組	番号	名　　前

4章・1節　指数関数

①　整数の指数
②　累乗根
③　有理数の指数

1　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。知

(1)　$a>0$ で m が整数，n が正の整数のとき

$a^0=\boxed{\quad}$　，$a^{-n}=\boxed{\quad}$，　$a^{\frac{m}{n}}=\boxed{\quad}$

(2)　$a>0$，$b>0$ で，p，q が有理数のとき

$a^pa^q=\boxed{\quad}$，　$a^p\div a^q=\boxed{\quad}$，　$(a^p)^q=\boxed{\quad}$

$(ab)^p=\boxed{\quad}$，　$\left(\dfrac{a}{b}\right)^p=\boxed{\quad}$

2　次の計算をせよ。技

(1)　$a^2\times a^3\div a^5$

(2)　$a^2\times a^{-3}$

(3)　$(a^3)^2\div a^4$

(4)　$a^{-3}\div a^{-4}$

(5)　$(a^2b^{-1})^{-3}$

(6)　$(ab)^{-2}\times(2ab^2)^3$

3　次の値を求めよ。技

(1)　$\sqrt[4]{81}$

(2)　$\sqrt[3]{-125}$

(3)　1000 の 3 乗根

(4)　$\dfrac{1}{16}$ の 4 乗根

4　次の計算をせよ。技

(1)　$\sqrt[6]{4}\times\sqrt[6]{16}$

(2)　$\sqrt[4]{48}\div\sqrt[4]{3}$

(3)　$\sqrt[3]{125^4}$

(4)　$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$

5　次の値を求めよ。技

(1)　$27^{\frac{2}{3}}$

(2)　$16^{-\frac{5}{4}}$

6　次の式を簡単にし，その結果を負の指数や分数の指数を用いずに表せ。ただし，$a>0$ である。技

(1)　$a\sqrt{a}\times\sqrt[4]{a}$

(2)　$\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$

(3)　$\left(\sqrt[3]{a}\times\sqrt[6]{a}\right)^2\div\sqrt{a^3}$

7　次の計算をせよ。技

(1)　$\sqrt{6}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[6]{6}$

(2)　$\sqrt{16}\div\sqrt[3]{-8}\times\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

4章・1節　指数関数

④　指数関数とそのグラフ

組	番号	名　前

1　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。知

(1)　$a>0$，$a \neq 1$ のとき　$y=a^x$

で表される関数を，a を$\boxed{\quad}$とする$\boxed{\quad\quad\quad\quad}$という。

(2)　関数 $y=a^x$ のグラフと関数 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ のグラフは，$\boxed{\quad\quad}$に関して対称である。

(3)　指数関数の性質

[1]　定義域は$\boxed{\quad\quad}$全体であり，値域は$\boxed{\quad}$の実数全体である。

[2]　グラフは点$(0，\boxed{\quad})$と点$(1，\boxed{\quad})$を通り，

x 軸が$\boxed{\quad\quad\quad}$になる。

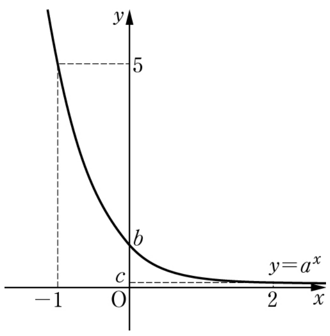
[3]　$a>1$ のとき，x の値が増加すると y の値も$\boxed{\quad\quad}$する。

すなわち　$p<q \iff a^p \ \boxed{\quad} \ a^q$

$0<a<1$ のとき，x の値が増加すると y の値は$\boxed{\quad\quad}$する。

すなわち　$p<q \iff a^p \ \boxed{\quad} \ a^q$

2　右の図は関数 $y=a^x$ のグラフである。次の問に答えよ。技



(1)　a の値を求めよ。

(2)　関数 $y=a^x$ のグラフと y 軸の交点の y 座標 b を求めよ。

(3)　関数 $y=a^x$ において，$x=2$ のときの y の値 c を求めよ。

3　次の各組の数を小さい方から順に並べよ。技

(1)　$\sqrt{27}$，$\sqrt[3]{81}$，$\sqrt[4]{243}$

(2)　1，$\sqrt{\dfrac{4}{5}}$，$\sqrt[3]{\dfrac{16}{25}}$

4　次の方程式を解け。技

(1)　$3^{x+1}=\dfrac{1}{81}$

(2)　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{x-2}=16$

5　次の方程式を解け。技

(1)　$9^x-4\times3^{x+1}+27=0$

(2)　方程式 $4\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x}-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-1=0$

6　次の不等式を解け。技

(1)　$3^{2-x}<9$

(2)　$\left(\dfrac{1}{5}\right)^x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

4章・1節　指数関数

組	番号	名　　前

①　整数の指数
②　累乗根
③　有理数の指数

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　$a>0$ で m が整数，n が正の整数のとき

$a^0=\boxed{1}$　，$a^{-n}=\boxed{\dfrac{1}{a^n}}$,　$a^{\frac{m}{n}}=\boxed{\sqrt[n]{a^m}}$

(2)　$a>0$，$b>0$ で，p，q が有理数のとき

$a^pa^q=\boxed{a^{p+q}}$,　$a^p\div a^q=\boxed{a^{p-q}}$,　$(a^p)^q=\boxed{a^{pq}}$

$(ab)^p=\boxed{a^pb^q}$,　$\left(\dfrac{a}{b}\right)^p=\boxed{\dfrac{a^p}{b^p}}$

2　次の計算をせよ。技

(1)　$a^2\times a^3\div a^5$

［解］　$a^2\times a^3\div a^5=a^{2+3-5}=a^0=\mathbf{1}$

(2)　$a^2\times a^{-3}$

［解］　$a^2\times a^{-3}=a^{2+(-3)}=a^{-1}=\dfrac{1}{a}$

(3)　$(a^3)^2\div a^4$

［解］　$(a^3)^2\div a^4=a^{3\times2-4}=a^2$

(4)　$a^{-3}\div a^{-4}$

［解］　$a^{-3}\div a^{-4}=a^{-3-(-4)}=a$

(5)　$(a^2b^{-1})^{-3}$

［解］　$(a^2b^{-1})^{-3}=a^{2\times(-3)}b^{(-1)\times(-3)}=a^{-6}b^3=\dfrac{b^3}{a^6}$

(6)　$(ab)^{-2}\times(2ab^2)^3$

［解］　$(ab)^{-2}\times(2ab^2)^3=a^{-2}b^{-2}\times2^3a^3b^6=8a^{-2+3}b^{-2+6}=8ab^4$

3　次の値を求めよ。技

(1)　$\sqrt[4]{81}$

［解］　$3^4=81$ であるから

$\sqrt[4]{81}=\mathbf{3}$

(2)　$\sqrt[3]{-125}$

［解］　$(-5)^3=-125$ であるから

$\sqrt[3]{-125}=\mathbf{-5}$

(3)　1000 の 3 乗根

［解］　$10^3=1000$ であるから

1000 の 3 乗根は **10**

(4)　$\dfrac{1}{16}$ の 4 乗根

［解］　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$，$\left(-\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$ であるから

$\dfrac{1}{16}$ の 4 乗根は $\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$

4　次の計算をせよ。技

(1)　$\sqrt[6]{4}\times\sqrt[6]{16}$

［解］　$\sqrt[6]{4}\times\sqrt[6]{16}=\sqrt[6]{4\times16}=\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=\mathbf{2}$

(2)　$\sqrt[4]{48}\div\sqrt[4]{3}$

［解］　$\sqrt[4]{48}\div\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{\dfrac{48}{3}}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=\mathbf{2}$

(3)　$\sqrt[3]{125^4}$

［解］　$\sqrt[3]{125^4}=\sqrt[3]{(5^3)^4}=\left(\sqrt[3]{5^3}\right)^4=5^4=\mathbf{625}$

(4)　$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}$

［解］　$\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}}=\sqrt[9]{512}=\sqrt[9]{2^9}=\mathbf{2}$

5　次の値を求めよ。技

(1)　$27^{\frac{2}{3}}$

［解］　$27^{\frac{2}{3}}=(3^3)^{\frac{2}{3}}=3^{3\times\frac{2}{3}}=3^2=\mathbf{9}$

(2)　$16^{-\frac{5}{4}}$

［解］　$16^{-\frac{5}{4}}=(2^4)^{-\frac{5}{4}}=2^{4\times\left(-\frac{5}{4}\right)}=2^{-5}=\dfrac{1}{32}$

6　次の式を簡単にし，その結果を負の指数や分数の指数を用いずに表せ。ただし，$a>0$ である。技

(1)　$a\sqrt{a}\times\sqrt[4]{a}$

［解］　$a\sqrt{a}\times\sqrt[4]{a}=a^1\times a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{1}{4}}=a^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}=a^{\frac{7}{4}}=\sqrt[4]{a^7}$

(2)　$\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$

［解］　$\sqrt[3]{a\sqrt{a}}=\left(a\times a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

(3)　$\left(\sqrt[3]{a}\times\sqrt[6]{a}\right)^2\div\sqrt{a^3}$

［解］　$\left(\sqrt[3]{a}\times\sqrt[6]{a}\right)^2\div\sqrt{a^3}=\left(a^{\frac{1}{3}}\times a^{\frac{1}{6}}\right)^2\div a^{\frac{3}{2}}=\left(a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}\right)^2\div a^{\frac{3}{2}}=a^{\frac{1}{2}\times2}\div a^{\frac{3}{2}}$

$=a\times a^{-\frac{3}{2}}=a^{1-\frac{3}{2}}=a^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$

7　次の計算をせよ。技

(1)　$\sqrt{6}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[6]{6}$

［解］　$\sqrt{6}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[6]{6}=6^{\frac{1}{2}}\times6^{\frac{1}{3}}\times6^{\frac{1}{6}}=6^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=6^{\frac{6}{6}}=\mathbf{6}$

(2)　$\sqrt{16}\div\sqrt[3]{-8}\times\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

［解］　$\sqrt{16}\div\sqrt[3]{-8}\times\sqrt[3]{\sqrt{64}}=\sqrt{4^2}\div\sqrt[3]{(-2)^3}\times\sqrt[6]{2^6}$

$=4\div(-2)\times2$

$=\mathbf{-4}$

4章・1節　指数関数

組	番号	名　　前

④　指数関数とそのグラフ

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　$a>0$，$a \fallingdotseq 1$ のとき　　$y=a^x$

で表される関数を，a を$\boxed{底}$とする$\boxed{指数関数}$という。

(2)　関数$y=a^x$ のグラフと関数 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ のグラフは，$\boxed{y\ 軸}$に関して対称である。

(3)　指数関数の性質

[1]　定義域は$\boxed{実数}$全体であり，値域は$\boxed{正}$の実数全体である。

[2]　グラフは点$(0,\ \boxed{1})$と点$(1,\ \boxed{a})$を通り，

x 軸が$\boxed{漸近線}$になる。

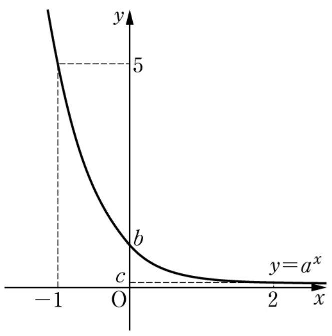
[3]　$a>1$ のとき，x の値が増加すると y の値も$\boxed{増加}$する。

すなわち　　$p<q \iff a^p \ \boxed{<}\ a^q$

$0<a<1$ のとき，x の値が増加すると y の値は$\boxed{減少}$する。

すなわち　　$p<q \iff a^p \ \boxed{>}\ a^q$

2　右の図は関数 $y=a^x$ のグラフである。次の問に答えよ。技



(1)　a の値を求めよ。

［解］　グラフが点$(-1,\ 5)$ を通るから

$5=a^{-1}$

ゆえに　　$a=\mathbf{\dfrac{1}{5}}$

(2)　関数 $y=a^x$ のグラフと y 軸の交点の y 座標 b を求めよ。

［解］　$b=\left(\dfrac{1}{5}\right)^0=\mathbf{1}$

(3)　関数 $y=a^x$ において，$x=2$ のときの y の値 c を求めよ。

［解］　$c=\left(\dfrac{1}{5}\right)^2=\mathbf{\dfrac{1}{25}}$

3　次の各組の数を小さい方から順に並べよ。技

(1)　$\sqrt{27}$，$\sqrt[3]{81}$，$\sqrt[4]{243}$

［解］　$\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3^{\frac{3}{2}}$，　　$\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{3^4}=3^{\frac{4}{3}}$，　　$\sqrt[4]{243}=\sqrt[4]{3^5}=3^{\frac{5}{4}}$

である。ここで

$\dfrac{5}{4}<\dfrac{4}{3}<\dfrac{3}{2}$

であり，$y=3^x$ の底 3 は 1 より大きいから

$3^{\frac{5}{4}}<3^{\frac{4}{3}}<3^{\frac{3}{2}}$

すなわち　　$\mathbf{\sqrt[4]{243}<\sqrt[3]{81}<\sqrt{27}}$

(2)　1，$\sqrt{\dfrac{4}{5}}$，$\sqrt[3]{\dfrac{16}{25}}$

［解］　$1=\left(\dfrac{4}{5}\right)^0$，$\sqrt{\dfrac{4}{5}}=\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$，$\sqrt[3]{\dfrac{16}{25}}=\sqrt[3]{\left(\dfrac{4}{5}\right)^2}=\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$

である。ここで

$0<\dfrac{1}{2}<\dfrac{2}{3}$

であり，底 $\dfrac{4}{5}$ は 1 より小さいから

$\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\dfrac{4}{5}\right)^{\frac{1}{2}}<\left(\dfrac{4}{5}\right)^0$

すなわち　　$\mathbf{\sqrt[3]{\dfrac{16}{25}}<\sqrt{\dfrac{4}{5}}<1}$

4　次の方程式を解け。技

(1)　$3^{x+1}=\dfrac{1}{81}$

［解］　$\dfrac{1}{81}=3^{-4}$ であるから　　$3^{x+1}=3^{-4}$

ゆえに　　$x+1=-4$

したがって　　$\mathbf{x=-5}$

(2)　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{x-2}=16$

［解］　$\left(\dfrac{1}{8}\right)^{x-2}=(2^{-3})^{x-2}=2^{-3x+6}$，$16=2^4$ であるから

$2^{-3x+6}=2^4$

ゆえに　　$-3x+6=4$

したがって　　$\mathbf{x=\dfrac{2}{3}}$

5　次の方程式を解け。技

(1)　$9^x-4\times3^{x+1}+27=0$

［解］　$9^x=(3^2)^x=(3^x)^2$，$3^{x+1}=3\times3^x$ であるから

$(3^x)^2-4\times3\times3^x+27=0$

ここで，$3^x=t$ とおくと，$t>0$ であり

$t^2-12t+27=0$

$(t-3)(t-9)=0$

$t=3,\ 9$

これらは $t>0$ を満たすから　　$3^x=3$，$3^x=3^2$

ゆえに　　$\mathbf{x=1,\ 2}$

(2)　方程式 $4\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x}-3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-1=0$

［解］　この方程式で，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=t$ とおくと，$t>0$ であり

$4t^2-3t-1=0$

$(4t+1)(t-1)=0$

$t>0$ より　　$t=1$

すなわち　　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=1$

ゆえに　　$\mathbf{x=0}$

6　次の不等式を解け。技

(1)　$3^{2-x}<9$

［解］　$9=3^2$ であるから　　$3^{2-x}<3^2$

$y=3^x$ の底 3 は 1 より大きいから　　$2-x<2$

ゆえに　　$\mathbf{x>0}$

(2)　$\left(\dfrac{1}{5}\right)^x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

［解］　$\left(\dfrac{1}{5}\right)^x\leqq\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

$y=\left(\dfrac{1}{5}\right)^x$ の底 $\dfrac{1}{5}$ は 1 より小さいから

$\mathbf{x\geqq\dfrac{1}{2}}$