれ

$$A(a, b), B(-c, 0), C(c, 0)$$

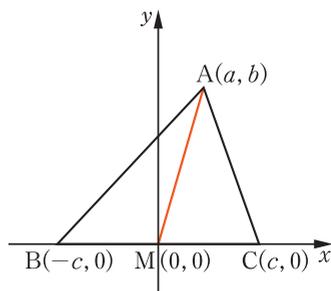
とおける。

このとき

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= \{(a+c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\} \\ &= (a^2 + 2ac + c^2 + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2 + b^2) \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(AM^2 + BM^2) &= 2\{(a^2 + b^2) + c^2\} \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

ゆえに $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$



15

20

Training トレーニング

- 1 次の2点間の距離を求めよ。 ↙ p.68
(1) $A(4, -2)$, $B(-5, 7)$ (2) $O(0, 0)$, $A(4, -8)$
- 5 2 2点 $A(-3, -2)$, $B(4, 10)$ に対して、線分 AB を $2:5$ に内分する点 P ,
2:5 に外分する点 Q の座標を求めよ。 ↙ p.70
- 3 点 $A(-1, 1)$ に関して、点 $P(2, 3)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。 ↙ p.70
- 4 3点 $A(2, 3)$, $B(-1, 5)$, $C(2, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心 G の座標
を求めよ。 ↙ p.71
- 10 5 次の2点 A , B を通る直線の方程式を求めよ。 ↙ p.73
(1) $A(6, -1)$, $B(-3, 5)$ (2) $A(-2, 0)$, $B(-2, 6)$
- 6 2直線 $x+y+1=0$, $3x-y+7=0$ の交点と原点を通る直線の方程式
を求めよ。 ↙ p.74
- 15 7 2点 $A(1, -3)$, $B(7, 6)$ を通る直線を l とする。点 $C(3, 4)$ を通り、 l
に平行な直線と、垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ。 ↙ p.77
- 8 直線 $2x+y+4=0$ に関して、点 $A(-4, -1)$ と対称な点 B の座標を求
めよ。 ↙ p.78
- 9 次の点と直線の距離を求めよ。 ↙ p.80
(1) 点 $(2, 4)$, 直線 $2x-6y-5=0$
20 (2) 点 $(-7, 0)$, 直線 $y=x+3$