3 章・1 節　三角関数

組	番号	名　　前

① 一般角　　④ 三角関数の性質
② 弧度法
③ 三角関数

1 次の $\boxed{}$ をうめよ。知

(1) 長さ 1 の弧に対する中心角の大きさを 1 $\boxed{}$ または 1 弧度といい，これを単位とする角の表し方を $\boxed{}$ という。

$180^\circ = \boxed{}$ ラジアン，1 ラジアン $= \boxed{}^\circ$

(2) 弧度法を用いると，角 α の動径が表す一般角 θ は，次のように表される。

$\theta = \boxed{}$　(n は整数)

(3) 半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると

$l = \boxed{}$，$S = \boxed{}$

(4) $\sin(-\theta) = \boxed{}$,　$\sin(\theta+\pi) = \boxed{}$

$\cos(-\theta) = \boxed{}$,　$\cos(\theta+\pi) = \boxed{}$

$\tan(-\theta) = \boxed{}$,　$\tan(\theta+\pi) = \boxed{}$

2 次の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。技

(1) 半径 3，中心角 $\frac{3}{4}\pi$

(2) 半径 4，中心角 210°

3 θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。技

(1) $\frac{5}{4}\pi$

(2) $-\frac{5}{3}\pi$

4 次の値を求めよ。技

(1) θ が第 4 象限の角で，$\sin\theta = -\frac{1}{4}$ のときの $\cos\theta$，$\tan\theta$

(2) θ が第 3 象限の角で，$\tan\theta = 3$ のときの $\sin\theta$，$\cos\theta$

5 次の値を求めよ。技

(1) $\sin\theta + \cos\theta = -\frac{2}{3}$ のときの $\sin\theta\cos\theta$

(2) $\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{3}$ のときの $\sin\theta + \cos\theta$

6 次の等式が成り立つことを証明せよ。考

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{2}{\sin\theta}$$

3章・1節　三角関数

組	番号	名前

⑤　三角関数のグラフ
⑥　三角関数を含む方程式・不等式

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　$y=\sin\theta$ のグラフの形の曲線を$\boxed{}$という。

(2)　グラフがある直線に限りなく近づくとき，その直線のことをグラフの$\boxed{}$という。

(3)　関数 $y=f(x)$ について，0 でない定数 p があって，等式

$$f(x+p)=f(x)$$

がすべての x について成り立つとき，$f(x)$ を，p を$\boxed{}$とする$\boxed{}$という。

(4)　関数 $y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ の周期は$\boxed{}$であり，関数 $y=\tan\theta$ の周期は$\boxed{}$である。

(5)　関数$y=\cos\theta$ のグラフは$\boxed{}$に関して対称であり，$y=\sin\theta$ のグラフは$\boxed{}$に関して対称である。また，関数 $y=\tan\theta$ のグラフは$\boxed{}$に関して対称である。

2　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。技

(1)　$y=3\sin\theta$

(2)　$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$

(3)　$y=\tan\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$

3　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を満たす θ の値を求めよ。技

(1)　$\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(2)　$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

(3)　$\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

4　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，方程式 $\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値を求めよ。技

5　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式　$\cos\theta<-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。技

3章・1節　三角関数

組	番号	名　　前

①　一般角
②　弧度法
③　三角関数
④　三角関数の性質

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　長さ1の弧に対する中心角の大きさを1 $\boxed{\text{ラジアン}}$ または1弧度といい，これを単位とする角の表し方を$\boxed{\text{弧度法}}$という。

$180^\circ=\boxed{\pi}$ ラジアン，1ラジアン $=\boxed{\dfrac{180}{\pi}}$°

(2)　弧度法を用いると，角αの動径が表す一般角θは，次のように表される。

$\theta=\boxed{\alpha+2n\pi}$　(nは整数)

(3)　半径r，中心角θの扇形の弧の長さをl，面積をSとすると

$l=\boxed{r\theta}$，$S=\boxed{\dfrac{1}{2}r^2\theta}$

(4)　$\sin(-\theta)=\boxed{-\sin\theta}$，　$\sin(\theta+\pi)=\boxed{-\sin\theta}$

$\cos(-\theta)=\boxed{\cos\theta}$，　$\cos(\theta+\pi)=\boxed{-\cos\theta}$

$\tan(-\theta)=\boxed{-\tan\theta}$，　$\tan(\theta+\pi)=\boxed{\tan\theta}$

2　次の扇形の弧の長さlと面積Sを求めよ。技

(1)　半径3，中心角$\dfrac{3}{4}\pi$

［解］　$l=3\times\dfrac{3}{4}\pi=\dfrac{9}{4}\pi$

$S=\dfrac{1}{2}\times3^2\times\dfrac{3}{4}\pi=\dfrac{27}{8}\pi$

(2)　半径 4，中心角 210°

［解］　$210^\circ=\dfrac{7}{6}\pi$ ラジアンであるから

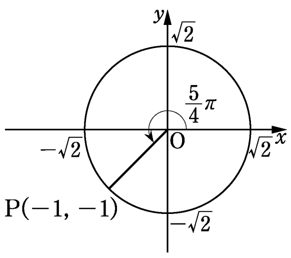
$l=4\times\dfrac{7}{6}\pi=\dfrac{14}{3}\pi$

$S=\dfrac{1}{2}\times4^2\times\dfrac{7}{6}\pi=\dfrac{28}{3}\pi$

3　θが次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$の値を求めよ。技

(1)　$\dfrac{5}{4}\pi$

［解］　右の図で，原点Oを中心とする半径$\sqrt{2}$の円と$\dfrac{5}{4}\pi$の動径の交点Pの座標は$(-1,\ -1)$であるから



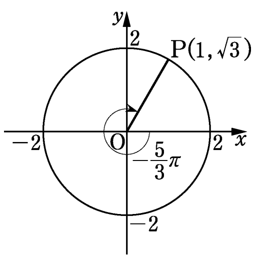
$\sin\dfrac{5}{4}\pi=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\dfrac{5}{4}\pi=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\dfrac{5}{4}\pi=\dfrac{-1}{-1}=1$

(2)　$-\dfrac{5}{3}\pi$

［解］　右の図で，原点を中心とする半径2の円と$-\dfrac{5}{3}\pi$の動径の交点Pの座標は$(1,\ \sqrt{3})$であるから



$\sin\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right)=\dfrac{1}{2}$

$\tan\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

4　次の値を求めよ。技

(1)　θが第4象限の角で，$\sin\theta=-\dfrac{1}{4}$のときの$\cos\theta$，$\tan\theta$

［解］　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{15}{16}$

θが第4象限の角であるから，$\cos\theta>0$ である。

よって　$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{15}{16}}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

また，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$\tan\theta=\dfrac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{15}}{4}}=-\dfrac{1}{\sqrt{15}}=-\dfrac{\sqrt{15}}{15}$

(2)　θが第3象限の角で，$\tan\theta=3$ のときの$\sin\theta$，$\cos\theta$

［解］　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{1}{1+3^2}=\dfrac{1}{10}$

θが第3象限の角であるから，$\cos\theta<0$ である。

よって　$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{1}{10}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

また，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=3\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right)=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

5　次の値を求めよ。技

(1)　$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{2}{3}$ のときの$\sin\theta\cos\theta$

［解］　与えられた式の両辺を2乗すると

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから　$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{9}$

よって　$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{4}{9}-1\right)=-\dfrac{5}{18}$

(2)　$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$ のときの$\sin\theta+\cos\theta$

［解］　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1+2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

$=\dfrac{1}{3}$

よって　$\sin\theta+\cos\theta=\pm\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

6　次の等式が成り立つことを証明せよ。考

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}=\frac{2}{\sin\theta}$$

［証明］　(左辺) $=\dfrac{\sin\theta(1-\cos\theta)+\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$=\dfrac{\sin\theta-\sin\theta\cos\theta+\sin\theta+\sin\theta\cos\theta}{1-\cos^2\theta}$

$=\dfrac{2\sin\theta}{\sin^2\theta}$

$=\dfrac{2}{\sin\theta}$

よって，(左辺)＝(右辺)

3章・1節　三角関数

組	番号	名前

⑤　三角関数のグラフ
⑥　三角関数を含む方程式・不等式

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　$y=\sin\theta$ のグラフの形の曲線を$\boxed{\text{正弦曲線}}$という。

(2)　グラフがある直線に限りなく近づくとき，その直線のことをグラフの$\boxed{\text{漸近線}}$という。

(3)　関数 $y=f(x)$ について，0 でない定数 p があって，等式

$$f(x+p)=f(x)$$

がすべての x について成り立つとき，$f(x)$ を，p を$\boxed{\text{周期}}$とする$\boxed{\text{周期関数}}$という。

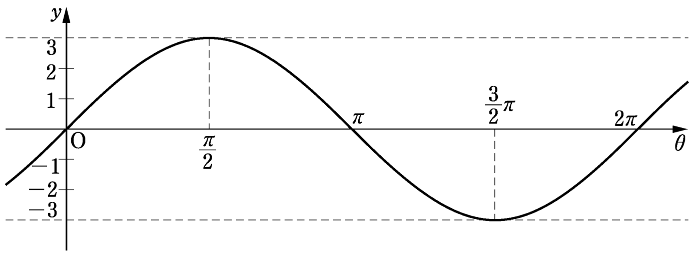
(4)　関数 $y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ の周期は$\boxed{2\pi}$であり，関数 $y=\tan\theta$ の周期は$\boxed{\pi}$である。

(5)　関数$y=\cos\theta$ のグラフは$\boxed{y\text{軸}}$に関して対称であり，$y=\sin\theta$ のグラフは$\boxed{\text{原点}}$に関して対称である。また，関数 $y=\tan\theta$ のグラフは$\boxed{\text{原点}}$に関して対称である。

2　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。技

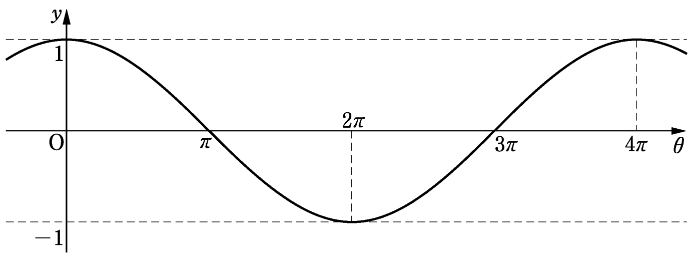
(1)　$y=3\sin\theta$

［解］　$y=3\sin\theta$ のグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを y 軸方向に 3 倍に拡大したものである。その周期は $y=\sin\theta$ と同じく $\boldsymbol{2\pi}$ である。



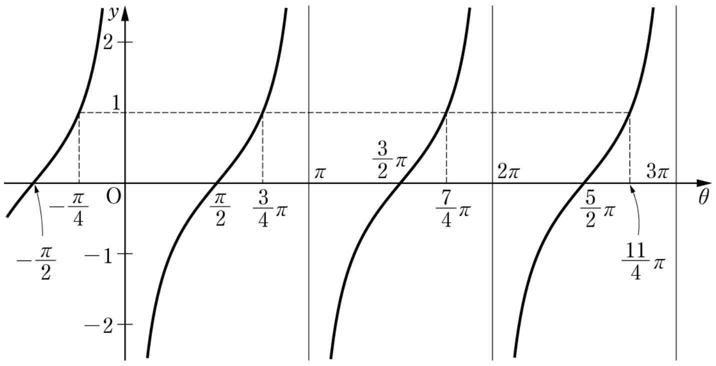
(2)　$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$

［解］　$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$ のグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを θ 軸方向に 2 倍に拡大したものである。その周期は $y=\cos\theta$ の周期 2π の 2 倍で，$\boldsymbol{4\pi}$ である。



(3)　$y=\tan\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$

［解］　$y=\tan\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$ のグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{2}$ だけ平行移動したものである。その周期は $y=\tan\theta$ と同じく $\boldsymbol{\pi}$ である。



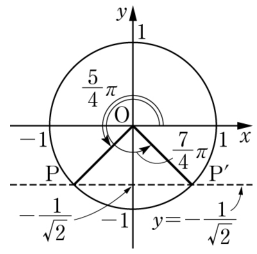
3　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を満たす θ の値を求めよ。技

(1)　$\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

［解］　右の図のように，単位円の周上で，y 座標が $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる点を P，P′ とすると，動径 OP，OP′ の表す角が求める角である。

よって，　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で θ の値を求めると

$$\boldsymbol{\theta=\frac{5}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi}$$

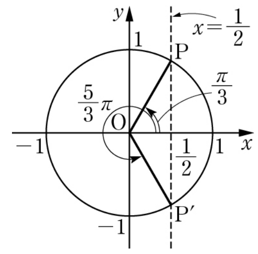


(2)　$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

［解］　右の図のように，単位円の周上で，x 座標が $\dfrac{1}{2}$ となる点を P，P′ とすると，動径 OP，OP′ の表す角が求める角である。

よって，　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で θ の値を求めると

$$\boldsymbol{\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi}$$

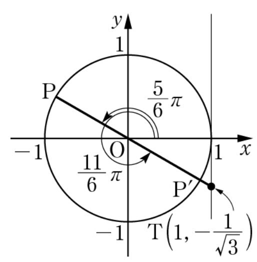


(3)　$\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

［解］　右の図のように，点$\mathrm{T}\left(1,\ -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ と原点を通る直線と単位円の交点を P，P′ とすると，動径 OP，OP′ の表す角が求める角である。

よって，　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で θ の値を求めると

$$\boldsymbol{\theta=\frac{5}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi}$$



4　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，方程式 $\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値を求めよ。技

［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき

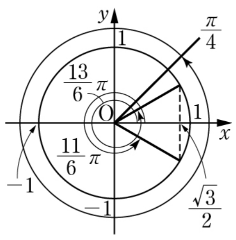
$$\frac{\pi}{4}\leqq\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi \quad\cdots\cdots①$$

単位円の周上で，x 座標が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる

$\theta+\dfrac{\pi}{4}$ の値は，①の範囲で

$$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{11}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$$

ゆえに　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{19}{12}\pi,\ \dfrac{23}{12}\pi}$



5　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式　$\cos\theta<-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。技

［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，

$\cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ の値は

$$\theta=\frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi$$

であるから，求める角 θ の動径は，右の図の斜線部分にある。

ゆえに　$\boldsymbol{\dfrac{3}{4}\pi<\theta<\dfrac{5}{4}\pi}$