2章・1節　点と直線

組	番号	名　　前

①　直線上の点の座標
②　平面上の点の座標
③　直線の方程式

1　次の$\square$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1)　2点A(a)，B(b)間の距離は

　　AB＝$\square$

(2)　2点A(a)，B(b)に対して，線分ABを

$m:n$に内分する点Pの座標は　$\dfrac{\square a+\square b}{m\square n}$

とくに，線分ABの中点Mの座標は　$\dfrac{a\square b}{\square}$

$m:n$に外分する点Qの座標は　$\dfrac{\square a+\square b}{m\square n}$

(3)　2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$間の距離は

　　AB＝$\sqrt{(\square)^2+(\square)^2}$

とくに，原点Oと点P$(x,\ y)$の距離は

　　OP＝$\sqrt{\square}$

(4)　2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$に対して，線分ABを

$m:n$に内分する点Pの座標は

$\left(\dfrac{\square x_1+\square x_2}{m\square n},\ \dfrac{\square y_1+\square y_2}{m\square n}\right)$

とくに，中点Mの座標は

$\left(\dfrac{x_1\square x_2}{\square},\ \dfrac{y_1\square y_2}{\square}\right)$

$m:n$に外分する点Qの座標は

$\left(\dfrac{\square x_1+\square x_2}{m\square n},\ \dfrac{\square y_1+\square y_2}{m\square n}\right)$

2　次の2点A，B間の距離を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　A(-4)，B(3)

(2)　A$(1,\ 3)$，B$(-2,\ 5)$

3　2点A$(2,\ -3)$，B$(3,\ 5)$に対して，次の点の座標を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　線分ABを$3:4$に内分する点P

(2)　$3:4$に外分する点Q

(3)　中点M

4　3点A$(2,\ 6)$，B$(-1,\ 2)$，C$(3,\ -1)$を頂点とする△ABCは，どのような形の三角形か。$\boxed{\text{技}}$

5　点A$(1,\ -2)$に関して，点P$(7,\ 3)$と対称な点Qの座標を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

6　3点A$(-1,\ 5)$，B$(2,\ -3)$，C$(x,\ 1)$を頂点とする，△ABCの重心Gの座標がG$(-1,\ y)$であるとき，x，yの値を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

7　次の直線の方程式を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　点$(-2,\ 5)$を通り，傾きが3の直線

(2)　2点A$(-1,\ 2)$，B$(5,\ -1)$を通る直線

8　2直線$x+3y-1=0$，$2x-y+5=0$の交点と点$(3,\ -2)$を通る直線の方程式を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

2章・1節　点と直線

④　2直線の関係

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　2直線 $y=mx+n$，$y=m'x+n'$ について，

2直線が平行　$\Longleftrightarrow$　$m=\boxed{}$

2直線が垂直　$\Longleftrightarrow$　$mm'=\boxed{}$

(2)　点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{\left|\boxed{}x_1+\boxed{}y_1+\boxed{}\right|}{\sqrt{\boxed{}}}$$

2　次の直線の方程式を求めよ。技

(1)　点 $(1,\ -3)$ を通り，直線 $y=-2x+4$ に平行な直線

(2)　点 $(-4,\ 5)$ を通り，直線 $x-3y+5=0$ に垂直な直線

3　2直線 $5x+3y-2=0$　……①，　$ax-2y-7=0$　……②
があある。次の場合について，定数 a の値を求めよ。技

(1)　①と②が平行である。

(2)　①と②が垂直である。

4　直線 $x+2y+3=0$ を l とする。l に関して原点Oと対称な点を $\mathrm{P}(a,\ b)$ とするとき，次の問に答えよ。技

(1)　直線OPが l に垂直であることから，a と b の関係式を求めよ。

(2)　線分OPの中点が l 上にあることから，a と b の関係式を求めよ。

(3)　点Pの座標を求めよ。

5　次の点と直線の距離 d を求めよ。技

(1)　点 $(-2,\ 3)$，直線 $4x-3y+7=0$

(2)　原点，直線 $3x+2y-13=0$

6　3点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(5,\ 1)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$ を頂点とする△OABについて，次の問に答えよ。技

(1)　辺ABの長さを求めよ。

(2)　直線ABの方程式を求めよ。

(3)　点Oと直線ABの距離を求めよ。

(4)　△OABの面積を求めよ。

2章・1節　点と直線

組	番号	名　　前

①　直線上の点の座標
②　平面上の点の座標
③　直線の方程式

1　次の$\boxed{}$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1)　2点$A(a)$，$B(b)$間の距離は

$$AB=\left|\boxed{b-a}\right|$$

(2)　2点$A(a)$，$B(b)$に対して，線分ABを

$m:n$に内分する点Pの座標は　$\dfrac{\boxed{n}\,a+\boxed{m}\,b}{m\boxed{+}n}$

とくに，線分ABの中点Mの座標は　$\dfrac{a\boxed{+}b}{\boxed{2}}$

$m:n$に外分する点Qの座標は　$\dfrac{\boxed{-n}\,a+\boxed{m}\,b}{m\boxed{-}n}$

(3)　2点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$間の距離は

$$AB=\sqrt{\left(\boxed{x_2-x_1}\right)^2+\left(\boxed{y_2-y_1}\right)^2}$$

とくに，原点Oと点$P(x,\ y)$の距離は

$$OP=\sqrt{\boxed{x^2+y^2}}$$

(4)　2点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$に対して，線分ABを

$m:n$に内分する点Pの座標は

$$\left(\frac{\boxed{n}\,x_1+\boxed{m}\,x_2}{m\boxed{+}n},\ \frac{\boxed{n}\,y_1+\boxed{m}\,y_2}{m\boxed{+}n}\right)$$

とくに，中点Mの座標は

$$\left(\frac{x_1\boxed{+}x_2}{\boxed{2}},\ \frac{y_1\boxed{+}y_2}{\boxed{2}}\right)$$

$m:n$に外分する点Qの座標は

$$\left(\frac{\boxed{-n}\,x_1+\boxed{m}\,x_2}{m\boxed{-}n},\ \frac{\boxed{-n}\,y_1+\boxed{m}\,y_2}{m\boxed{-}n}\right)$$

2　次の2点A，B間の距離を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　$A(-4)$，$B(3)$

［解］　$AB=|3-(-4)|=|7|=\mathbf{7}$

(2)　$A(1,\ 3)$，$B(-2,\ 5)$

［解］　$AB=\sqrt{(-2-1)^2+(5-3)^2}=\sqrt{9+4}=\mathbf{\sqrt{13}}$

3　2点$A(2,\ -3)$，$B(3,\ 5)$に対して，次の点の座標を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　線分ABを3：4に内分する点P

［解］　Pの座標を$(x,\ y)$とすると

$$x=\frac{4\cdot2+3\cdot3}{3+4}=\frac{17}{7},\qquad y=\frac{4\cdot(-3)+3\cdot5}{3+4}=\frac{3}{7}$$

したがって，点Pの座標は$\left(\mathbf{\dfrac{17}{7},\ \dfrac{3}{7}}\right)$である。

(2)　3：4に外分する点Q

［解］　Qの座標を$(x,\ y)$とすると

$$x=\frac{-4\cdot2+3\cdot3}{3-4}=-1,\qquad y=\frac{-4\cdot(-3)+3\cdot5}{3-4}=-27$$

したがって，点Qの座標は$(\mathbf{-1,\ -27})$である。

(3)　中点M

［解］　Mの座標を$(x,\ y)$とすると

$$x=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2},\qquad y=\frac{-3+5}{2}=1$$

したがって，点Mの座標は$\left(\mathbf{\dfrac{5}{2},\ 1}\right)$である。

4　3点$A(2,\ 6)$，$B(-1,\ 2)$，$C(3,\ -1)$を頂点とする△ABCは，どのような形の三角形か。$\boxed{\text{技}}$

［解］　三角形の3辺の長さは

$$AB=\sqrt{(-1-2)^2+(2-6)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

$$BC=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-1-2)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

$$CA=\sqrt{(2-3)^2+\{6-(-1)\}^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

よって　$AB^2+BC^2=CA^2$，$AB=BC$

であるから，△ABCは

AB＝BC，∠B＝90°の直角二等辺三角形

5　点$A(1,\ -2)$に関して，点$P(7,\ 3)$と対称な点Qの座標を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

［解］　点Qの座標を$(a,\ b)$とすると，線分PQの中点が点Aであるから

$$\frac{7+a}{2}=1,\quad \frac{3+b}{2}=-2$$

よって　$a=-5$，$b=-7$

であるから，点Qの座標は

$(\mathbf{-5,\ -7})$

6　3点$A(-1,\ 5)$，$B(2,\ -3)$，$C(x,\ 1)$を頂点とする，△ABCの重心Gの座標が$G(-1,\ y)$であるとき，x，yの値を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

［解］　$\dfrac{-1+2+x}{3}=-1$，$\dfrac{5-3+1}{3}=y$

したがって　$\mathbf{x=-4,\ y=1}$

7　次の直線の方程式を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　点$(-2,\ 5)$を通り，傾きが3の直線

［解］　$y-5=3\{x-(-2)\}$

すなわち　$\mathbf{y=3x+11}$　または　$\mathbf{3x-y+11=0}$

(2)　2点$A(-1,\ 2)$，$B(5,\ -1)$を通る直線

［解］　$y-2=\dfrac{-1-2}{5-(-1)}\{x-(-1)\}$

すなわち　$\mathbf{y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}}$　または　$\mathbf{x+2y-3=0}$

8　2直線$x+3y-1=0$，$2x-y+5=0$の交点と点$(3,\ -2)$を通る直線の方程式を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

［解］　連立方程式$\begin{cases}x+3y-1=0\\2x-y+5=0\end{cases}$

を解くと　$x=-2$，$y=1$

となるから，交点の座標は$(-2,\ 1)$である。

求める直線は2点$(-2,\ 1)$，$(3,\ -2)$を通るから，その方程式は

$$y-1=\frac{-2-1}{3-(-2)}\{x-(-2)\}$$

すなわち　$\mathbf{y=-\dfrac{3}{5}x-\dfrac{1}{5}}$　または　$\mathbf{3x+5y+1=0}$

2章・1節　点と直線

④　2直線の関係

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　2直線 $y=mx+n$，$y=m'x+n'$ について，

2直線が平行　$\Longleftrightarrow$　$m=\boxed{m'}$

2直線が垂直　$\Longleftrightarrow$　$mm'=\boxed{-1}$

(2)　点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{|\boxed{a}x_1+\boxed{b}y_1+\boxed{c}|}{\sqrt{\boxed{a^2+b^2}}}$$

2　次の直線の方程式を求めよ。技

(1)　点 $(1,\ -3)$ を通り，直線 $y=-2x+4$ に平行な直線

［解］　直線 $y=-2x+4$ の傾きが -2 であるから，これと平行な直線の傾きも -2 である

よって，求める直線の方程式は

$y-(-3)=-2(x-1)$

すなわち　$\boldsymbol{y=-2x-1}$　または　$\boldsymbol{2x+y+1=0}$

(2)　点 $(-4,\ 5)$ を通り，直線 $x-3y+5=0$ に垂直な直線

［解］　求める直線の傾きを m とする。直線 $x-3y+5=0$ の傾きは $\frac{1}{3}$ であるから

$\frac{1}{3}m=-1$

よって　$m=-3$

したがって，求める直線の方程式は　$y-5=-3\{x-(-4)\}$

すなわち　$\boldsymbol{y=-3x-7}$　または　$\boldsymbol{3x+y+7=0}$

3　2直線 $5x+3y-2=0$　……①，　$ax-2y-7=0$　……②

がある。次の場合について，定数 a の値を求めよ。技

(1)　①と②が平行である。

［解］　①の直線の傾きは $-\frac{5}{3}$，　②の直線の傾きは $\frac{a}{2}$

2直線が平行であるから　$-\frac{5}{3}=\frac{a}{2}$

よって　$\boldsymbol{a=-\frac{10}{3}}$

(2)　①と②が垂直である。

［解］　2直線が垂直であるから　$\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{a}{2}=-1$

よって　$\boldsymbol{a=\frac{6}{5}}$

4　直線 $x+2y+3=0$ を l とする。l に関して原点 O と対称な点を $\mathrm{P}(a,\ b)$ とするとき，次の問に答えよ。技

(1)　直線 OP が l に垂直であることから，a と b の関係式を求めよ。

［解］　直線 l の傾きは　$-\frac{1}{2}$

直線 OP の傾きは　$\frac{b}{a}$

直線 OP と直線 l は垂直であるから

$-\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{a}=-1$

よって　$\boldsymbol{b=2a}$

(2)　線分 OP の中点が l 上にあることから，a と b の関係式を求めよ。

［解］　線分 OP の中点 $\left(\frac{a}{2},\ \frac{b}{2}\right)$ が直線 l 上にあるから

$\frac{a}{2}+2\cdot\frac{b}{2}+3=0$

すなわち　$\boldsymbol{a+2b+6=0}$

(3)　点 P の座標を求めよ。

［解］　(1)より　$b=2a$　……①

(2)より　$a+2b+6=0$　……②

①，②より　$a=-\frac{6}{5}$，$b=-\frac{12}{5}$

したがって，点 P の座標は　$\boldsymbol{\left(-\frac{6}{5},\ -\frac{12}{5}\right)}$

5　次の点と直線の距離 d を求めよ。技

(1)　点 $(-2,\ 3)$，直線 $4x-3y+7=0$

［解］　$d=\frac{|4\cdot(-2)-3\cdot3+7|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{|-10|}{5}=\boldsymbol{2}$

(2)　原点，直線 $3x+2y-13=0$

［解］　$d=\frac{|3\cdot0+2\cdot0-13|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{|-13|}{\sqrt{13}}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

6　3点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(5,\ 1)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$ を頂点とする△OAB について，次の問に答えよ。技

(1)　辺 AB の長さを求めよ。

［解］　$\mathrm{AB}=\sqrt{(3-5)^2+(4-1)^2}=\sqrt{4+9}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

(2)　直線 AB の方程式を求めよ。

［解］　$y-1=\frac{4-1}{3-5}(x-5)$

すなわち　$\boldsymbol{y=-\frac{3}{2}x+\frac{17}{2}}$　または　$\boldsymbol{3x+2y-17=0}$

(3)　点 O と直線 AB の距離を求めよ。

［解］　原点と直線 $3x+2y-17=0$ の距離 d は

$d=\frac{|3\cdot0+2\cdot0-17|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{|-17|}{\sqrt{13}}=\frac{17}{\sqrt{13}}=\boldsymbol{\frac{17\sqrt{13}}{13}}$

(4)　△OAB の面積を求めよ。

［解］　$\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot\frac{17}{\sqrt{13}}=\boldsymbol{\frac{17}{2}}$