3 章・1 節　三角関数

組	番号	名　　前

①　一般角
②　三角関数
③　三角関数の性質

1　次の$\boxed{\quad\quad}$をうめよ。$\boxed{\text{知}}$

(1)　弧度法について，次のような関係がある。

1 ラジアン $=\boxed{\quad\quad}$　，　　$180^\circ=\boxed{\quad}$ ラジアン

たとえば　$60^\circ=\boxed{\quad\quad}$ ラジアン，$\dfrac{7}{6}\pi$ ラジアン $=\boxed{\quad\quad}$

(2)　弧度法を用いると，角 α の動径が表す一般角 θ は

$\theta=\boxed{\quad\quad\quad\quad}$　　(n は整数)

と表される。

(3)　角 θ がすべての値をとるとき

①　$\sin\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{\quad\quad}\leqq\sin\theta\leqq\boxed{\quad}$

②　$\cos\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{\quad\quad}\leqq\cos\theta\leqq\boxed{\quad}$

③　$\tan\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

(4)　三角関数の性質

①　$\begin{cases}\sin(-\theta)=\boxed{\quad\quad\quad}\\ \cos(-\theta)=\boxed{\quad\quad\quad}\\ \tan(-\theta)=\boxed{\quad\quad\quad}\end{cases}$　　②　$\begin{cases}\sin(\theta+\pi)=\boxed{\quad\quad\quad}\\ \cos(\theta+\pi)=\boxed{\quad\quad\quad}\\ \tan(\theta+\pi)=\boxed{\quad\quad\quad}\end{cases}$

(5)　半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とする。
このとき，l，S を r，θ を用いて表すと

$l=\boxed{\quad\quad}$，$S=\boxed{\quad\quad\quad}=\dfrac{1}{2}lr$

2　次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　半径5，中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$

(2)　半径3，中心角 240°

3　θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　$\dfrac{5}{3}\pi$

(2)　$-\dfrac{11}{6}\pi$

4　次の問に答えよ。$\boxed{\text{技}}$

(1)　$\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$，$\sin^3\theta-\cos^3\theta$ の値を求めよ。

(3)　$\sin(-\theta)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos(\theta+\pi)\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ。

5　次の等式が成り立つことを証明せよ。$\boxed{\text{考}}$

$$\frac{1}{\tan\theta}+\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$

3章・1節　三角関数

組	番号	名　　前

④　三角関数のグラフ
⑤　三角関数の応用

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　関数 $y=f(x)$ について，0 でない定数 p があって，等式

$f(x+p)=f(x)$

がすべての x に対して成り立つとき，$f(x)$ を，p を周期とする $\boxed{}$ という。

(2)　$\sin\theta$，$\cos\theta$ の周期は$\boxed{}$，$\tan\theta$ の周期は$\boxed{}$ である。

また，a を正の定数とすると，$\sin a\theta$，$\cos a\theta$ の周期は$\boxed{}$，

$\tan a\theta$ の周期は$\boxed{}$ となる。

たとえば，$\cos3\theta$ の周期は$\boxed{}$，$\tan\dfrac{\theta}{2}$ の周期は$\boxed{}$ である。

2　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。技

(1)　$y=-\cos2\theta$

(2)　$y=2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$

(3)　$y=\tan\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)$

3　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を満たす θ の値を求めよ。技

(1)　$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}$

(2)　$\tan2\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

4　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。技

(1)　$-\dfrac{1}{2}<\cos\theta<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2)　$2\sin^2\theta-1\leqq0$

(3)　$-1\leqq\tan\theta\leqq\sqrt{3}$

3 章・1 節　三角関数

①　一般角
②　三角関数
③　三角関数の性質

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　弧度法について，次のような関係がある。

1 ラジアン$=\boxed{\dfrac{180^\circ}{\pi}}$，　　$180^\circ=\boxed{\pi}$ ラジアン

たとえば　$60^\circ=\boxed{\dfrac{\pi}{3}}$ ラジアン，　$\dfrac{7}{6}\pi$ ラジアン$=\boxed{210^\circ}$

(2)　弧度法を用いると，角 α の動径が表す一般角 θ は

$\theta=\boxed{\alpha+2n\pi}$　　(n は整数)

と表される。

(3)　角 θ がすべての値をとるとき

①　$\sin\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{-1}\leqq\sin\theta\leqq\boxed{1}$

②　$\cos\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{-1}\leqq\cos\theta\leqq\boxed{1}$

③　$\tan\theta$ のとり得る値の範囲は　$\boxed{\text{すべての実数値}}$

(4)　三角関数の性質

①　$\begin{cases}\sin(-\theta)=\boxed{-\sin\theta}\\ \cos(-\theta)=\boxed{\cos\theta}\\ \tan(-\theta)=\boxed{-\tan\theta}\end{cases}$　　②　$\begin{cases}\sin(\theta+\pi)=\boxed{-\sin\theta}\\ \cos(\theta+\pi)=\boxed{-\cos\theta}\\ \tan(\theta+\pi)=\boxed{\tan\theta}\end{cases}$

(5)　半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とする。

このとき，l，S を r，θ を用いて表すと

$l=\boxed{r\theta}$，$S=\boxed{\dfrac{1}{2}r^2\theta}=\dfrac{1}{2}lr$

2　次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。技

(1)　半径5，中心角$\dfrac{3}{4}\pi$

［解］　$l=5\cdot\dfrac{3}{4}\pi=\mathbf{\dfrac{15}{4}\pi}$

$S=\dfrac{1}{2}\cdot5^2\cdot\dfrac{3}{4}\pi=\mathbf{\dfrac{75}{8}\pi}$

(2)　半径3，中心角240°

［解］　$240^\circ=\dfrac{4}{3}\pi$ より　　$l=3\cdot\dfrac{4}{3}\pi=\mathbf{4\pi}$

$S=\dfrac{1}{2}\cdot3^2\cdot\dfrac{4}{3}\pi=\mathbf{6\pi}$

3　θ が次の角のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。技

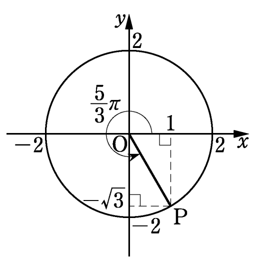
(1)　$\dfrac{5}{3}\pi$

［解］　右の図で，$\theta=\dfrac{5}{3}\pi$ のとき，OP$=2$ とすると，$\mathrm{P}\left(1,\ -\sqrt{3}\right)$ であるから

$\sin\dfrac{5}{3}\pi=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\dfrac{5}{3}\pi=\dfrac{1}{2}$

$\tan\dfrac{5}{3}\pi=\dfrac{-\sqrt{3}}{1}=-\sqrt{3}$



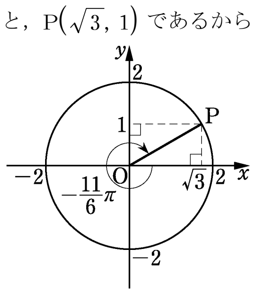
(2)　$-\dfrac{11}{6}\pi$

［解］　右の図で，$\theta=-\dfrac{11}{6}\pi$ のとき，OP$=2$ とすると，$\mathrm{P}\left(\sqrt{3},\ 1\right)$ であるから

$\sin\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{1}{2}$

$\cos\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\left(-\dfrac{11}{6}\pi\right)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$



4　次の問に答えよ。技

(1)　$\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ。

［解］　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ であるから

$\cos^2\theta=\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{1}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{9}{10}$

$\tan\theta>0$ であるから，θ は第 1 象限か第 3 象限の角である。

(ⅰ)　θ が第 1 象限の角のとき，$\cos\theta>0$ である。

よって　$\cos\theta=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

また　$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

(ⅱ)　θ が第 3 象限の角のとき，$\cos\theta<0$ である。

よって　$\cos\theta=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

また　$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\cdot\dfrac{1}{3}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

(ⅰ)，(ⅱ)より　　$\mathbf{\sin\theta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}}$，　$\mathbf{\cos\theta=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}}$

または　$\mathbf{\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}}$，　$\mathbf{\cos\theta=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}}$

(2)　$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$，$\sin^3\theta-\cos^3\theta$ の値を求めよ。

［解］　与えられた等式の両辺を 2 乗すると

$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから　　$1-2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{9}$

すなわち　$\mathbf{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{1}{2}\cdot\left(1-\dfrac{4}{9}\right)$

$=\mathbf{\dfrac{5}{18}}$

また　$\mathbf{\sin^3\theta-\cos^3\theta}=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\dfrac{2}{3}\cdot\left(1+\dfrac{5}{18}\right)$

$=\mathbf{\dfrac{23}{27}}$

(3)　$\sin(-\theta)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos(\theta+\pi)\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ。

［解］　$\sin(-\theta)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos(\theta+\pi)\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta\sin\theta+(-\cos\theta)\cos\theta$

$=-(\sin^2\theta+\cos^2\theta)$

$=\mathbf{-1}$

5　次の等式が成り立つことを証明せよ。考

$$\frac{1}{\tan\theta}+\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1}{\sin\theta}$$

［証明］　$\dfrac{1}{\tan\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

$=\dfrac{\cos\theta(1+\cos\theta)+\sin\theta\sin\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$=\dfrac{\cos\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$=\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$=\dfrac{1}{\sin\theta}$

3章・1節　三角関数

組	番号	名　前

④　三角関数のグラフ
⑤　三角関数の応用

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　関数 $y=f(x)$ について，0 でない定数 p があって，等式

$f(x+p)=f(x)$

がすべての x に対して成り立つとき，$f(x)$ を，p を周期とする$\boxed{\text{周期関数}}$という。

(2)　$\sin\theta$，$\cos\theta$ の周期は$\boxed{2\pi}$，$\tan\theta$ の周期は$\boxed{\pi}$である。

また，a を正の定数とすると，$\sin a\theta$，$\cos a\theta$ の周期は$\boxed{\dfrac{2\pi}{a}}$，

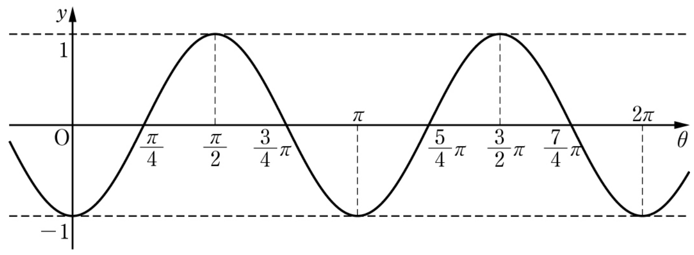
$\tan a\theta$ の周期は$\boxed{\dfrac{\pi}{a}}$となる。

たとえば，$\cos 3\theta$ の周期は$\boxed{\dfrac{2}{3}\pi}$，$\tan\dfrac{\theta}{2}$ の周期は$\boxed{2\pi}$である。

2　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。技

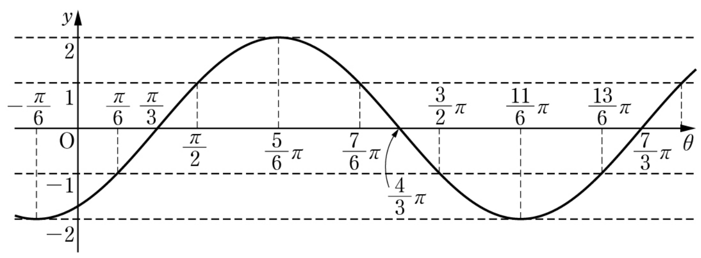
(1)　$y=-\cos 2\theta$

［解］　この関数のグラフは，$y=\cos 2\theta$ のグラフを θ 軸に関して対称移動して得られる。その周期は $\boldsymbol{\pi}$ である。



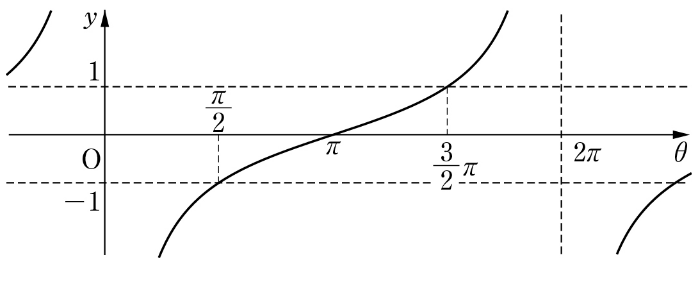
(2)　$y=2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$

［解］　この関数のグラフは，$y=2\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{3}$ だけ平行移動して得られる。その周期は $\boldsymbol{2\pi}$ である。



(3)　$y=\tan\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)$

［解］　$y=\tan\dfrac{1}{2}(\theta+\pi)$ より，この関数のグラフは，$y=\tan\dfrac{1}{2}\theta$ のグラフを θ 軸方向に $-\pi$ だけ平行移動して得られる。その周期は $\boldsymbol{2\pi}$ である。



3　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を満たす θ の値を求めよ。技

(1)　$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}$

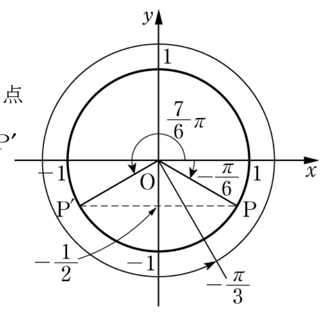
［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき

$-\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5}{3}\pi$　……①

単位円の周上で，y 座標が $-\dfrac{1}{2}$ となる点は，右の図の P，P′ で，動径 OP，OP′ の表す角 $\theta-\dfrac{\pi}{3}$ は，①の範囲で

$\theta-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{7}{6}\pi$

ゆえに　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{6}}$，$\boldsymbol{\dfrac{3}{2}\pi}$



(2)　$\tan 2\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

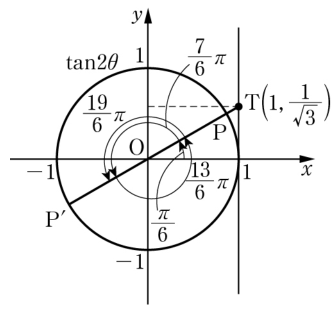
［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき

$0\leqq 2\theta<4\pi$　……①

$\mathrm{T}\left(1,\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ をとり，直線 OT と単位円の交点を右の図のように P，P′ とすると，動径 OP，OP′ の表す角 2θ は，①の範囲で，

$2\theta=\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{7}{6}\pi$，$\dfrac{13}{6}\pi$，$\dfrac{19}{6}\pi$

ゆえに　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{12}}$，$\boldsymbol{\dfrac{7}{12}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{13}{12}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{19}{12}\pi}$



4　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。技

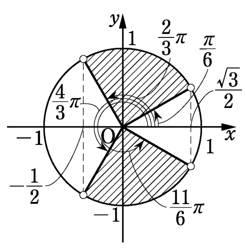
(1)　$-\dfrac{1}{2}<\cos\theta<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で

$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{2}{3}\pi$，$\dfrac{4}{3}\pi$

$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{11}{6}\pi$

よって，右の図から不等式を満たす θ の値の範囲は　$\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}<\theta<\dfrac{2}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{4}{3}\pi<\theta<\dfrac{11}{6}\pi}$



(2)　$2\sin^2\theta-1\leqq 0$

［解］　$\left(\sqrt{2}\sin\theta+1\right)\left(\sqrt{2}\sin\theta-1\right)\leqq 0$ より

$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\leqq\sin\theta\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

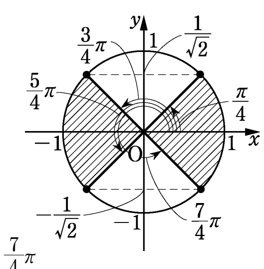
$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で

$\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{5}{4}\pi$，$\dfrac{7}{4}\pi$

$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{3}{4}\pi$

よって，右の図から不等式を満たす θ の値の範囲は

$\boldsymbol{0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}}$，$\boldsymbol{\dfrac{3}{4}\pi\leqq\theta\leqq\dfrac{5}{4}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{7}{4}\pi\leqq\theta<2\pi}$



(3)　$-1\leqq\tan\theta\leqq\sqrt{3}$

［解］　$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で

$\tan\theta=-1$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{3}{4}\pi$，$\dfrac{7}{4}\pi$

$\tan\theta=\sqrt{3}$ となる θ の値は　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{4}{3}\pi$

よって，右の図から不等式を満たす θ の値の範囲は

$\boldsymbol{0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}}$，$\boldsymbol{\dfrac{3}{4}\pi\leqq\theta\leqq\dfrac{4}{3}\pi}$，$\boldsymbol{\dfrac{7}{4}\pi\leqq\theta<2\pi}$