

4 章・1 節 指数関数

- ① 指数法則
- ② 累乗根
- ③ 指数の拡張

1 次の をうめよ。ただし、 a 、 b は正の数、 m 、 n は正の整数、 p 、 q は有理数とする。

(1) $a^0 = \text{}$, $a^{-n} = \frac{1}{\text{$ }

(2) n が奇数のとき、 a の n 乗根は $\text{$ } と表す。

n が偶数のとき、 a の n 乗根は $\text{$ } である。

(3) $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \text{$ } , $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \text{$ }

$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{\text{$ } = a^{\text{} , $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \text{$ } \sqrt{a}

(4) $a^p a^q = a^{\text{$ } , $a^p \div a^q = a^{\text{$ } , $(a^p)^q = a^{\text{$ }

$(ab)^p = a^{\text{$ } b^{\text{} , $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^{\text{$ }}{b^{\text{}}

2 次の式を計算せよ。

(1) $(-2)^{-3}$

[解] $(-2)^3 = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

(2) 0.05^0

[解] $0.05^0 = 1$

(3) $10^5 \times 10^{-8} \div 10^{-4}$

[解] $10^5 \times 10^{-8} \div 10^{-4} = 10^{5+(-8)-(-4)} = 10^1 = 10$

3 次の計算をせよ。ただし、 $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$ とする。

(1) $a^{-1} \div a^{-3} \times a^7$

[解] $a^{-1} \div a^{-3} \times a^7 = a^{-1-(-3)+7} = a^9$

(2) $(a^3 b^{-2})^{-3}$

[解] $(a^3 b^{-2})^{-3} = a^{-9} b^6 = \frac{b^6}{a^9}$

(3) $(a^2 b)^{-2} \div (a^3 b^{-1})^3$

[解] $(a^2 b)^{-2} \div (a^3 b^{-1})^3 = a^{-4} b^{-2} \div a^9 b^{-3} = a^{-4-9} b^{-2-(-3)} = a^{-13} b = -\frac{b}{a^{13}}$

組	番号	名 前

4 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$

[解] $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{2^4} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 2$

(2) $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$

[解] $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}} = \left\{\left(\frac{5}{4}\right)^3\right\}^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}$

(3) $3^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{5}{6}} \times 3^{\frac{3}{2}}$

[解] $3^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{5}{6}} \times 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{1}{3}-\frac{5}{6}+\frac{3}{2}} = 3^1 = 3$

(4) $16^{\frac{1}{4}} \div 9^{-\frac{3}{2}}$

[解] $16^{\frac{1}{4}} \div 9^{-\frac{3}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{4}} \div (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 2 \div 3^{-3} = 2 \times 3^3 = 54$

(5) $8^{\frac{1}{9}} \times 4^{-\frac{1}{3}} \div \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

[解] $8^{\frac{1}{9}} \times 4^{-\frac{1}{3}} \div \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{9}} \times (2^2)^{-\frac{1}{3}} \div (2^{-1})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{2}{3}} \div 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+(-\frac{2}{3})-(-\frac{1}{3})} = 2^0 = 1$

5 次の式を簡単にせよ。ただし、 $a > 0$ 、 $b > 0$ とする。

(1) $\sqrt[4]{a^3} \div \sqrt[6]{a^5} \times \sqrt{a}$

[解] $\sqrt[4]{a^3} \div \sqrt[6]{a^5} \times \sqrt{a} = a^{\frac{3}{4}} \div a^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{12}} = \sqrt[12]{a^5}$

(2) $\sqrt[8]{a^6 b^7} \div \sqrt{a} \div \sqrt[4]{ab^3}$

[解] $\sqrt[8]{a^6 b^7} \div \sqrt{a} \div \sqrt[4]{ab^3} = (a^6 b^7)^{\frac{1}{8}} \div a^{\frac{1}{2}} \div (ab^3)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{6}{8}} b^{\frac{7}{8}} \div a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} b^{\frac{7}{8}-\frac{3}{4}} = a^0 b^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{b}$

(3) $\left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$

[解] $\left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) = \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) = a - b$