2章・1節　点と直線

組	番号	名　　前

① 2点間の距離

② 内分点・外分点

③ 直線の方程式

1 2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$ について，次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1) 2点A，B間の距離は　AB$=\sqrt{\left(\boxed{}\right)^2\boxed{}\left(\boxed{}\right)^2}$

線分AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{}x_1+\boxed{}x_2}{m\boxed{}n},\ \frac{\boxed{}y_1+\boxed{}y_2}{m\boxed{}n}\right)$$

線分AB の中点の座標は　$\left(\frac{\boxed{}}{2},\ \frac{\boxed{}}{2}\right)$

線分AB を $m:n$ に外分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{}x_1+\boxed{}x_2}{m\boxed{}n},\ \frac{\boxed{}y_1+\boxed{}y_2}{m\boxed{}n}\right)$$

点Cの座標を $(x_3,\ y_3)$ とすると，△ABC の重心の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{\boxed{}},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{\boxed{}}\right)$$

(2) 点Aを通り，傾き m の直線の方程式は

$$y-\boxed{}=m\left(x-\boxed{}\right)$$

2点A，Bを通る直線の方程式は

$x_1 \neq x_2$ のとき　$y-\boxed{}=\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\left(x-\boxed{}\right)$

2 3点A$(0,\ 3)$，B$(-5,\ -2)$，C$(2,\ -1)$ とするとき，次の問に答えよ。技

(1) 2点B，C間の距離を求めよ。

(2) △ABC はどのような形の三角形か。

(3) 線分 AB を $2:3$ に外分する点Dの座標を求めよ。

(4) △ACD の重心Gの座標を求めよ。

(5) 2点A，Cから等距離にある x 軸上の点Pの座標を求めよ。

3 4点A$(4,\ 3)$，B$(-1,\ 2)$，C$(2,\ -1)$，Dを頂点とする平行四辺形ABCD について，次の点の座標を求めよ。技

(1) 対角線 AC の中点M

(2) 頂点D

4 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。技

(1) 点 $(2,\ 1)$ を通り，傾きが3

(2) 2点$(2,\ 3)$，$(3,\ -5)$ を通る。

(3) 2点$(-2,\ 1)$，$(-2,\ 5)$ を通る。

(4) x 切片が5，y 切片が -3

5 3点A$(-2,\ -2)$，B$(2,\ a)$，C$(4,\ 1)$ が一直線上にあるように，定数 a の値を定めよ。技

6 △ABC の3つの辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ L$(2,\ 0)$，M$(5,\ 3)$，N$(1,\ 2)$ とするとき，頂点A，B，Cの座標を求めよ。技

2章・1節　点と直線

④　2直線の関係

組	番号	名　前

1　次の□をうめよ。知

(1)　2直線 $y=mx+n$，$y=m'x+n'$ について

平行条件は　$m=\square$　　垂直条件は　$mm'=\square$

(2)　点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{|\square x_1+\square y_1+\square|}{\sqrt{\square+\square}}$$

2　点 A(2, 3) と直線 $l: 4x-3y+5=0$ について，次の問に答えよ。技

(1)　点 A を通り，直線 l に平行な直線の方程式を求めよ。

(2)　点 A を通り，直線 l に垂直な直線の方程式を求めよ。

(3)　点 A と直線 l の距離を求めよ。

3　直線 $2x-4y+1=0$ に関して，点 A(2, 1) と対称な点 B の座標を求めよ。技

4　2点 A$(-1,\ 3)$，B$(3,\ -3)$ を結ぶ線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。技

5　2直線 $3x+y+5=0$，$x+4y-3=0$ の交点と点 $(-1,\ 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。技

6　点(1, 1) と直線 $mx-2y-m+8=0$ の距離が 2 のとき，定数 m の値を求めよ。技

7　3点 A(2, 4)，B$(1,\ -1)$，C$(-1,\ 3)$ を頂点とする三角形について，次の問に答えよ。技

(1)　線分 BC の長さを求めよ。

(2)　△ABC の面積を求めよ。

2章・1節　点と直線

組	番号	名　　前

①　2点間の距離
②　内分点・外分点
③　直線の方程式

1　2点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$について，次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　2点A，B間の距離は　$AB=\sqrt{\left(\boxed{x_2-x_1}\right)^2\boxed{+}\left(\boxed{y_2-y_1}\right)^2}$

線分AB を$m:n$に内分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{n}x_1+\boxed{m}x_2}{m\boxed{+}n},\ \frac{\boxed{n}y_1+\boxed{m}y_2}{m\boxed{+}n}\right)$$

線分AB の中点の座標は　$\left(\frac{\boxed{x_1+x_2}}{2},\ \frac{\boxed{y_1+y_2}}{2}\right)$

線分AB を$m:n$に外分する点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{-n}x_1+\boxed{m}x_2}{m\boxed{-}n},\ \frac{\boxed{-n}y_1+\boxed{m}y_2}{m\boxed{-}n}\right)$$

点Cの座標を$(x_3,\ y_3)$とすると，△ABC の重心の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{\boxed{3}},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{\boxed{3}}\right)$$

(2)　点Aを通り，傾きmの直線の方程式は

$y-\boxed{y_1}=m\left(x-\boxed{x_1}\right)$

2点A，Bを通る直線の方程式は

$x_1 \neq x_2$のとき　　$y-\boxed{y_1}=\frac{\boxed{y_2-y_1}}{\boxed{x_2-x_1}}\left(x-\boxed{x_1}\right)$

2　3点A$(0,\ 3)$，B$(-5,\ -2)$，C$(2,\ -1)$とするとき，次の問に答えよ。技

(1)　2点B，C間の距離を求めよ。

［解］　$BC=\sqrt{\{2-(-5)\}^2+\{-1-(-2)\}^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}=\mathbf{5\sqrt{2}}$

(2)　△ABC はどのような形の三角形か。

［解］　$AB=\sqrt{(-5-0)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$CA=\sqrt{(0-2)^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

(1)より　　$BC=5\sqrt{2}$

よって，△ABC は，**AB＝BC の二等辺三角形**である。

(3)　線分 AB を2 : 3に外分する点Dの座標を求めよ。

［解］　点Dのx座標は　$\frac{-3\cdot 0+2\cdot(-5)}{2-3}=10$

点Dのy座標は　$\frac{-3\cdot 3+2\cdot(-2)}{2-3}=13$

すなわち　　**D(10, 13)**

(4)　△ACD の重心Gの座標を求めよ。

［解］　点Gのx座標は　$\frac{0+2+10}{3}=4$

点Gのy座標は　$\frac{3+(-1)+13}{3}=5$

すなわち　　**G(4, 5)**

(5)　2点A，Cから等距離にあるx軸上の点Pの座標を求めよ。

［解］　点Pの座標を$(x,\ 0)$とすると

AP＝CP より，AP²＝CP²　よって　$x^2+(-3)^2=(x-2)^2+1^2$

これを解くと　　$x=-1$

すなわち　　**P(−1, 0)**

3　4点A$(4,\ 3)$，B$(-1,\ 2)$，C$(2,\ -1)$，Dを頂点とする平行四辺形ABCD について，次の点の座標を求めよ。技

(1)　対角線 AC の中点M

［解］　点Mのx座標は　$\frac{4+2}{2}=3$

点Mのy座標は　$\frac{3+(-1)}{2}=1$

よって　　**M(3, 1)**

(2)　頂点D

［解］　対角線 BD の中点がM$(3,\ 1)$であるから，点Dの座標を$(a,\ b)$とすると

$\frac{-1+a}{2}=3$，　$\frac{2+b}{2}=1$

したがって　　$a=7$，$b=0$

ゆえに　　**D(7, 0)**

4　次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。技

(1)　点$(2,\ 1)$を通り，傾きが3

［解］　求める直線の方程式は　$y-1=3(x-2)$

すなわち　$\boldsymbol{y=3x-5}$

(2)　2点$(2,\ 3)$，$(3,\ -5)$を通る。

［解］　求める直線の方程式は　$y-3=\frac{-5-3}{3-2}(x-2)$

すなわち　$\boldsymbol{y=-8x+19}$

(3)　2点$(-2,\ 1)$，$(-2,\ 5)$を通る。

［解］　直線はy軸に平行であるから

$\boldsymbol{x=-2}$

(4)　x切片が5，y切片が−3

［解］　求める直線の方程式は　$\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}=1$

すなわち　$\boldsymbol{\frac{x}{5}-\frac{y}{3}=1}$

5　3点A$(-2,\ -2)$，B$(2,\ a)$，C$(4,\ 1)$が一直線上にあるように，定数aの値を定めよ。技

［解］　直線 AC の方程式は　$y-(-2)=\frac{1-(-2)}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$

すなわち　$y=\frac{1}{2}x-1$

これが点B$(2,\ a)$を通るから　$a=\frac{1}{2}\cdot 2-1$

よって　$\boldsymbol{a=0}$

6　△ABC の3つの辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ L$(2,\ 0)$，M$(5,\ 3)$，N$(1,\ 2)$とするとき，頂点A，B，Cの座標を求めよ。

技

［解］　求める3頂点をA$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$とすると，条件より

$\frac{x_1+x_2}{2}=2$，$\frac{y_1+y_2}{2}=0$

$\frac{x_2+x_3}{2}=5$，$\frac{y_2+y_3}{2}=3$

$\frac{x_3+x_1}{2}=1$，$\frac{y_3+y_1}{2}=2$

よって　$\begin{cases} x_1+x_2=4 & \cdots\cdots① \\ x_2+x_3=10 & \cdots\cdots② \\ x_3+x_1=2 & \cdots\cdots③ \end{cases}$　　$\begin{cases} y_1+y_2=0 & \cdots\cdots④ \\ y_2+y_3=6 & \cdots\cdots⑤ \\ y_3+y_1=4 & \cdots\cdots⑥ \end{cases}$

①，②，③より　　$x_1=-2$，$x_2=6$，$x_3=4$

④，⑤，⑥より　　$y_1=-1$，$y_2=1$，$y_3=5$

すなわち　　**A(−2, −1)，B(6, 1)，C(4, 5)**

2章・1節　点と直線

④　2直線の関係

組	番号	名　　前

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　2直線 $y=mx+n$，$y=m'x+n'$ について

平行条件は　$m=\boxed{m'}$　　垂直条件は　$mm'=\boxed{-1}$

(2)　点 $(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{\left|\boxed{a}x_1+\boxed{b}y_1+\boxed{c}\right|}{\sqrt{\boxed{a^2}+\boxed{b^2}}}$$

2　点 A(2, 3) と直線 l：$4x-3y+5=0$ について，次の問に答えよ。技

(1)　点 A を通り，直線 l に平行な直線の方程式を求めよ。

［解］　直線 l の傾きは$\frac{4}{3}$ である。

よって，l に平行な直線の傾きは$\frac{4}{3}$ であるから求める直線の方程式は

$y-3=\frac{4}{3}(x-2)$

すなわち　$\boldsymbol{4x-3y+1=0}$

(2)　点 A を通り，直線 l に垂直な直線の方程式を求めよ。

［解］　l に垂直な直線の傾きをm とすると

$\frac{4}{3}m=-1$　　すなわち　　$m=-\frac{3}{4}$

求める直線の方程式は　$y-3=-\frac{3}{4}(x-2)$

すなわち　$\boldsymbol{3x+4y-18=0}$

(3)　点 A と直線 l の距離を求めよ。

［解］　点 A と直線 l の距離 d は

$$d=\frac{|4\cdot 2-3\cdot 3+5|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\boldsymbol{\frac{4}{5}}$$

3　直線 $2x-4y+1=0$ に関して，点 A(2, 1) と対称な点 B の座標を求めよ。技

［解］　直線 $2x-4y+1=0$ を l とし，点 B の座標を $(a,\ b)$ とする。

直線 l の傾きは　$\frac{1}{2}$

直線AB の傾きは　$\frac{b-1}{a-2}$

$l\perp$ AB であるから

$\frac{1}{2}\cdot\frac{b-1}{a-2}=-1$

すなわち　　$2a+b-5=0$　　……①

また，線分 AB の中点 $\left(\frac{a+2}{2},\ \frac{b+1}{2}\right)$ は l 上にあるから

$2\cdot\frac{a+2}{2}-4\cdot\frac{b+1}{2}+1=0$

すなわち　　$a-2b+1=0$　　……②

①，②より　　$a=\frac{9}{5}$，$b=\frac{7}{5}$

したがって，点 B の座標は　$\boldsymbol{\left(\frac{9}{5},\ \frac{7}{5}\right)}$

4　2点 A$(-1,\ 3)$，B$(3,\ -3)$ を結ぶ線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。技

［解］　線分 AB の中点の座標は(1, 0) である。

また，直線 AB の傾きは　　$\frac{-3-3}{3-(-1)}=-\frac{3}{2}$

直線 AB に垂直な直線の傾きを m とすると

$-\frac{3}{2}m=-1$　　すなわち　　$m=\frac{2}{3}$

よって，直線 AB に垂直な直線の傾きは $\frac{2}{3}$ である。

ゆえに，点(1, 0) を通り，傾き$\frac{2}{3}$ の直線は　　$y-0=\frac{2}{3}(x-1)$

したがって　　$\boldsymbol{2x-3y-2=0}$

5　2直線 $3x+y+5=0$，$x+4y-3=0$ の交点と点 $(-1,\ 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。技

［解］　k を定数として，2直線の交点を通る直線の方程式を

$k(3x+y+5)+(x+4y-3)=0$　　……①

とおく。①に点$(-1,\ 2)$ の座標 $x=-1$，$y=2$ を代入すると

$k\{3\cdot(-1)+2+5\}+(-1+4\cdot 2-3)=0$ より　　$k=-1$

これを①に代入して整理すると，求める直線の方程式は

$\boldsymbol{2x-3y+8=0}$

6　点(1, 1) と直線 $mx-2y-m+8=0$ の距離が 2 のとき，定数m の値を求めよ。技

［解］　点(1, 1) と直線　$mx-2y-m+8=0$ の距離が2 より

$\frac{|m\cdot 1-2\cdot 1-m+8|}{\sqrt{m^2+(-2)^2}}=2$

整理して　　$\sqrt{m^2+4}=3$

ゆえに　　$m^2=5$

したがって　　$\boldsymbol{m=\pm\sqrt{5}}$

7　3点 A(2, 4)，B$(1,\ -1)$，C$(-1,\ 3)$ を頂点とする三角形について，次の問に答えよ。技

(1)　線分 BC の長さを求めよ。

［解］　$\mathrm{BC}=\sqrt{(-1-1)^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{20}=\boldsymbol{2\sqrt{5}}$

(2)　△ABC の面積を求めよ。

［解］　BC を底辺とするとき，△ABC の高さは点A と直線BC の距離である。

直線BC の方程式は　　$y-(-1)=\frac{3-(-1)}{-1-1}(x-1)$

すなわち　　$2x+y-1=0$

よって，点A と直線BC の距離は

$\frac{|2\cdot 2+4-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{5}}$

ゆえに，求める△ABC の面積は

$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{7}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{7}$