数学 II　Advanced　P.177

5 章　微分と積分

真理は単純さの中に見出される。

イギリスの物理学者，数学者。
運動する物体の速度や加速度の研究から関数の微分と積分について深く考察し，「微分積分法」の創始者の一人となった。「万有引力の法則」や「光のスペクトル」の発見者としても名高い。
彼の著書「プリンキピア」は，万物の運動に関する普遍的な力学原理を確立して近代科学の発展に大きく寄与した。
アイザック・ニュートン
(1642 年～1727 年)

数学II　Advanced　P.178

1節　微分係数と導関数

1　微分係数

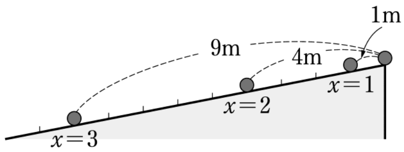
平均の速さ

斜面を転がる球の速さは，時刻とともに変化する。

ある斜面では，球が転がりはじめてからの時間 x (秒) と，転がった距離 y(m) との間に

$$y = x^2$$

の関係が成り立っている。この関数を $y = f(x)$ とすると，球が転がりはじめて 2 秒後から 3 秒後までの平均の速さは



$$\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{3^2 - 2^2}{3 - 2} = 5 \quad \text{(m/s)}$$

問1　上の球の運動で，3 秒後から 4 秒後までの平均の速さを求めよ。

平均変化率

平均の速さと同様のことを，一般の関数についても考えてみよう。

関数 $y = f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき

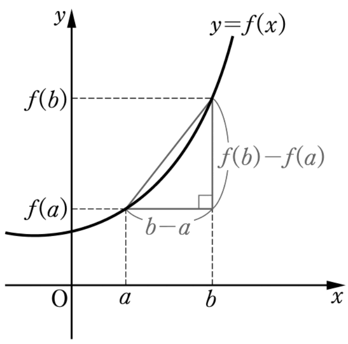
x の変化量　$b - a$　　と

y の変化量　$f(b) - f(a)$

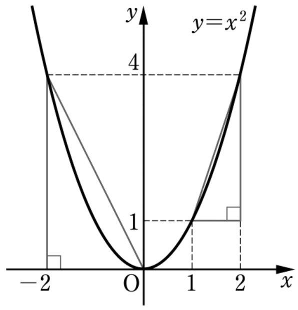
との比の値

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad \cdots\cdots①$$

を，x が a から b まで変わるときの関数 $y = f(x)$ の**平均変化率**という。



例 1　2 次関数 $f(x)=x^2$ について，平均変化率を求めてみよう。



（1）　x が 1 から 2 まで変わるときの平均変化率は

$$\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{2^2-1^2}{2-1}=3$$

（2）　x が -2 から 0 まで変わるときの平均変化率は

$$\frac{f(0)-f(-2)}{0-(-2)}=\frac{0^2-(-2)^2}{0-(-2)}=\frac{-4}{2}=-2$$

問 2　次の関数について，x が 3 から 5 まで変わるときの平均変化率を求めよ。

（1）　$f(x)=3x+2$　　　（2）　$f(x)=2x^2+3x$

前ページの①において，b を $a+h$ で置き換えると，x が a から $a+h$ まで変わるときの関数 $f(x)$ の平均変化率は次のようになる。ただし，$h\neq 0$ とする。

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

例 2　2 次関数 $f(x)=x^2+3x$ について，x が 2 から $2+h$ まで変わるときの平均変化率を求めてみよう。

$$\begin{aligned}f(2+h)-f(2)&=\{(2+h)^2+3(2+h)\}-(2^2+3\cdot 2)\\&=7h+h^2=h(7+h)\end{aligned}$$

であるから，求める平均変化率は

$$\begin{aligned}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}&=\frac{h(7+h)}{h}\\&=7+h\end{aligned}$$

問 3　関数 $f(x)=x^2-4x$ について，次のときの平均変化率を求めよ。

（1）　x が 1 から $1+h$ まで変わるとき

（2）　x が a から $a+h$ まで変わるとき

瞬間の速さ

178 ページの球の運動において，転がりはじめて 2 秒後から $2+h$ 秒後までの平均の速さは

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{(2+h)^2-2^2}{h}=\frac{4h+h^2}{h}=\frac{h(4+h)}{h}$$
$$=4+h \quad (\mathrm{m/s})$$

となる。ただし，$h\neq 0$ である。

この平均の速さは h の値によって変化するが，経過時間 h を 0.1，0.01，0.001，$\cdots$ と 0 に限りなく近づけていくと，平均の速さ $4+h$ は下の表からもわかるように，限りなく 4 に近づく。また，h が負の値をとりながら 0 に近づく場合も同様である。

h	$\cdots$	-0.1	-0.01	-0.001	$\cdots$	0	$\cdots$	0.001	0.01	0.1	$\cdots$
$4+h$	$\cdots$	3.9	3.99	3.999	$\cdots$	4	$\cdots$	4.001	4.01	4.1	$\cdots$

この 4 という値は，球が転がりはじめて 2 秒後の“瞬間の速さ”を表していると考えてよい。

極限値と微分係数

関数 $f(x)$ において，x が a と異なる値をとりながら限りなく a に近づくとき，$f(x)$ が一定の値 α に限りなく近づくならば

$$\boldsymbol{x\to a} \quad \text{のとき} \quad \boldsymbol{f(x)\to\alpha}$$

または $$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

と書き，α を x が a に限りなく近づくときの $f(x)$ の**極限値**という。(*)

発展 P.190

例 3　$\lim\limits_{x\to 1}(2x-6)=2\cdot 1-6=-4$

問 4　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim\limits_{x\to 4}(2x-3)$　　　(2)　$\lim\limits_{x\to -2}(x^2+3x)$

→ p.189 問題1

(*) limは極限を意味する limit に由来する記号であり，“リミット”と読む。

例 4　178 ページの球の運動において，転がりはじめて 2 秒後の“瞬間の速さ”は，次のように表される。

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}(4+h)=4\quad (\mathrm{m/s})$$

問 5　例 4 にならって，球が転がりはじめて 3 秒後の瞬間の速さを求めよ。

x が a から $a+h$ まで変わるときの関数 $y=f(x)$ の平均変化率

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

において，h を限りなく 0 に近づけたとき，この平均変化率がある値に限りなく近づくならば，その極限値を

関数 $y=f(x)$ の $x=a$ における**微分係数**または変化率

といい，$\boldsymbol{f'(a)}$ で表す。

微分係数の定義
$$\boldsymbol{f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

例 5　関数 $f(x)=x^2$ について

(1)　$x=1$ における微分係数 $f'(1)$ は

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^2-1^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(2+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(2+h)=2$$

(2)　$x=a$ における微分係数 $f'(a)$ は

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^2-a^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(2a+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(2a+h)=2a$$

問 6　関数 $f(x)=2x^2$ について，次の微分係数を求めよ。

(1)　$f'(1)$　　(2)　$f'(-2)$　　(3)　$f'(a)$

➡ p.189 問題2

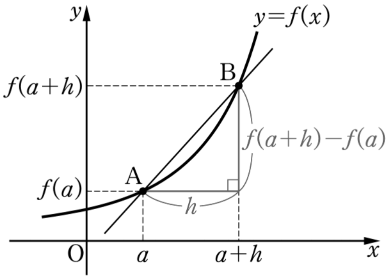
微分係数の図形的意味

関数 $y=f(x)$ の $x=a$ における微分係数の意味を，この関数のグラフにおいて考えてみよう。

グラフ上に，x 座標がそれぞれ a，$a+h$ である 2 点 A，B をとると

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

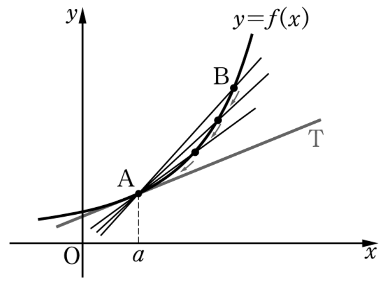
は，直線 AB の傾きを表している。



いま，h を 0 に限りなく近づけると，点 B はグラフ上を動いて限りなく点 A に近づく。このとき

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$$

であるから，直線 AB は点 A を通り，傾き $f'(a)$ の直線 AT に限りなく近づく。この直線 AT を点 A における曲線 $y=f(x)$ の**接線**といい，点 A を**接点**という。



以上のことは，次のようにまとめることができる。

微分係数 $f'(a)$ は，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\big(a,\ f(a)\big)$ における接線の傾きに等しい。

例 6　放物線 $y=x^2$ 上の点 $(3,\ 9)$ における接線の傾きは，$f(x)=x^2$ とおくと $f'(3)$ に等しいから

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)^2-3^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(6+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(6+h)=6$$

問 7　放物線 $y=x^2$ 上の点 $(-2,\ 4)$ における接線の傾きを求めよ。

2　導関数

181 ページの例 5 で調べたように，関数 $f(x)=x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ は

$$f'(a)=2a$$

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(a)$	-6	-4	-2	0	2	4	6

であった。この式で，a の値を変えると，$f'(a)$ の値も変わる。

すなわち，a を変数とみなすと，微分係数 $f'(a)$ は a の関数になる。

そこで，文字 a を文字 x に置き換えて得られる関数 $f'(x)=2x$ を，関数 $f(x)=x^2$ の“導関数”という。

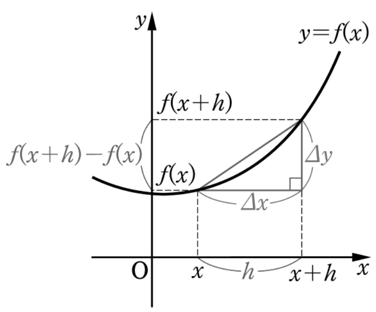
一般に，関数 $y=f(x)$ が与えられたとき，x のおのおのの値 a に微分係数 $f'(a)$ を対応させると，1 つの新しい関数 $f'(x)$ が得られる。

この関数 $f'(x)$ を，$f(x)$ の**導関数**という。

すなわち，関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は次の式で定義される。

導関数の定義
$$\boldsymbol{f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

上の式において，h は x の変化量，$f(x+h)-f(x)$ はそれにともなう y の変化量を表している。これらをそれぞれ，x の**増分**，y の**増分**といい，記号 Δx, Δy で表す。(*)すなわち



$$\Delta x=h,\ \Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$$

Δx, Δy の記号を用いると，導関数は次のように表される。

$$\boldsymbol{f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}}$$

関数 $y=f(x)$ の導関数を表すには，$f'(x)$ のほかに y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$ などの記号も用いられる。

(*) Δ はギリシャ文字で，“デルタ”と読む。

x の関数 $f(x)$ から，その導関数 $f'(x)$ を求めることを，$f(x)$ を **x で微分する**，または単に**微分する**という。

例題 1　導関数の定義
導関数の定義にしたがって，次の関数を微分せよ。 (1)　$f(x)=x$　　　　(2)　$f(x)=x^3$
解　(1)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h}=\lim_{h\to 0}1=1$ (2)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-x^3}{h}$ $=\lim_{h\to 0}\frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h}=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)=3x^2$

関数を微分した結果を表すのに，次のように書くこともある。

$$(x)'=1 \qquad (x^3)'=3x^2$$

問 8　導関数の定義にしたがって，関数 $f(x)=x^2+7$ を微分せよ。

導関数の計算

一般に，関数 x^n の導関数は，次のようになる。

x^n の導関数
n が正の整数のとき　　$(x^n)'=nx^{n-1}$

この公式を証明してみよう。

n は正の整数であるから，二項定理により

$$(x+h)^n=x^n+{}_n\mathrm{C}_1x^{n-1}h+{}_n\mathrm{C}_2x^{n-2}h^2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}xh^{n-1}+h^n$$

$$=x^n+nx^{n-1}h+\frac{1}{2}n(n-1)x^{n-2}h^2+\cdots+nxh^{n-1}+h^n$$

右辺の x^n を左辺に移項して，両辺を h で割ると

$$\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=nx^{n-1}+\frac{1}{2}n(n-1)x^{n-2}h+\cdots+nxh^{n-2}+h^{n-1}$$

$h\to 0$ のとき，右辺の第 2 項以降の各項は 0 に近づく。

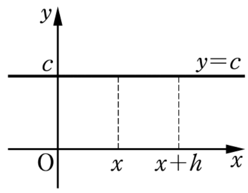
よって　　$(x^n)' = \lim_{h \to 0} \dfrac{(x+h)^n - x^n}{h} = nx^{n-1}$

$\boxed{\text{問 9}}$　関数 $y = x^4$ を微分せよ。

定数関数の微分

一定の値だけをとる関数を**定数関数**という。定数関数 $y = c$ を微分してみよう。

$f(x) = c$ とおくと，$f(x+h) = c$ であるから



$$y' = \lim_{h \to 0} \frac{c - c}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{0}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} 0 = 0$$

すなわち，次のことが成り立つ。

c が定数のとき　　$(c)' = 0$

$\boxed{\text{問 10}}$　関数 $y = -6$ を微分せよ。

定数倍の微分

関数 $y = 5x^2$ を微分してみよう。

$f(x) = 5x^2$ とおくと，$f(x+h) = 5(x+h)^2$ であるから

$$y' = \lim_{h \to 0} \frac{5(x+h)^2 - 5x^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{10xh + 5h^2}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{5h(2x+h)}{h} = \lim_{h \to 0} 5(2x+h)$$
$$= 5 \cdot 2x$$

$(x^2)' = 2x$ より，次の式が成り立つことがわかる。

$$(5 \cdot x^2)' = 5 \cdot (x^2)'$$

一般に，定数 k と関数 $f(x)$ について，次の式が成り立つ。

$$\{\boldsymbol{kf(x)}\}' = \boldsymbol{kf'(x)}$$

$\boxed{\text{問 11}}$　関数 $y = -4x^3$ を微分せよ。

数学 II　Advanced　P.186

和・差の微分

関数 $y=x^3+x^2$ を微分してみよう。

$f(x)=x^3+x^2$ とおくと，$f(x+h)=(x+h)^3+(x+h)^2$ であるから

$$\begin{aligned} y' &= \lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3+(x+h)^2\}-(x^3+x^2)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left\{\frac{(x+h)^3-x^3}{h}+\frac{(x+h)^2-x^2}{h}\right\} \\ &= \lim_{h\to 0}\left\{\frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h}+\frac{h(2x+h)}{h}\right\} \\ &= \lim_{h\to 0}\{(3x^2+3xh+h^2)+(2x+h)\} \\ &= 3x^2+2x \end{aligned}$$

$(x^3)'=3x^2$，$(x^2)'=2x$ より，次の式が成り立つ。

$$(x^3+x^2)'=(x^3)'+(x^2)'$$

一般に，2 つの関数 $f(x)$，$g(x)$ について，次の式が成り立つ。

$$\boldsymbol{\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)}$$
$$\boldsymbol{\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)}$$

問 12　関数 $y=x^3-x$ を微分せよ。

以上の導関数の性質をまとめると，次のようになる。

導関数の公式
1　c が定数で　$y=c$　ならば　$y'=0$
2　k が定数で　$y=kf(x)$　ならば　$y'=kf'(x)$
3　$y=f(x)+g(x)$　ならば　$y'=f'(x)+g'(x)$
4　$y=f(x)-g(x)$　ならば　$y'=f'(x)-g'(x)$

問 13　上の公式を用いて，次の式が成り立つことを示せ。

関数 $f(x)$，$g(x)$ について，k，l を定数とするとき

$$\boldsymbol{\{kf(x)+lg(x)\}'=kf'(x)+lg'(x)}$$

例題 2　導関数の計算［1］

次の関数を微分せよ。

(1)　$y = 3x^2 - 1$　　(2)　$y = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 2$

解　(1)　$y' = (3x^2 - 1)'$

$= 3(x^2)' - (1)'$

$= 3 \cdot 2x - 0$

$= 6x$

(2)　$y' = (2x^3 + 3x^2 - 5x + 2)'$

$= 2(x^3)' + 3(x^2)' - 5(x)' + (2)'$

$= 2 \cdot 3x^2 + 3 \cdot 2x - 5 \cdot 1 + 0$

$= 6x^2 + 6x - 5$

問 14　次の関数を微分せよ。

(1)　$y = -2x + 3$　　(2)　$y = -3x^2 + x + 4$

(3)　$y = 5x^3 - 8x + 1$　　(4)　$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$

(5)　$y = -4x^3 + 6x^2 + 7x - 9$

例題 3　導関数の計算［2］

関数 $y = (2x + 1)(x - 3)$ を微分せよ。

解　$y = (2x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 5x - 3$　　◀まず展開する

よって　$y' = (2x^2 - 5x - 3)'$

$= 2(x^2)' - 5(x)' - (3)'$

$= 2 \cdot 2x - 5 \cdot 1 - 0$

$= 4x - 5$

問 15　次の関数を微分せよ。

(1)　$y = (x + 5)(3x - 1)$　　(2)　$y = (2x + 3)^2$

(3)　$y = x(x + 1)^2$　　(4)　$y = (x - 1)^3$

微分係数の計算

　関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ がわかっているとき，微分係数 $f'(a)$ は，導関数 $f'(x)$ に $\boldsymbol{x=a}$ **を代入**して得られる。

例 7　$f(x)=x^3-4x+3$ のとき

$$f'(x)=3x^2-4$$

したがって，$f(x)$ の $x=0,\ 1,\ -2$ における微分係数は

$$f'(0)=-4,\qquad f'(1)=-1,\qquad f'(-2)=8$$

である。

問 16　関数 $f(x)=3x^3-x^2$ について，$f'(2)$，$f'(-1)$ を求めよ。

問 17　関数 $f(x)=x^3+x^2-ax+1$ について，$f'(1)=7$ となるような定数 a の値を求めよ。

➡ p.189 問題7

変数が x，y 以外の文字の導関数

　これまでは，おもに x の関数を x で微分することを考えてきたが，x 以外の文字を変数とする関数の微分についても同様である。

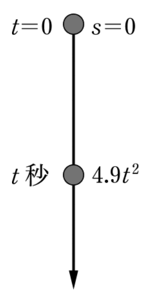
例 8　物体が静止の状態から重力によって落下するとき，落下しはじめてから t 秒間に落ちる距離を s(m) とする。空気抵抗を考えなければ，s は t の関数として

$$s=4.9t^2$$

と表されることがわかっている。

この関数を t で微分して得られる導関数は，次の式で与えられる。

$$\frac{ds}{dt}=(4.9t^2)'=4.9\cdot 2t=9.8t$$



問 18　次の関数を [　] 内の文字を変数として微分せよ。

(1)　$h=10t-5t^2$　$[t]$　　　(2)　$S=\pi r^2$　$[r]$

➡ p.189 問題5

数学 II　Advanced　P.189

問題

1　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x \to 3}(x^2 - 5x)$　　(2)　$\lim_{t \to 2}\frac{t^2 - 4}{t - 2}$

2　関数 $f(x) = -2x^2 + 5x$ について，定義にしたがって，次の微分係数を求めよ。

(1)　$f'(2)$　　(2)　$f'(-3)$　　(3)　$f'(a)$

3　次の関数を微分せよ。

(1)　$y = x^3 - 6x^2 + 3$　　(2)　$y = x(7 - 3x^2)$

(3)　$y = (5x - 1)^2$　　(4)　$y = (4x^2 - 1)(3x + 2)$

4　関数 $y = 2x^2$ の $x = a$ における微分係数が 12 に等しいとき，定数 a の値を求めよ。

5　次の関数を [　] 内の文字を変数として微分せよ。

(1)　$s = h + vt - \frac{1}{2}gt^2$　$[t]$

(2)　$V = \frac{4}{3}\pi r^3$　$[r]$

6　2 次関数 $f(x) = x^2 + 1$ について，x が a から b まで変わるときの平均変化率と，$x = c$ における微分係数 $f'(c)$ が等しいとき，c を a と b を用いて表せ。ただし，$a \neq b$ とする。

➡ p.228 練習問題1

7　3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 - 6$ について，$f'(1) = 7$，$f'(-2) = 4$ となるように，定数a，b の値を定めよ。

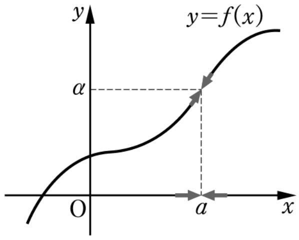
8　次のことを証明せよ。ただし，a，b は定数とする。

(1)　$y = (ax + b)^2$ ならば　$y' = 2a(ax + b)$

(2)　$y = (ax + b)^3$ ならば　$y' = 3a(ax + b)^2$

数学 II　Advanced　P.190

発展　関数の極限値と四則



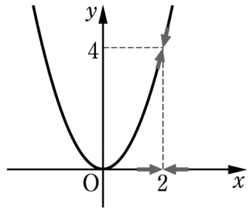
関数 $f(x)$ において，x が a と異なる値をとりながら限りなく a に近づくとき，$f(x)$ が一定の値 α に限りなく近づくならば

$$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$$

または　　$x \to a$ のとき $f(x) \to \alpha$

と表し，α を $x \to a$ のときの $f(x)$ の**極限値**という。

また，この場合，“$x \to a$ のとき $f(x)$ は α に**収束**する”という。



例 1　$f(x) = x^2$ では

$x \to 2$ のとき　$f(x) \to f(2)$

すなわち

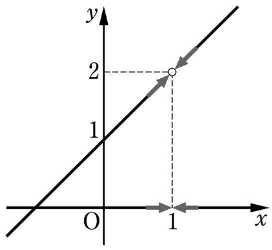
$$\lim_{x \to 2} f(x) = 4$$

例 2　$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ は，$x = 1$ では定義されていない。

しかし，$x \neq 1$ の範囲では

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x + 1$$

と変形される。



したがって，x が限りなく 1 に近づくとき，$f(x)$ は限りなく 2 に近づく。

すなわち　$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$

問 1　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x \to -2} (x^3 + 1)$　　　(2)　$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

数学 II　Advanced　P.191

関数の極限値について，次の性質が成り立つ。

極限値と四則
$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha, \quad \lim_{x \to a} g(x) = \beta$　ならば
$\boxed{1}$　$\lim_{x \to a} kf(x) = k\alpha$　　ただし，k は定数
$\boxed{2}$　$\lim_{x \to a} \{f(x) + g(x)\} = \alpha + \beta$
$\lim_{x \to a} \{f(x) - g(x)\} = \alpha - \beta$
$\boxed{3}$　$\lim_{x \to a} \{f(x)g(x)\} = \alpha\beta$
$\boxed{4}$　$\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\alpha}{\beta}$　　ただし，$\beta \neq 0$

例 3　(1)　$\lim_{x \to 2} 2(x^2 + x - 3) = 2 \cdot (2^2 + 2 - 3) = 6$

(2)　$\lim_{x \to -1} (x + 3)(2x^2 + x + 1) = 2 \cdot 2 = 4$

(3)
$$\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{3x^2 - 5x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-2)(3x+1)}$$
$$= \lim_{x \to 2} \frac{2x+1}{3x+1} = \frac{5}{7}$$

(4)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}\left(2 - \frac{4}{x+2}\right) = \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{2x}{x+2}\right)$$
$$= \lim_{x \to 0} \frac{2}{x+2} = 1$$

問 2　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x \to -2} 3(2x^2 - 3x - 1)$　　(2)　$\lim_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

(3)　$\lim_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$　　(4)　$\lim_{x \to 0} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1} - 1\right)$