1章・1節　整式・分数式の計算

組	番号	名　　前

①　整式の乗法と因数分解
②　二項定理
③　整式の除法
④　分数式とその計算

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　乗法公式

①　$(a+b)^3=\boxed{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$

②　$(a-b)^3=\boxed{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$

(2)　因数分解の公式

①　$a^3+b^3=\boxed{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$

②　$a^3-b^3=\boxed{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

2　次の式を展開せよ。技

(1)　$(2a+3)^3$

［解］　$(2a+3)^3=(2a)^3+3\cdot(2a)^2\cdot3+3\cdot2a\cdot3^2+3^3$

$=\boldsymbol{8a^3+36a^2+54a+27}$

(2)　$(x-2y)^3$

［解］　$(x-2y)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot2y+3\cdot x\cdot(2y)^2-(2y)^3$

$=\boldsymbol{x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3}$

(3)　$(2x-3)(4x^2+6x+9)$

［解］　$(2x-3)(4x^2+6x+9)=(2x-3)\{(2x)^2+2x\cdot3+3^2\}$

$=(2x)^3-3^3$

$=\boldsymbol{8x^3-27}$

(4)　$(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$

［解］　$(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)=(3x+2y)\{(3x)^2-3x\cdot2y+(2y)^2\}$

$=(3x)^3+(2y)^3$

$=\boldsymbol{27x^3+8y^3}$

3　次の式を因数分解せよ。技

(1)　x^3+27y^3

［解］　$x^3+27y^3=x^3+(3y)^3$

$=(x+3y)\{x^2-x\cdot3y+(3y)^2\}$

$=\boldsymbol{(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)}$

(2)　$8a^3-125b^3$

［解］　$8a^3-125b^3=(2a)^3-(5b)^3$

$=(2a-5b)\{(2a)^2+2a\cdot5b+(5b)^2\}$

$=\boldsymbol{(2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2)}$

4　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　次の定理を$\boxed{\text{二項定理}}$という。

$$(a+b)^n={}_n\mathrm{C}_0a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+{}_n\mathrm{C}_2a^{n-2}b^2+\cdots$$
$$+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}\,ab^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nb^n$$

(2)　$(a+b)^n$ の展開式における${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$ を$\boxed{\text{一般項}}$という。ただし，$a^0=1$，$b^0=1$ とする。また，${}_n\mathrm{C}_r$ を$\boxed{\text{二項係数}}$という。

5　$(2x-3y)^6$ の展開式におけるx^4y^2 の係数を求めよ。技

［解］　$(2x-3y)^6$ の展開式の一般項は

${}_6\mathrm{C}_r(2x)^{6-r}(-3y)^r$　$(r=0,\ 1,\ \cdots,\ 6)$

と表される。x^4y^2 の項は，$r=2$ の場合であるから

${}_6\mathrm{C}_2(2x)^4(-3y)^2=15\cdot2^4\cdot(-3)^2x^4y^2=2160x^4y^2$

よって，x^4y^2 の係数は**2160** である。

6　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　整式 A を 0 でない整式 B で割ったときの商を Q，余りを R とすると，

$A=\boxed{BQ+R}$　　（ただし，R の次数＜B の次数）

(2)　(1)で，とくに，$R=0$ となるとき，A は B で$\boxed{\text{割り切れる}}$といい，B はA の$\boxed{\text{因数}}$であるという。

7　次の整式 A を整式 B で割り，商と余りを求めよ。技

$A=x^3-7x^2+10$，　$B=x^2+3$

［解］

$$\begin{array}{r|l}
 & x\ -7 \\ \hline
x^2+3 & x^3-7x^2\qquad\ \ +10 \\
 & \underline{x^3\qquad\ +3x\qquad} \\
 & -7x^2-3x+10 \\
 & \underline{-7x^2\qquad\ -21} \\
 & -3x+31
\end{array}$$

商　$\boldsymbol{x-7}$

余り　$\boldsymbol{-3x+31}$

8　整式$x^4-x^3+3x^2+3x-4$ をある整式 B で割ると，商が $x-1$，余りが $2x^2+x-1$ である。整式 B を求めよ。技

［解］　$x^4-x^3+3x^2+3x-4=B(x-1)+2x^2+x-1$

が成り立つから

$B(x-1)=(x^4-x^3+3x^2+3x-4)-(2x^2+x-1)$

$=x^4-x^3+x^2+2x-3$

$x^4-x^3+x^2+2x-3$ を$x-1$ で割って

$$\begin{array}{r|l}
 & x^3\qquad +x\ +3 \\ \hline
x-1 & x^4-x^3+x^2+2x-3 \\
 & \underline{x^4-x^3\qquad\qquad} \\
 & \qquad\quad x^2+2x \\
 & \qquad\quad \underline{x^2-\ x} \\
 & \qquad\qquad 3x-3 \\
 & \qquad\qquad \underline{3x-3} \\
 & \qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

$\boldsymbol{B=x^3+x+3}$

9　次の計算をせよ。技

(1)　$\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+3x}\div\dfrac{x^2-4x+3}{x^2+2x-3}$

［解］　$\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+3x}\div\dfrac{x^2-4x+3}{x^2+2x-3}=\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+3x}\times\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3}$

$=\dfrac{(x-3)^2}{x(x+3)}\times\dfrac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x-3)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{x-3}{x}}$

(2)　$\dfrac{x}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+x-2}$

［解］　$\dfrac{x}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+x-2}=\dfrac{x}{(x+1)(x+2)}-\dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

$=\dfrac{x(x-1)-(x+1)}{(x+1)(x+2)(x-1)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{x^2-2x-1}{(x+1)(x+2)(x-1)}}$