

2 章・1 節 点と直線

- ① 2 点間の距離  
② 内分点・外分点  
③ 直線の方程式

1 2 点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  について, 次の  をうめよ。 ☐

(1) 2 点  $A$ ,  $B$  間の距離は  $AB = \sqrt{\left(\boxed{x_2 - x_1}\right)^2 + \left(\boxed{y_2 - y_1}\right)^2}$

線分  $AB$  を  $m:n$  に内分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{n}x_1 + \boxed{m}x_2}{m + \boxed{n}}, \frac{\boxed{n}y_1 + \boxed{m}y_2}{m + \boxed{n}}\right)$$

線分  $AB$  の中点の座標は  $\left(\frac{\boxed{x_1 + x_2}}{2}, \frac{\boxed{y_1 + y_2}}{2}\right)$

線分  $AB$  を  $m:n$  に外分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{-n}x_1 + \boxed{m}x_2}{m - \boxed{n}}, \frac{\boxed{-n}y_1 + \boxed{m}y_2}{m - \boxed{n}}\right)$$

点  $C$  の座標を  $(x_3, y_3)$  とすると,  $\triangle ABC$  の重心の座標は

$$\left(\frac{\boxed{x_1 + x_2 + x_3}}{\boxed{3}}, \frac{\boxed{y_1 + y_2 + y_3}}{\boxed{3}}\right)$$

(2) 点  $A$  を通り, 傾き  $m$  の直線の方程式は

$$y - \boxed{y_1} = m(x - \boxed{x_1})$$

2 点  $A$ ,  $B$  を通る直線の方程式は

$$x_1 \neq x_2 \text{ のとき } y - \boxed{y_1} = \frac{\boxed{y_2 - y_1}}{\boxed{x_2 - x_1}}(x - \boxed{x_1})$$

2 3 点  $A(0, 3)$ ,  $B(-5, -2)$ ,  $C(2, -1)$  とするとき, 次の間に答えよ。 ☐

(1) 2 点  $B$ ,  $C$  間の距離を求めよ。

[解]  $BC = \sqrt{\{2 - (-5)\}^2 + \{-1 - (-2)\}^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

(2)  $\triangle ABC$  はどのような形の三角形か。

[解]  $AB = \sqrt{(-5 - 0)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$CA = \sqrt{(0 - 2)^2 + \{3 - (-1)\}^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

(1)より  $BC = 5\sqrt{2}$

よって,  $\triangle ABC$  は,  **$AB = BC$  の二等辺三角形**である。

(3) 線分  $AB$  を  $2:3$  に外分する点  $D$  の座標を求めよ。

[解] 点  $D$  の  $x$  座標は  $\frac{-3 \cdot 0 + 2 \cdot (-5)}{2 - 3} = 10$

点  $D$  の  $y$  座標は  $\frac{-3 \cdot 3 + 2 \cdot (-2)}{2 - 3} = 13$

すなわち  **$D(10, 13)$**

(4)  $\triangle ACD$  の重心  $G$  の座標を求めよ。

[解] 点  $G$  の  $x$  座標は  $\frac{0 + 2 + 10}{3} = 4$

点  $G$  の  $y$  座標は  $\frac{3 + (-1) + 13}{3} = 5$

すなわち  **$G(4, 5)$**

(5) 2 点  $A$ ,  $C$  から等距離にある  $x$  軸上の点  $P$  の座標を求めよ。

[解] 点  $P$  の座標を  $(x, 0)$  とすると

$AP = CP$  より,  $AP^2 = CP^2$  よって  $x^2 + (-3)^2 = (x - 2)^2 + 1^2$

これを解くと  $x = -1$

すなわち  **$P(-1, 0)$**

組	番号	名 前

3 4 点  $A(4, 3)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(2, -1)$ ,  $D$  を頂点とする平行四辺形  $ABCD$  について, 次の点の座標を求めよ。 ☐

(1) 対角線  $AC$  の中点  $M$

[解] 点  $M$  の  $x$  座標は  $\frac{4 + 2}{2} = 3$

点  $M$  の  $y$  座標は  $\frac{3 + (-1)}{2} = 1$

よって  **$M(3, 1)$**

(2) 頂点  $D$

[解] 対角線  $BD$  の中点が  $M(3, 1)$  であるから, 点  $D$  の座標を  $(a, b)$  とすると

$$\frac{-1 + a}{2} = 3, \quad \frac{2 + b}{2} = 1$$

したがって  $a = 7$ ,  $b = 0$

ゆえに  **$D(7, 0)$**

4 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。 ☐

(1) 点  $(2, 1)$  を通り, 傾きが  $3$

[解] 求める直線の方程式は  $y - 1 = 3(x - 2)$

すなわち  **$y = 3x - 5$**

(2) 2 点  $(2, 3)$ ,  $(3, -5)$  を通る。

[解] 求める直線の方程式は  $y - 3 = \frac{-5 - 3}{3 - 2}(x - 2)$

すなわち  **$y = -8x + 19$**

(3) 2 点  $(-2, 1)$ ,  $(-2, 5)$  を通る。

[解] 直線は  $y$  軸に平行であるから

$$x = -2$$

(4)  $x$  切片が  $5$ ,  $y$  切片が  $-3$

[解] 求める直線の方程式は  $\frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1$

すなわち  **$\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$**

5 3 点  $A(-2, -2)$ ,  $B(2, a)$ ,  $C(4, 1)$  が一直線上にあるように, 定数  $a$  の値を定めよ。 ☐

[解] 直線  $AC$  の方程式は  $y - (-2) = \frac{1 - (-2)}{4 - (-2)}\{x - (-2)\}$

すなわち  $y = \frac{1}{2}x - 1$

これが点  $B(2, a)$  を通るから  $a = \frac{1}{2} \cdot 2 - 1$

よって  **$a = 0$**

6  $\triangle ABC$  の 3 つの辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  の中点をそれぞれ  $L(2, 0)$ ,  $M(5, 3)$ ,  $N(1, 2)$  とするとき, 頂点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  の座標を求めよ。

☐

[解] 求める 3 頂点を  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  とすると, 条件より

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 2, \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = 0$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = 5, \quad \frac{y_2 + y_3}{2} = 3$$

$$\frac{x_3 + x_1}{2} = 1, \quad \frac{y_3 + y_1}{2} = 2$$

$$\text{よって } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x_2 + x_3 = 10 & \cdots \cdots \textcircled{2} \\ x_3 + x_1 = 2 & \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + y_2 = 0 & \cdots \cdots \textcircled{4} \\ y_2 + y_3 = 6 & \cdots \cdots \textcircled{5} \\ y_3 + y_1 = 4 & \cdots \cdots \textcircled{6} \end{cases}$$

①, ②, ③より  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 6$ ,  $x_3 = 4$

④, ⑤, ⑥より  $y_1 = -1$ ,  $y_2 = 1$ ,  $y_3 = 5$

すなわち  **$A(-2, -1)$ ,  $B(6, 1)$ ,  $C(4, 5)$**