組	番号	名　　前

3章・1節　三角関数

① 一般角　　④ 三角関数の性質
② 弧度法
③ 三角関数

1　次の［　　］をうめよ。知

(1) 長さ1の弧に対する中心角の大きさを1 $\boxed{\text{ラジアン}}$ または1弧度といい，これを単位とする角の表し方を $\boxed{\text{弧度法}}$ という。

$180^\circ = \boxed{\pi}$ ラジアン，1ラジアン $= \boxed{\dfrac{180}{\pi}}$ 。

(2) 弧度法を用いると，角 α の動径が表す一般角 θ は，次のように表される。

$\theta = \boxed{\alpha + 2n\pi}$　（n は整数）

(3) 半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると

$l = \boxed{r\theta}$，$S = \boxed{\dfrac{1}{2}r^2\theta}$

(4) $\sin(-\theta) = \boxed{-\sin\theta}$，　$\sin(\theta+\pi) = \boxed{-\sin\theta}$

$\cos(-\theta) = \boxed{\cos\theta}$，　$\cos(\theta+\pi) = \boxed{-\cos\theta}$

$\tan(-\theta) = \boxed{-\tan\theta}$，　$\tan(\theta+\pi) = \boxed{\tan\theta}$

2　次の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。技

(1) 半径3，中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$

［解］　$l = 3\times\dfrac{3}{4}\pi = \dfrac{9}{4}\pi$

$S = \dfrac{1}{2}\times3^2\times\dfrac{3}{4}\pi = \dfrac{27}{8}\pi$

(2) 半径 4，中心角 210°

［解］　$210^\circ = \dfrac{7}{6}\pi$ ラジアンであるから

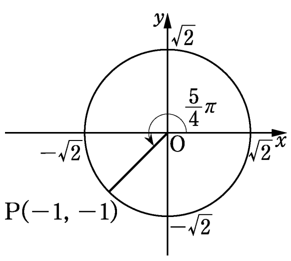
$l = 4\times\dfrac{7}{6}\pi = \dfrac{14}{3}\pi$

$S = \dfrac{1}{2}\times4^2\times\dfrac{7}{6}\pi = \dfrac{28}{3}\pi$

3　θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。技

(1) $\dfrac{5}{4}\pi$

［解］　右の図で，原点Oを中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円と $\dfrac{5}{4}\pi$ の動径の交点Pの座標は $(-1, -1)$ であるから



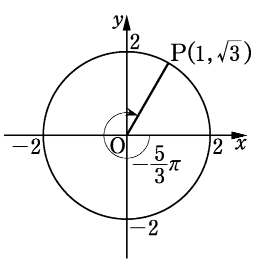
$\sin\dfrac{5}{4}\pi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\dfrac{5}{4}\pi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\dfrac{5}{4}\pi = \dfrac{-1}{-1} = 1$

(2) $-\dfrac{5}{3}\pi$

［解］　右の図で，原点を中心とする半径2の円と $-\dfrac{5}{3}\pi$ の動径の交点Pの座標は $(1, \sqrt{3})$ であるから



$\sin\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right) = \dfrac{1}{2}$

$\tan\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

4　次の値を求めよ。技

(1) θ が第4象限の角で，$\sin\theta = -\dfrac{1}{4}$ のときの $\cos\theta$，$\tan\theta$

［解］　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より　$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(-\dfrac{1}{4}\right)^2 = \dfrac{15}{16}$

θ が第4象限の角であるから，$\cos\theta > 0$ である。

よって　$\cos\theta = \sqrt{\dfrac{15}{16}} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

また，$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$\tan\theta = \dfrac{-\dfrac{1}{4}}{\dfrac{\sqrt{15}}{4}} = -\dfrac{1}{\sqrt{15}} = -\dfrac{\sqrt{15}}{15}$

(2) θ が第3象限の角で，$\tan\theta = 3$ のときの $\sin\theta$，$\cos\theta$

［解］　$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より　$\cos^2\theta = \dfrac{1}{1+\tan^2\theta} = \dfrac{1}{1+3^2} = \dfrac{1}{10}$

θ が第3象限の角であるから，$\cos\theta < 0$ である。

よって　$\cos\theta = -\sqrt{\dfrac{1}{10}} = -\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

また，$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = 3\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right) = -\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

5　次の値を求めよ。技

(1) $\sin\theta + \cos\theta = -\dfrac{2}{3}$ のときの $\sin\theta\cos\theta$

［解］　与えられた式の両辺を2乗すると

$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \dfrac{4}{9}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ であるから　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{4}{9}$

よって　$\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{4}{9} - 1\right) = -\dfrac{5}{18}$

(2) $\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{1}{3}$ のときの $\sin\theta + \cos\theta$

［解］　$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$

$= 1 + 2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

$= \dfrac{1}{3}$

よって　$\sin\theta + \cos\theta = \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}} = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

6　次の等式が成り立つことを証明せよ。考

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{2}{\sin\theta}$$

［証明］　(左辺) $= \dfrac{\sin\theta(1-\cos\theta) + \sin\theta(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \dfrac{\sin\theta - \sin\theta\cos\theta + \sin\theta + \sin\theta\cos\theta}{1-\cos^2\theta}$

$= \dfrac{2\sin\theta}{\sin^2\theta}$

$= \dfrac{2}{\sin\theta}$

よって，(左辺) = (右辺)