1節　式の計算

❶　整式

単項式と多項式

　$2x$，$-3x^2$，$4x^2y^3$ のように，数，文字およびそれらの積として表される式を**単項式**という。単項式において，掛け合わされている文字の個数をその単項式の**次数**といい，数の部分をその**係数**という。

例 1　(1)　$2x$ の次数は 1，係数は 2
(2)　$-3x^2$ の次数は 2，係数は -3
(3)　$4x^2y^3$ の次数は 5，係数は 4

$$-3x^2 = \underbrace{-3}_{\text{係数}} \times \underbrace{x \times x}_{2\text{個}}$$
次数

問 1　次の単項式の次数と係数を答えよ。
(1)　$4x^2$　　(2)　$\frac{1}{3}x$　　(3)　$\frac{3}{2}x^3y^2$　　(4)　$-x^2y$

　単項式の和として表される式を**多項式**といい，その 1 つ 1 つの単項式を多項式の**項**という。単項式と多項式を合わせて**整式**という。

注意　単項式を項の数が 1 つだけの多項式と考えることもできる。

例 2　(1)　$2x+1$ の項は $2x$ と 1 である。
(2)　$3x^2-2x-4=3x^2+(-2x)+(-4)$ であるから
$3x^2-2x-4$ の項は $3x^2$，$-2x$，-4 である。

問 2　$2x^3-x^2+5x-3$ の項をすべて答えよ。

整式の整理

　整式 $2x^2+4x+3x^2$ における 2 つの項 $2x^2$，$3x^2$ のように，文字の部分が同じ項を**同類項**という。同類項は 1 つにまとめることができる。

$$2x^2+4x+3x^2=(2+3)x^2+4x=5x^2+4x$$

同類項

　このように同類項をまとめることを，整式を**整理する**という。

例 3　$4x^2+x^3-2x-x^2+5+3x^3$ を整理すると

$$4x^3+3x^2-2x+5$$

例 3 のように，整式を整理し，項を次数の高いものから順に並べることを，**降べきの順**に整理するという。

問 3　次の整式を降べきの順に整理せよ。

(1)　$x+5x^2-2+7x^3-4x$　　(2)　$5x-x^2+3x^3+6x^2+3-2x^3$

整理された整式において，各項の次数のうち最も高いものを，その整式の**次数**といい，次数が n の整式を $\boldsymbol{n}$ **次式**という。

また，整式の項の中で，文字を含まない項を**定数項**という。

例 4　(1)　$2x+1$ は 1 次式で，定数項は 1 である。

(2)　$-5x^3+7x-3$ は 3 次式で，定数項は -3 である。

問 4　次の整式は何次式で，定数項は何か。

(1)　$3x^4-x^3+5x^2-7x-1$　　(2)　$x-5x^2+2-7x^3$

整式 $4x^2+ax-2x+3a$ は 2 種類の文字 x，a を含んでいる。この整式において，文字 x に着目して，文字 a を定数として扱うと，この整式は

$$4x^2+(a-2)x+3a$$

と変形できる。このことを，x について降べきの順に整理するという。

この整式は，x については 2 次式で，定数項は $3a$ である。

また，この整式を a について降べきの順に整理すると

$$(x+3)a+(4x^2-2x)$$

となるから，a については 1 次式で，定数項は $4x^2-2x$ である。

問 5　次の整式を x について降べきの順に整理せよ。また，x については何次式で，その場合の定数項は何か。

(1)　x^2+ax+a^2-x-1　　(2)　$x^2+2xy-3y^2-3x-5y+2$

❷ 整式の加法・減法・乗法

整式の加法・減法

整式の和・差は，同類項をまとめることにより計算できる。

例 5　整式 $A=5x^2-6x+4$，$B=2x^2-3$ について

$$\begin{aligned} A+B &= (5x^2-6x+4)+(2x^2-3) &&\text{かっこをはずす}\\ &= 5x^2-6x+4+2x^2-3 &&\text{同類項をまとめる}\\ &= (5+2)x^2-6x+4-3\\ &= 7x^2-6x+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A-B &= (5x^2-6x+4)-(2x^2-3) &&-(\bigcirc-\square) = -\bigcirc+\square\\ &= 5x^2-6x+4-2x^2+3 &&\text{同類項をまとめる}\\ &= (5-2)x^2-6x+4+3\\ &= 3x^2-6x+7 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrr} & 5x^2-6x & +4\\ +) & 2x^2 \qquad & -3\\ \hline & 7x^2-6x & +1 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} & 5x^2-6x & +4\\ -) & 2x^2 \qquad & -3\\ \hline & 3x^2-6x & +7 \end{array}$$

同類項を縦にそろえて
計算してもよい

問 6　次の整式 A，B について，$A+B$，$A-B$ を求めよ。

(1)　$A=4x^2-3x+10$，$B=x^2+x+6$

(2)　$A=x^3-x^2+1$，$B=x^2+x-1$

例題 1　整式の加法・減法

$A=x^2+3x-1$，$B=2x^2-x+5$ のとき，$A-2B$ を求めよ。

解　$A-2B=(x^2+3x-1)-2(2x^2-x+5)$

$$\begin{aligned} &= x^2+3x-1-4x^2+2x-10\\ &= (1-4)x^2+(3+2)x-1-10=-3x^2+5x-11 \end{aligned}$$

問 7　$A=3x^2-2x+5$，$B=2x^2-4x-1$ のとき，次の式を計算せよ。

(1)　$A+2B$　　　(2)　$2A-3B$

p.23 Training 1　p.46 Level Up 1

指数法則

a をいくつか掛けたものを a の**累乗**という。a を n 個掛けたものを a の $\boldsymbol{n}$ **乗**といい，a^n と表す。このとき，n を a^n の**指数**という。とくに $a^1 = a$ である。

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{ 個}} = a^{n}$$

指数（n）

指数について，どのような法則が成り立つかを考えてみよう。

$a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a) = a^5$ ← $\boxed{a^2 \times a^3 = a^{2+3}}$

$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2$

$\quad = (a \times a) \times (a \times a) \times (a \times a) = a^6$ ← $\boxed{(a^2)^3 = a^{2\times 3}}$

$(ab)^3 = ab \times ab \times ab = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$

$\quad = (a \times a \times a) \times (b \times b \times b) = a^3b^3$ ← $\boxed{(ab)^3 = a^3b^3}$

一般に，m, n を正の整数とするとき，次の**指数法則**が成り立つ。

指数法則	
[1] $a^m \times a^n = a^{m+n}$	[2] $(a^m)^n = a^{mn}$
[3] $(ab)^n = a^nb^n$	

例 6 $a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$ $\qquad (a^4)^3 = a^{4\times 3} = a^{12}$

$(a^2b)^4 = (a^2)^4b^4 = a^{2\times 4}b^4 = a^8b^4$

問 8 次の計算をせよ。

(1) $a^6 \times a^3$ (2) $a \times a^7$ (3) $(a^5)^3$

(4) $(a^4)^8$ (5) $(ab^4)^2$ (6) $(a^3b^5)^6$

単項式の積は，係数，文字の部分の積をそれぞれ計算すればよい。

例 7 $(3x)^2 \times 5x^4 = 3^2x^2 \times 5x^4$

$\qquad = (3^2 \times 5) \times (x^2 \times x^4) = 45x^6$

問 9 次の計算をせよ。

(1) $2x^3 \times 3x^5$ (2) $9xy \times (-5x^4)$

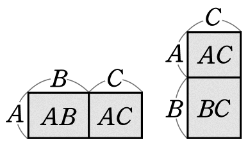
(3) $(3x^3)^4 \times 10x^2$ (4) $(-2xy^3)^2 \times (3xy)^3$

p.23 Training 2

式の展開

整式の積を計算するには，次の分配法則を用いる。

$$A(B+C)=AB+AC$$
$$(A+B)C=AC+BC$$



例 8 $2x^2(5x^2-4x-1)=\underset{①}{2x^2\cdot 5x^2}+\underset{②}{2x^2\cdot(-4x)}+\underset{③}{2x^2\cdot(-1)}$

$$=10x^4-8x^3-2x^2$$

注意 ここで用いた記号・は×と同様に掛け算を表す。

問 10 次の計算をせよ。

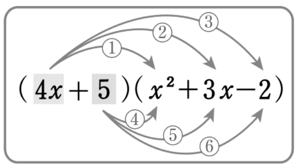
(1) $4x(x^2+4x-3)$　　(2) $(3x^2-2x+5)\times(-2x)$

p.23 Training 3(1)

整式の積を単項式の和の形に表すことを**展開**するという。

例 9

$$(4x+5)(x^2+3x-2)$$
$$=4x(x^2+3x-2)+5(x^2+3x-2)$$
$$=\underset{①}{4x^3}+\underset{②}{12x^2}\underset{③}{-8x}+\underset{④}{5x^2}+\underset{⑤}{15x}\underset{⑥}{-10}$$
$$=4x^3+(12+5)x^2+(-8+15)x-10$$
$$=4x^3+17x^2+7x-10$$



例 9 は次のような形式で計算することもできる。

$$\begin{array}{rrrrl}
 & & x^2+ & 3x- & 2 \\
\times) & & 4x+ & 5 & \\ \hline
 & 4x^3+ & 12x^2- & 8x & \longleftarrow (x^2+3x-2)\times 4x \\
 & & 5x^2+ & 15x-10 & \longleftarrow (x^2+3x-2)\times 5 \\ \hline
 & 4x^3+ & 17x^2+ & 7x-10 &
\end{array}$$

同類項を縦にそろえる

問 11 次の式を展開せよ。

(1) $(x+6)(2x+3)$　　(2) $(3x-2)(x-1)$

(3) $(x+5)(2x^2-3x-6)$　　(4) $(2x-3)(4x^2-x+2)$

p.23 Training 3(2)

乗法公式

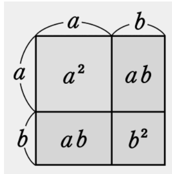
展開において，基本的な公式［1］～［5］がよく利用される。

乗法公式(1)

［1］　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

［2］　$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^2$

［3］　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$



例 10　(1)　$(3x+y)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot y+y^2=9x^2+6xy+y^2$

$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$

(2)　$(5x-1)^2=(5x)^2-2\cdot 5x\cdot 1+1^2=25x^2-10x+1$

$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$

(3)　$(2x+3y)(2x-3y)=(2x)^2-(3y)^2=4x^2-9y^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

問 12　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+2)^2$　(2)　$(x-5)^2$　(3)　$(x+3y)^2$

(4)　$(3x-4y)^2$　(5)　$(3x+2)(3x-2)$　(6)　$(5x+2y)(5x-2y)$

p.23 Training 3(3) ～ (5)

乗法公式(2)

［4］　$(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{x}^2+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\boldsymbol{x}+\boldsymbol{ab}$

例 11　(1)　$(x+3)(x+2)=x^2+(3+2)x+3\cdot 2=x^2+5x+6$

(2)　$(x-2y)(x+y)=x^2+(-2y+y)x+(-2y)\cdot y$

$=x^2-xy-2y^2$

問 13　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+5)(x+3)$　(2)　$(x-3)(x+6)$

(3)　$(x+4y)(x-7y)$　(4)　$(x-y)(x-5y)$

p.23 Training 3(6)

x についての 1 次式 $ax+b$ と $cx+d$ の積は，次のようになる。

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d) &= ax(cx+d)+b(cx+d)\\ &= acx^2+adx+bcx+bd\\ &= acx^2+(ad+bc)x+bd\end{aligned}$$

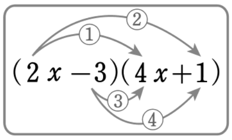
乗法公式(3)
[5] $\boldsymbol{(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd}$

例 12 (1) $(2x-3)(4x+1)$

$= 2\cdot 4x^2+\{2\cdot 1+(-3)\cdot 4\}x+(-3)\cdot 1$

① ② ③ ④

$= 8x^2-10x-3$



(2) $(3x+2y)(2x-y)$

$= 3\cdot 2x^2+\{3\cdot(-y)+2y\cdot 2\}x+2y\cdot(-y)$

$= 6x^2+xy-2y^2$

問 14 次の式を展開せよ。 p.23 Training 3(7)(8)

(1) $(3x+4)(2x+3)$ (2) $(4x+1)(5x-2)$

(3) $(2x-3y)(x+5y)$ (4) $(3x-2y)(4x-3y)$

置き換えによる展開の工夫

式の一部を別の文字に置き換えることによって，展開が簡単になることがある。

例 13 $(x-y+1)(x-y-1)$ を展開してみよう。

$x-y=A$ とおくと

$$\begin{aligned}(x-y+1)(x-y-1) &= (A+1)(A-1)\\ &= A^2-1\\ &= (x-y)^2-1 \quad \longleftarrow A \text{ を } x-y \text{ に戻す}\\ &= x^2-2xy+y^2-1\end{aligned}$$

問 15 次の式を展開せよ。 p.23 Training 4(1)

(1) $(a-b+3)(a-b-7)$ (2) $(x+y)(x+y-z)$

例題 2　置き換えによる展開の工夫

次の等式が成り立つことを示せ。

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})^2=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{c}^2+2\boldsymbol{ab}+2\boldsymbol{bc}+2\boldsymbol{ca}$$

証明　$a+b=A$ とおくと

$(a+b+c)^2$

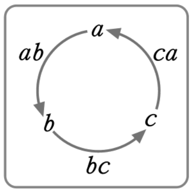
$=(A+c)^2$

$=A^2+2Ac+c^2$

$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$　←── ab，bc，ca の順に並べた



例 14　$(a+2b-1)^2$ を，例題 2 の結果を利用して展開してみよう。

$(a+2b-1)^2$　←── $\{a+2b+(-1)\}^2$

$=a^2+(2b)^2+(-1)^2+2\cdot a\cdot 2b+2\cdot 2b\cdot(-1)+2\cdot(-1)\cdot a$

$=a^2+4b^2+1+4ab-4b-2a$

問 16　次の式を展開せよ。　p.23 Training 4(2)　p.46 Level Up 2,3

(1)　$(a-b-2)^2$　　(2)　$(a-3b+2c)^2$

数学のパノラマ　数の計算に乗法公式を利用してみよう

・8020×7980 の計算

$8000=a$，$20=b$ とおくと

$8020\times 7980=(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=8000^2-20^2=64000000-400=63999600$

・996^2 の計算

$1000=a$，$4=b$ とおくと

$996^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$=1000^2-2\cdot 1000\cdot 4+4^2=1000000-8000+16=992016$

発展　3 次式の乗法公式

13 ページの乗法公式(1)を用いると，次の 3 次式の乗法公式が得られる。

3 次式の乗法公式(1)
[1]　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^3=\boldsymbol{a}^3+3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{b}^3$ [2]　$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^3=\boldsymbol{a}^3-3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{b}^3$

問 1　上の公式[1]，[2]が成り立つことを確かめよ。

例 1　(1)　$(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$

$=x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$(3x-2y)^3=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2-(2y)^3$

$=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

問 2　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)^3$　　(2)　$(2x-3)^3$　　(3)　$(3x+y)^3$　　(4)　$(x-2y)^3$

3 次式の乗法公式として，次の式もよく利用される。

3 次式の乗法公式(2)
[3]　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2)=\boldsymbol{a}^3+\boldsymbol{b}^3$ [4]　$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2)=\boldsymbol{a}^3-\boldsymbol{b}^3$

問 3　上の公式[3]，[4]が成り立つことを確かめよ。

例 2　(1)　$(x+2)(x^2-2x+4)=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2)$

$=x^3+2^3=x^3+8$

(2)　$(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

$=(3x-2y)\{(3x)^2+3x\cdot 2y+(2y)^2\}$

$=(3x)^3-(2y)^3=27x^3-8y^3$

問 4　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+5)(x^2-5x+25)$　　(2)　$(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$

❸ 因数分解

$(x+1)(x+2)$ を展開すると

$$x^2+3x+2$$

になる。逆に，x^2+3x+2 を

$$(x+1)(x+2)$$

のような積の形にすることを**因数分解**といい，$x+1$ や $x+2$ を x^2+3x+2 の**因数**という。

すなわち，因数分解とは，与えられた整式を 1 次以上の整式の積の形に表すことである。

$(x+1)(x+2)$
展開 ⇅ 因数分解
x^2+3x+2

共通因数のくくり出し

整式の各項に共通な因数があるとき，分配法則

$$AB+AC=A(B+C)$$
$$AC+BC=(A+B)C$$

を用いると，その共通な因数をかっこの外にくくり出して，整式を因数分解することができる。

例 15 (1) $ab+ac-ad=a(b+c-d)$

(2) $2xy-y=2x\cdot y-1\cdot y$
$\quad\quad=(2x-1)y$

(3) $4x^2y-6xy^2=2xy\cdot 2x-2xy\cdot 3y$
$\quad\quad=2xy(2x-3y)$

注意 “ 因数分解せよ ” という問題では，それ以上因数分解ができないところまで因数分解する。

問 17 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy+xz$ (2) $3a^2b+b$

(3) $abc-acd$ (4) $12x^2y+18xy^2$

p.23 Training 5(1)

2 次式の因数分解

乗法公式を逆に用いて，因数分解してみよう。

因数分解の公式(1)

[1] $\boldsymbol{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}$

[2] $\boldsymbol{a^2-2ab+b^2=(a-b)^2}$

[3] $\boldsymbol{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$

例 16 (1) $x^2+6x+9=x^2+2\cdot3\cdot x+3^2=(x+3)^2$

(2) $4x^2-4xy+y^2=(2x)^2-2\cdot2x\cdot y+y^2=(2x-y)^2$

(3) $x^2-16y^2=x^2-(4y)^2=(x+4y)(x-4y)$

問 18 次の式を因数分解せよ。

(1) x^2+4x+4　　(2) $4x^2-20xy+25y^2$

(3) $9x^2-25$　　(4) $36x^2-49y^2$

p.23 Training 5(2)～(4)

因数分解の公式(2)

[4] $\boldsymbol{x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)}$

x^2+2x-8 を因数分解するには

$$\begin{cases} \text{積} \quad ab=-8 \\ \text{和} \quad a+b=2 \end{cases}$$

となる 2 つの数 a，b の組を見つければよい。

積が -8 となる 2 数の組	1 / -8	-1 / 8	2 / -4	-2 / 4
和	-7	7	-2	2
	×	×	×	○

このような 2 つの数は -2，4 であるから

$$x^2+2x-8=(x-2)(x+4)$$

例 17 $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$ ←― $\begin{cases} 21=(-3)\cdot(-7) \\ -10=(-3)+(-7) \end{cases}$

問 19 次の式を因数分解せよ。

(1) x^2+5x+6　　(2) x^2-x-12

(3) $x^2-9x+18$　　(4) $x^2+5x-24$

p.23 Training 5(5)

例 18　$x^2-8xy+15y^2$ を因数分解してみよう。

x についての 2 次式とみると

$$x^2-8xy+15y^2=x^2-8y\cdot x+15y^2$$
$$=(x-3y)(x-5y)$$

$\begin{cases}15y^2=(-3y)\cdot(-5y)\\-8y=(-3y)+(-5y)\end{cases}$

問 20　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2+6xy+8y^2$　(2)　$x^2-3xy-18y^2$

p.23 Training 5(6)

x^2 の係数が 1 でない 2 次式の因数分解では，次の公式が用いられる。

因数分解の公式(3)
[5]　$\boldsymbol{acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)}$

xの 2 次式

$$5x^2+13x+6$$

の因数分解を考えてみよう。

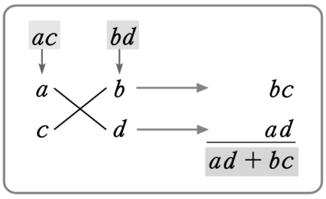
公式[5]より

$ac=5$　……①

$ad+bc=13$　……②

$bd=6$　……③

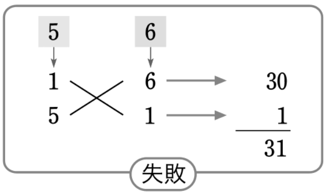
を満たす a，b，c，d を見つければよい。

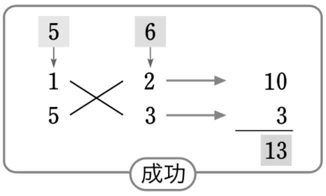


①積が 5 となる a，c の組	a	1	5
	c	5	1

③積が 6 となる b，d の組	b	1	6	2	3
	d	6	1	3	2

まず，①と③に注目し，そのなかで②を満たすものをさがす。*





$\begin{cases}a=1,\ b=2\\c=5,\ d=3\end{cases}$ とすれば，条件①，②，③を満たす。したがって

$$5x^2+13x+6=(x+2)(5x+3)$$

のように因数分解できる。

*このように因数分解する方法を，**たすき掛け**の方法という。

例 19　$6x^2-7x-3$

$=(2x-3)(3x+1)$

$$\begin{array}{ccccr} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & 2 \\ \hline & & & & -7 \end{array}$$

問 21　次の式を因数分解せよ。

(1)　$2x^2+3x+1$　　(2)　$5x^2-12x+4$

(3)　$8x^2+2x-3$　　(4)　$4x^2-11x+6$

(5)　$12x^2-x-6$　　(6)　$6x^2-13x+6$

p.23 Training 5(7)(8)

例題 3　因数分解の公式の利用

$3x^2-13xy+4y^2$ を因数分解せよ。

考え方　x についての 2 次式とみると，x の係数は $-13y$，定数項は $4y^2$ である。

解　$3x^2-13xy+4y^2$

$=3x^2-13y\cdot x+4y^2$

$=(x-4y)(3x-y)$

$$\begin{array}{ccccr} 1 & \times & -4y & \longrightarrow & -12y \\ 3 & & -y & \longrightarrow & -y \\ \hline & & & & -13y \end{array}$$

問 22　次の式を因数分解せよ。

(1)　$4x^2+3xy-7y^2$　　(2)　$8x^2-2xy-15y^2$

p.23 Training 5(9)(10)

因数分解の工夫

整式の一部を別の文字に置き換えると，共通因数でくくったり，公式にあてはめたりすることで因数分解できることがある。

例 20　$y(x-1)+2(1-x)$ を因数分解してみよう。

$x-1=A$ とおくと

$y(x-1)+2(1-x)$

$=y(x-1)-2(x-1)$　　← $1-x=-(x-1)$

$=yA-2A=A(y-2)=(x-1)(y-2)$　　← A を $x-1$ に戻す

問 23 次の式を因数分解せよ。

(1) $x(x+y)+5y(x+y)$ (2) $(a-b)^2-3(a-b)$

(3) $x(a-b)+b-a$

p.23 Training 6(3)

例題 4 因数分解の工夫[1]
次の式を因数分解せよ。 $$(x-y)^2-6(x-y)+8$$
解 $x-y=A$ とおくと $(x-y)^2-6(x-y)+8=A^2-6A+8$ $=(A-2)(A-4)=(x-y-2)(x-y-4)$

問 24 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+y)^2+7(x+y)+10$ (2) $(x+2y)^2-6(x+2y)+9$

(3) $x^2-(y+z)^2$

p.23 Training 6(4)(5)

2 つ以上の文字を含む整式においては，最も次数の低い文字について整理すると因数分解が簡単になることがある。

例題 5 因数分解の工夫[2]
$2ab+b^2+4a-b-6$ を因数分解せよ。
考え方 この式は a について 1 次式，b について 2 次式であるから，次数の低い a について整理する。 **解** a について整理すると $2ab+b^2+4a-b-6=2a(b+2)+(b^2-b-6)$ $=2a(b+2)+(b+2)(b-3)$ $=(b+2)(2a+b-3)$

問 25 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+xy-x+y-2$ (2) $2ab+2b^2-a+b-1$

p.23 Training 6(6)

最も次数の低い文字が 2 つ以上あるときは, そのうちの 1 つの文字について整理するとよい。

例題 6　因数分解の工夫[3]

$2x^2+3xy+y^2+x-y-6$ を因数分解せよ。

考え方　まず，x についての 2 次式とみて，降べきの順に整理する。次に，定数項にあたる y の式を因数分解し，19 ページの公式[5]を利用する。

解　$2x^2+3xy+y^2+x-y-6$

$=2x^2+(3y+1)x+(y^2-y-6)$　　←―― x について整理

$=2x^2+(3y+1)x+(y+2)(y-3)$

$=\{x+(y+2)\}\{2x+(y-3)\}$

$=(x+y+2)(2x+y-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & y+2 & \to & 2y+4 \\ 2 & & y-3 & \to & y-3 \\ \hline & & & & 3y+1 \end{array}$$

問 26　次の式を因数分解せよ。　p.23 Training 6(7)(8)　p.46 Level Up 4

(1)　$x^2+4xy+3y^2-4x-14y-5$　(2)　$3x^2+2xy-y^2-x+3y-2$

発展　3 次式の因数分解

3 次式の乗法公式を用いて，因数分解してみよう。

16 ページの公式[3]，[4]から，次の 3 次式の因数分解の公式が成り立つ。

3 次式の因数分解の公式

[1]　$\boldsymbol{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}$

[2]　$\boldsymbol{a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

例 1　(1)　$x^3+27=x^3+3^3=(x+3)(x^2-x\cdot3+3^2)$

$=(x+3)(x^2-3x+9)$

(2)　$8x^3-125y^3=(2x)^3-(5y)^3$

$=(2x-5y)\{(2x)^2+2x\cdot5y+(5y)^2\}$

$=(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

問 1　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^3+64　　(2)　x^3-1　　(3)　$27x^3+y^3$

Training

1 $A = x^2 + x - 3$，$B = 2x^2 - x + 4$，$C = -3x^2 + 5$ のとき，次の式を計算せよ。 p.10

(1) $A - B - C$　　(2) $3(2A + B) - 2(3A - C)$

2 次の計算をせよ。 p.11

(1) $4a^5 \times 3a^2$　　(2) $-x^3 \times (-x)^4$

(3) $5a^3b \times (-7a^4b^5)$　　(4) $(-2xy)^3 \times (3x^2y^3)^2$

3 次の式を展開せよ。 p.12-14

(1) $5xy(x^2 - xy + 3y^2)$　　(2) $(3x - 1)(x^2 + 7x + 5)$

(3) $(9x + 2y)^2$　　(4) $(6x - 7y)^2$

(5) $(3x + 10y)(3x - 10y)$　　(6) $(x - 8y)(x + 6y)$

(7) $(5x - 2y)(3x - y)$　　(8) $(4x + 5y)(5x - 4y)$

4 次の式を展開せよ。 p.14-15

(1) $(a + b + c)(a - b + c)$　　(2) $(2a - 3b + 1)^2$

5 次の式を因数分解せよ。 p.17-20

(1) $3a^3b^2 - 6a^2b^3 + 12a^2b^2c$　　(2) $x^2 - 8x + 16$

(3) $16a^2 + 24ab + 9b^2$　　(4) $16x^2 - 81y^2$

(5) $x^2 - 11x + 10$　　(6) $x^2 + 3xy - 54y^2$

(7) $10x^2 + 17x + 6$　　(8) $8x^2 - 13x - 6$

(9) $15x^2 - 22xy + 8y^2$　　(10) $6x^2 + 23xy - 18y^2$

6 次の式を因数分解せよ。 p.21-22

(1) $2x^3 - 12x^2 + 18x$　　(2) $ax^2 - 9ay^2$

(3) $x(x - 3y) - 4y(3y - x)$　　(4) $(2x + y)^2 + 6(2x + y) - 7$

(5) $2(x - y)^2 + (y - x) - 3$　　(6) $a^2b - 3ab + a + 2b - 2$

(7) $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 5x - y - 3$　　(8) $x^2 - y^2 + 4x + 6y - 5$