

4 章・1 節 指数関数

① 整数の指数

② 累乗根

③ 有理数の指数

1 次の をうめよ。 ☐

(1) $a > 0$ で m が整数, n が正の整数のとき

$a^0 =$, $a^{-n} =$, $a^{\frac{m}{n}} =$

(2) $a > 0$, $b > 0$ で, p , q が有理数のとき

$a^p a^q =$, $a^p \div a^q =$, $(a^p)^q =$
 $(ab)^p =$, $\left(\frac{a}{b}\right)^p =$

2 次の計算をせよ。 ☐

(1) $a^2 \times a^3 \div a^5$

[解] $a^2 \times a^3 \div a^5 = a^{2+3-5} = a^0 = 1$

(2) $a^2 \times a^{-3}$

[解] $a^2 \times a^{-3} = a^{2+(-3)} = a^{-1} = \frac{1}{a}$

(3) $(a^3)^2 \div a^4$

[解] $(a^3)^2 \div a^4 = a^{3 \times 2 - 4} = a^2$

(4) $a^{-3} \div a^{-4}$

[解] $a^{-3} \div a^{-4} = a^{-3-(-4)} = a$

(5) $(a^2 b^{-1})^{-3}$

[解] $(a^2 b^{-1})^{-3} = a^{2 \times (-3)} b^{(-1) \times (-3)} = a^{-6} b^3 = \frac{b^3}{a^6}$

(6) $(ab)^{-2} \times (2ab^2)^3$

[解] $(ab)^{-2} \times (2ab^2)^3 = a^{-2} b^{-2} \times 2^3 a^3 b^6 = 8a^{-2+3} b^{-2+6} = 8ab^4$

3 次の値を求めよ。 ☐

(1) $\sqrt[4]{81}$

[解] $3^4 = 81$ であるから
 $\sqrt[4]{81} = 3$

(2) $\sqrt[3]{-125}$

[解] $(-5)^3 = -125$ であるから
 $\sqrt[3]{-125} = -5$

(3) 1000 の 3 乗根

[解] $10^3 = 1000$ であるから
1000 の 3 乗根は 10

(4) $\frac{1}{16}$ の 4 乗根

[解] $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$, $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ であるから
 $\frac{1}{16}$ の 4 乗根は $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$

組	番号	名 前

4 次の計算をせよ。 ☐

(1) $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16}$

[解] $\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{4 \times 16} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

(2) $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[4]{3}$

[解] $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\frac{48}{3}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

(3) $\sqrt[3]{125^4}$

[解] $\sqrt[3]{125^4} = \sqrt[3]{(5^3)^4} = (\sqrt[3]{5^3})^4 = 5^4 = 625$

(4) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$

[解] $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[9]{512} = \sqrt[9]{2^9} = 2$

5 次の値を求めよ。 ☐

(1) $27^{\frac{2}{3}}$

[解] $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^{3 \times \frac{2}{3}} = 3^2 = 9$

(2) $16^{-\frac{5}{4}}$

[解] $16^{-\frac{5}{4}} = (2^4)^{-\frac{5}{4}} = 2^{4 \times (-\frac{5}{4})} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$

6 次の式を簡単にし, その結果を負の指数や分数の指数を用いず
に表せ。ただし, $a > 0$ である。 ☐

(1) $a\sqrt{a} \times \sqrt[4]{a}$

[解] $a\sqrt{a} \times \sqrt[4]{a} = a^1 \times a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{4}} = a^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = a^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{a^7}$

(2) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$

[解] $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = (a \times a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = (a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

(3) $(\sqrt[3]{a} \times \sqrt[6]{a})^2 \div \sqrt{a^3}$

[解] $(\sqrt[3]{a} \times \sqrt[6]{a})^2 \div \sqrt{a^3} = (a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{6}})^2 \div a^{\frac{3}{2}} = (a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}})^2 \div a^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{2} \times 2} \div a^{\frac{3}{2}}$
 $= a \times a^{-\frac{3}{2}} = a^{1-\frac{3}{2}} = a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

7 次の計算をせよ。 ☐

(1) $\sqrt{6} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[6]{6}$

[解] $\sqrt{6} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{3}} \times 6^{\frac{1}{6}} = 6^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = 6^{\frac{6}{6}} = 6$

(2) $\sqrt{16} \div \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{\sqrt{64}}$

[解] $\sqrt{16} \div \sqrt[3]{-8} \times \sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt{4^2} \div \sqrt[3]{(-2)^3} \times \sqrt[3]{2^6}$
 $= 4 \div (-2) \times 2$
 $= -4$