2章・1節　点と直線

①　直線上の点の座標
②　平面上の点の座標
③　直線の方程式

組	番号	名　　前

1　次の□をうめよ。知

(1)　2点A(a)，B(b) 間の距離は

$\mathrm{AB}=\boxed{|\,b-a\,|}$

(2)　2点A(a)，B(b) に対して，線分ABを

$m:n$ に内分する点Pの座標は　$\dfrac{\boxed{n}\,a+\boxed{m}\,b}{m\boxed{+}n}$

とくに，線分ABの中点Mの座標は　$\dfrac{a\boxed{+}b}{\boxed{2}}$

$m:n$ に外分する点Qの座標は　$\dfrac{\boxed{-n}\,a+\boxed{m}\,b}{m\boxed{-}n}$

(3)　2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ 間の距離は

$\mathrm{AB}=\sqrt{\left(\boxed{x_2-x_1}\right)^2+\left(\boxed{y_2-y_1}\right)^2}$

とくに，原点Oと点P$(x,\ y)$ の距離は

$\mathrm{OP}=\sqrt{\boxed{x^2+y^2}}$

(4)　2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ に対して，線分ABを

$m:n$ に内分する点Pの座標は

$\left(\dfrac{\boxed{n}\,x_1+\boxed{m}\,x_2}{m\boxed{+}n},\ \dfrac{\boxed{n}\,y_1+\boxed{m}\,y_2}{m\boxed{+}n}\right)$

とくに，中点Mの座標は

$\left(\dfrac{x_1\boxed{+}x_2}{\boxed{2}},\ \dfrac{y_1\boxed{+}y_2}{\boxed{2}}\right)$

$m:n$ に外分する点Qの座標は

$\left(\dfrac{\boxed{-n}\,x_1+\boxed{m}\,x_2}{m\boxed{-}n},\ \dfrac{\boxed{-n}\,y_1+\boxed{m}\,y_2}{m\boxed{-}n}\right)$

2　次の2点A，B間の距離を求めよ。技

(1)　A(-4)，B(3)

［解］　$\mathrm{AB}=|3-(-4)|=|7|=\mathbf{7}$

(2)　A$(1,\ 3)$，B$(-2,\ 5)$

［解］　$\mathrm{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(5-3)^2}=\sqrt{9+4}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

3　2点A$(2,\ -3)$，B$(3,\ 5)$ に対して，次の点の座標を求めよ。技

(1)　線分ABを3：4に内分する点P

［解］　Pの座標を$(x,\ y)$ とすると

$x=\dfrac{4\cdot2+3\cdot3}{3+4}=\dfrac{17}{7}$，　$y=\dfrac{4\cdot(-3)+3\cdot5}{3+4}=\dfrac{3}{7}$

したがって，点Pの座標は $\left(\boldsymbol{\dfrac{17}{7},\ \dfrac{3}{7}}\right)$ である。

(2)　3：4に外分する点Q

［解］　Qの座標を$(x,\ y)$ とすると

$x=\dfrac{-4\cdot2+3\cdot3}{3-4}=-1$，　$y=\dfrac{-4\cdot(-3)+3\cdot5}{3-4}=-27$

したがって，点Qの座標は $(\mathbf{-1,\ -27})$ である。

(3)　中点M

［解］　Mの座標を$(x,\ y)$ とすると

$x=\dfrac{2+3}{2}=\dfrac{5}{2}$，　$y=\dfrac{-3+5}{2}=1$

したがって，点Mの座標は $\left(\boldsymbol{\dfrac{5}{2},\ 1}\right)$ である。

4　3点A$(2,\ 6)$，B$(-1,\ 2)$，C$(3,\ -1)$ を頂点とする△ABCは，どのような形の三角形か。技

［解］　三角形の3辺の長さは

$\mathrm{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(2-6)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

$\mathrm{BC}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-1-2)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

$\mathrm{CA}=\sqrt{(2-3)^2+\{6-(-1)\}^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

よって　　$\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2=\mathrm{CA}^2$，$\mathrm{AB}=\mathrm{BC}$

であるから，△ABCは

AB＝BC，∠B＝90°の直角二等辺三角形

5　点A$(1,\ -2)$ に関して，点P$(7,\ 3)$ と対称な点Qの座標を求めよ。技

［解］　点Qの座標を$(a,\ b)$ とすると，線分PQの中点が点Aであるから

$\dfrac{7+a}{2}=1$，$\dfrac{3+b}{2}=-2$

よって　　$a=-5$，$b=-7$

であるから，点Qの座標は

$(\mathbf{-5,\ -7})$

6　3点A$(-1,\ 5)$，B$(2,\ -3)$，C$(x,\ 1)$ を頂点とする，△ABCの重心Gの座標がG$(-1,\ y)$ であるとき，x，yの値を求めよ。技

［解］　$\dfrac{-1+2+x}{3}=-1$，$\dfrac{5-3+1}{3}=y$

したがって　　$\boldsymbol{x=-4,\ y=1}$

7　次の直線の方程式を求めよ。技

(1)　点$(-2,\ 5)$ を通り，傾きが3の直線

［解］　$y-5=3\{x-(-2)\}$

すなわち　　$\boldsymbol{y=3x+11}$　または　$\boldsymbol{3x-y+11=0}$

(2)　2点A$(-1,\ 2)$，B$(5,\ -1)$ を通る直線

［解］　$y-2=\dfrac{-1-2}{5-(-1)}\{x-(-1)\}$

すなわち　　$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}}$　または　$\boldsymbol{x+2y-3=0}$

8　2直線 $x+3y-1=0$，$2x-y+5=0$ の交点と点$(3,\ -2)$ を通る直線の方程式を求めよ。技

［解］　連立方程式$\begin{cases}x+3y-1=0\\2x-y+5=0\end{cases}$

を解くと　　$x=-2$，$y=1$

となるから，交点の座標は$(-2,\ 1)$ である。

求める直線は2点$(-2,\ 1)$，$(3,\ -2)$ を通るから，その方程式は

$y-1=\dfrac{-2-1}{3-(-2)}\{x-(-2)\}$

すなわち　　$\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{1}{5}}$　または　$\boldsymbol{3x+5y+1=0}$