▼課題学習指導事例集

■数学的活動を日々の授業に

学習指導要領には，学力の重要な３つの要素の育成が示されている。① 基礎的・基本的な知識・技能の習得，② 思考力・判断力・表現力等の育成，③ 学習への意欲の向上や学習習慣の確立 である。この学力の重要な３つの要素の育成を実現するために，数学では，数学的活動を重視する。この数学的活動の重視が，新しい学習指導要領の大きな特徴である。

基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに，数学的な思考力・表現力を高めたり，数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために，重要な役割を果たす数学的活動。それは，教師の説明を一方的に聞くだけの学習や単なる計算練習を行うだけの学習ではない。また，教師が生徒に指示をして，何か活動を行わせればよいというようなものでもない。数学的活動で大事なのは，生徒が自ら目的意識をもって主体的に取り組むことができる学習であるということだ。今後私たちに求められるのは，生徒がものごとに自らを関わらせ，生徒の意思や判断に基づく，数学の内容との出会いのある学習が展開できるよう，日々の授業を組み立てることに力を尽くすことである。

数学的活動を日々の授業に生かすことで，これまで以上に数学が好きで，数学の追究を真に愉しむ生徒の姿をはぐくみたい。私たちの数学的活動を授業に生かすことへの挑戦が始まっている。

■課題学習で数学好きに

この数学的活動という言葉は，前回の学習指導要領の改訂（平成 10 年）で，算数科・数学科における目標の中でそれぞれ登場し，使われるようになったものである。

今回の学習指導要領の改訂では，数学的活動を生かした指導を具現するための手だてがなされている。小学校・中学校では，算数的活動・数学的活動が，それぞれ各学年の内容において次のように具体的に示されている。

学習指導要領に示された算数的活動（小学校）

小１　ア　具体物を数える活動
　　　イ　計算の意味や仕方を表す活動
　　　ウ　量の大きさを比べる活動
　　　エ　形を見付けたり，作ったりする活動
　　　オ　場面を式に表す活動
小２　ア　整数が使われている場面を見付ける活動
　　　イ　乗法九九表からきまりを見付ける活動
　　　ウ　量の大きさの見当を付ける活動
　　　エ　図形をかいたり，作ったり，敷き詰めたりする活動
　　　オ　図や式に表し説明する活動
小３　ア　計算の仕方を考え説明する活動
　　　イ　小数や分数の大きさを比べる活動
　　　ウ　単位の関係を調べる活動
　　　エ　正三角形などを作図する活動
　　　オ　資料を分類整理し表を用いて表す活動
小４　ア　計算の結果の見積りをし判断する活動
　　　イ　面積の求め方を考え説明する活動
　　　ウ　面積を実測する活動
　　　エ　平行四辺形などを敷き詰め，図形の性質を調べる活動
　　　オ　身の回りの数量の関係を調べる活動
小５　ア　小数の計算の仕方を考え説明する活動
　　　イ　面積の求め方を考え説明する活動
　　　ウ　合同な図形をかいたり，作ったりする活動
　　　エ　図形の性質を帰納的に考え説明したり，演繹的に考え説明したりする活動
　　　オ　目的に応じて表やグラフを選び活用する活動
小６　ア　分数の計算の仕方を考え説明する活動
　　　イ　単位の関係を調べる活動
　　　ウ　縮図や拡大図，対称な図形を見付ける活動
　　　エ　比例の関係を用いて問題を解決する活動

学習指導要領に示された数学的活動（中学校）

中１　ア　既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだす活動
　　　イ　日常生活で数学を利用する活動
　　　ウ　数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動

中２・中３

ア　既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

イ　日常生活や社会で数学を利用する活動

ウ　数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

数学的活動を生かした指導を具現するための手だては，高等学校数学でもなされ，数学Ｉ，数学Ａの内容に，「課題学習」が位置づけられた。この新たな内容として登場した「課題学習」で大事なことは，数学的活動を特に重視して行うことにそのねらいがあるということだ。

生徒が，実生活と関連づけたり，学習した内容を発展させたりするような，生徒の関心や意欲を高める課題を設ける。それが生徒にとって身近な場面であれば，ものごとに自らを関わらせ，心に浮かんでくる素朴な疑問をつぶやく生徒の姿を，授業の中で見つけることができるだろう。その素朴な疑問を，教師や仲間が大事に聞き合う。それができる教室であれば，進んで課題を発見し，解決を探り始めてゆく生徒の姿，発展的に探り続ける姿を見つけることもできるだろう。また，学習した内容を生活と関連づけ，具体的な事象の考察に活用できる姿や自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり，議論したりする姿にもつなげたい。生徒の主体的な学習を促し，数学のよさを生徒自身が認識できるようにしたい。

課題学習の授業づくりへの挑戦で，生徒が数学を学ぶことの楽しさや意義を実感する契機とできればと期待は膨らむ。

■課題学習の授業づくりを愉しもう

大学生の声に耳を傾けてみると，小学校の算数では決まりの発見など授業で自ら見いだす経験をしてきたことをよく憶えているという。ところが，中学校，高等学校と学年が進むにつれ，そのような経験をあまりしていない，憶えがあまりない，という答えが少なくない。

また，数学とのつきあい方について聞いてみると，自分の力で問いを立てて追究してみたり，力を尽くしてじっくりと時間をかけて深く納得のゆくまで考え抜いてみたり，他の内容とのつながりを探るなどして発展的に考えてみたりする経験に乏しかったと自らを振り返る学生も少なくない。

性質を生徒が自ら見いだす経験，実生活と関連づけて数学を学ぶ意義を感じる経験，与えられた問題を単に解いて終わりではなく，場面や条件を変えたらどうなるか，他の解法はないかなどと発展的に追究する経験など，課題学習を，このような経験を生徒が積む契機にしたい。

意欲的な生徒の動きがある授業は，授業をしていても愉しい。授業前にこちらが予定していたこと，目論んでいたことに収まらない，意外な生徒の反応に心動かされることがある。生徒と一緒に汗をかき数学をする。意欲的な生徒の動きがある授業には，感動があって愉しい。

課題学習の授業づくりを通して，意欲的な生徒の動きのある授業を愉しむことを大事にしたい。

♦　♦　♦

意欲的な生徒の動きのある課題学習の授業づくりに欠かせないのは，よい課題の開発であろう。実生活と関連づけたり，学習した内容を発展させたりすることで，生徒の関心や意欲を高めるよい課題の開発だ。

この課題学習指導事例集は，よい課題のこれまでの追究を形にしたものである。与えられた時間内で形にしたので，もの足りない部分や今後更なる追究が必要な部分もあることだろう。この事例集を手にとられた先生方にご指摘をいただければ幸いである。

この指導事例集では，課題と課題のねらいを示すだけではなく，先生方が授業にご活用いただけるように，授業展開例および授業で生徒に配布して使用するプリント例をも示すことにした。

また，課題学習の実施では，内容との関連を踏まえ，適切な時期や場面を考慮することが大切であるため，「関連する章」，「指導する時期」を示すことにした。併せて，単に解決して終わりではなく，解決の過程を振り返ってよりよい解決を考えたり，更に課題を発展させたりすることができるように，どの事例にも課題の発展性および補足的な発問例なども示すことにした。

生徒とともに先生方に課題学習の授業を愉しんでいただく一つの資料としてお役立ていただけることを切に願う。

◆開平法

数と式

■課題のねらい

平方根を実際に求める計算を知ることで，平方根に対する理解を深める。合わせて，数学的に表現されているものを生徒自身の言葉で説明する機会とする。

■指導時期

第 2 節の「実数」を学習した後

■難易度

標準レベル

■対象となる生徒

実数に関して，教科書の内容がある程度理解できた生徒を対象とする。

■解答例

❶ （略）

❷

$$
\begin{array}{rl}
\phantom{\sqrt{}}4.\,3\;5\;8 & \\
\sqrt{19.000000} & 4 \\
16 & 4 \\
\hline
3\,00 & 83 \\
2\,49 & 3 \\
\hline
5100 & 865 \\
4325 & 5 \\
\hline
77500 & 8708 \\
69664 & 8 \\
\hline
7836 & 8716
\end{array}
$$

小数第 3 位は 8

■授業展開例

開平法が，割り算に似た計算であることに気づかせたい。これによって，無理数がより身近なものになるように展開する。

教科書の平方根表などを例に，平方根の値をどうやって求めているのか自由に考えさせ，その後，プリントの小数第 1 位の部分を読んで，確認する。

❶ については，考えさせた後に口頭で答えさせる。どのような順序で，どのように判断して数を記入していくのか，ひとつひとつ確認していきたい。開平法の仕方がよく理解できたと判断できたら，❷ の問題に取り組ませ，本当に理解できたかどうか確認する。

時間があれば，開平法を用いて生徒がよく知る $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$ の値などを求めさせ，正しく計算できることを確かめさせるとよい。

■補足的な発問の例

19 の平方根の小数第 1 位を求めた後，小数第 2 位を z とし，

$$\left(x+\frac{1}{10}y+\frac{1}{100}z\right)^2 \leqq 19$$

を満たす最大の整数として，z を x，y の値から求めさせる。

■指導上の留意点

$\sqrt{a}$ の平方根を求めさせる場合，$\sqrt{a}$ の整数部分が 1 桁でないときは，a の整数部分を一の位から 2 桁ずつ区切り，a の 2 桁が $\sqrt{a}$ の 1 桁に対応することに注意させる。

■参考文献

新井紀子・新井敏康（2009）
『計算とは何か』p.58 － 65　東京図書

開平法

	年　　組　　番
	名前

　無理数と聞いて最初に思い出すのは，$\sqrt{2}$ です。$\sqrt{2}$ を小数で表すと 1.41421356･･･ になります。「一夜一夜にひとみごろ」というごろ合わせで覚えている人もいるでしょう。ところで，どうすれば $\sqrt{2}=1.41421356\cdots$ であることがわかるのでしょうか。平方根の求め方について調べてみましょう。

課題　$\sqrt{19}$ の値を求めてみよう。

　$4^2=16$，$5^2=25$ であるから，$\sqrt{19}$ の整数部分を x とすると，$x=4$ であることは明らかである。
$\sqrt{19}$ の小数第 1 位の数字を y とすると，y は

$$\left(x+\frac{1}{10}y\right)^2 \leqq 19 \qquad \cdots\cdots ①$$

を満たす最大の整数である。
① の左辺を展開すると

$$x^2+\frac{2}{10}xy+\frac{1}{100}y^2 \leqq 19$$

x^2 を移項して，両辺に 100 を掛けると

$$(10\times 2x+y)y \leqq 100(19-x^2)$$

$x=4$ より　　$(80+y)y \leqq 300$

　これを満たす最大の整数 y は，$83\times 3=249$，$84\times 4=336$ より 3 である。
すなわち，$\sqrt{19}$ の小数第 1 位は 3 である。

　このような計算を繰り返すことで，平方根の値の小数部分を小数第 1 位から順番に求めることができる。

❶　右に示したのは，上の考え方で平方根を求める方法を，筆算のように書いたものです。どのような手順で平方根を求めているのか，説明しなさい。

❷　右の計算では小数第 2 位まで求めていますが，続きを書いて，小数第 3 位を求めなさい。

　このような計算法を **開平法** と言います。開平法を用いて，いろいろな数の平方根を求めてみましょう。

```
    4
  √19.000000    4
   16           4
   ―――         ――
    3           8

        ⇩

    4. 3
  √19.000000    4
   16           4
   ――――――      ――――
    3 00        83
    2 49         3
   ――――――      ――――
      51        86

        ⇩

    4. 3 5
  √19.000000    4
   16           4
   ――――――      ――――
    3 00        83
    2 49         3
   ――――――――    ――――
      5100      865
      4325        5
   ――――――――    ――――
       775      870
```

◆どこまで見える

～意外と知らない地平線までの距離～

図形と計量

■課題のねらい

教科書では，三角比を用いて建物の高さなどを求めた。ここでは自分の目線や，ある高さの地点からどれだけの距離までを見渡すことができるのかなどについて，生徒自身の予想なども含めながら考察する。また，東京スカイツリーのホームページなども参考にしながら学習を深める。

■指導時期

「図形と計量」の学習に入る前であっても，終了した後でも構わない。ただ，円の接線に関する知識などは必要となるので，適宜補って指導してほしい。

■難易度

計算自体は難しくないが，発想としては柔軟なものが求められると考えられる。また，cos の値から角度を求めることも必要になるが，値の桁数が大きくなるので，計算上の注意が必要となる。

■対象となる生徒

教科書の内容が概ね理解できている生徒が対象になるが，感覚的に物事をとらえることができる生徒も授業運営上必要となるので，幅広い学力層の生徒が対象であるといえる。

■解答例

❶ 目線の高さが 1.5m ならば，目の位置から地平線までの直線距離は，地球の半径を 6370 km とすると，三平方の定理より

$$\sqrt{(6370+0.0015)^2-6370^2}=4.37\cdots$$

よって，約 4.4km である。

❷ 展望台の高さが 450m であるから，展望台から地平線までの直線距離は，地球の半径を 6370km とすると，三平方の定理より

$$\sqrt{(6370+0.450)^2-6370^2}=75.717\cdots$$

よって，約 75.7km である。

※計算上は小田原あたりまで見えることになる。

ただし，この考え方では展望台からの直線距離であって，球面になっている地表面上の距離ではない。地表面上の距離を考える際は，次のようにする。

展望台から見える最遠点と東京スカイツリーから地球の中心に下ろした 2 つの直線のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{6370}{6370.450}=0.9999293613\cdots$$

よって　　$\theta=0.6810226179°$

地表面上の直線は，長さ 40009km の円周と考えられるから，求める長さを $x$km とすると

$$360：0.6810226179=40009：x$$

よって　　$y=75.68\cdots\fallingdotseq 75.7$（km）

すなわち，直線距離とほぼ同じ値である。

■授業展開例

(1) 目の高さと仰角と建物までの距離を用いて建物の高さを求めることができることの確認。

(2) 障害物がないとして，自分の位置から地平線までの距離について考察し，計算させる。

(3) 東京スカイツリーのホームページに着目し，関東一円を見渡せるという事実をどう確かめればよいのかを考察し，計算させる。

(4) 地表面上の距離として求めると，実際の直線距離とどのくらい違うのかなどについて，三角比を用いた計算を通じて考察する。

■課題の発展性および補足的な発問の例

図をかくことで円の接線に関する性質も見えてくるので，「図形の性質」の学習内容にも発展させることができる。

また，東京スカイツリーからは天気がよければ富士山も見えるとのことだが，どういう条件があれば見えるのかも考えさせたい。

■指導上の留意点

計算が煩雑になることが見込まれるので，必要に応じて関数電卓や表計算ソフトなどを利用させた方が，理解が進むだろう。

■参考文献

芳沢光雄（2000）『高校「数学基礎」からの市民の数学』日本評論社

東京スカイツリーホームページ

http://www.tokyo-skytree.jp/

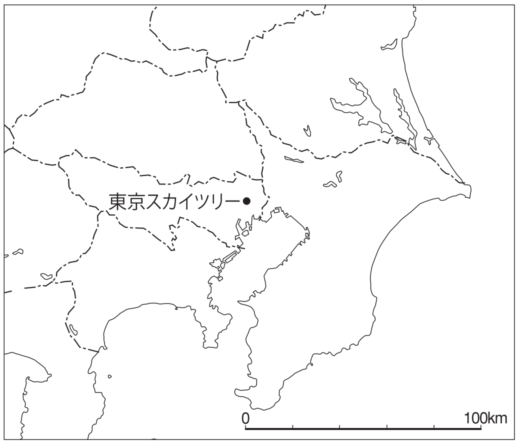
どこまで見える

	年　　組　　番
	名前

❶ どこまでも果てしなく続く道。その先の地平線…いったい，地平線までどのくらい離れているのだろう。その距離は，どうやったら求めることができるのだろう。
障害物がないとしたら，自分の立っている位置から地平線まではどのくらいの距離があるのかを，その求め方も含めて考えてみよう。

❷ 2012 年に完成した東京スカイツリー。その高さは 634m で自立式電波塔としては世界一である。高さの数値 634 をムサシと読むと何だか日本らしい感じがする。
ホームページを見ると「第 2 展望台（高さ 450m）からは，関東一円を見渡す広大なビューが楽しめます」とあるけど，本当だろうか。どうやって確かめればよいか考えてみよう。

- まずは，実際にどのくらいの距離まで見えるか，予想して右の地図にかきこんでみよう。



◆皆既日食の見られる範囲

図形と計量

■課題のねらい

　三角比の知識を活用し，自然現象の仕組みについて数学的に考えることを目的とする。この課題では，日食を題材とする。

　授業ではあまり扱われない天文学的な数値と三角比を組合せながら，天体の不思議を生徒が感じ取ってほしい。また，生徒に，三角比が実測できない距離・長さを求めるうえで有効であることに気づかせ，問題解決に三角比を活用しようとする態度を養いたい。

■指導時期

　正弦定理を利用するため，正弦定理の学習が終わった後に扱う。

■難易度

　標準レベル

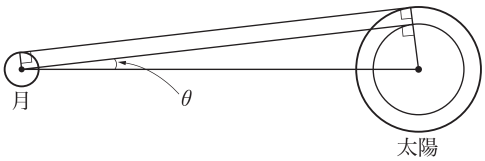
■対象となる生徒

　教科書の内容がある程度理解で来た生徒を対象とする。

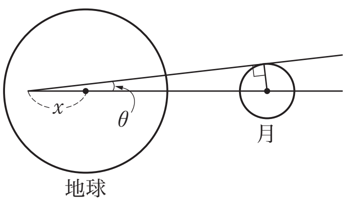
■解答例

　例えば，３つの図に次のように線分や記号を書き加える。

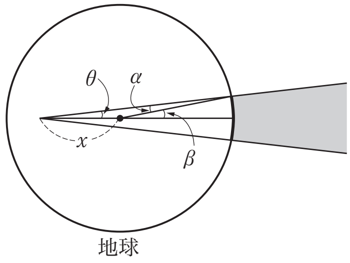
㋐ の図



㋑ の図



㋒ の図



㋐ の図と与えられている長さから $\sin\theta$ を求める。

$\sin\theta = \dfrac{700000-1750}{150000000-370000}$ だが，次のように計算してもほとんど値は変わらない。

$$\sin\theta \fallingdotseq \frac{700000}{150000000} = \frac{7}{1500}$$

㋐ の図で求めた $\sin\theta$ の値を用いて，㋑ の図の x の値を求める。

$$x = \frac{1750}{\sin\theta} - 370000 = 5000$$

㋒ の図で，正弦定理より　$\dfrac{5000}{\sin\alpha} = \dfrac{6400}{\sin\theta}$

よって　$\sin\alpha = \dfrac{7}{1920}$

関数電卓などを使って θ と α を求めると

$$\theta = 0.26738^\circ,\qquad \alpha = 0.20889^\circ$$

であるから　$\beta = \theta + \alpha = 0.47627^\circ$

皆既日食となる範囲は円で，その直径は中心角 2β の扇形の弧と考えられるから，その大きさは

$$2\pi \times 6400 \times \frac{2 \times 0.47627}{360} \fallingdotseq 106\ (\text{km})$$

■課題の発展性および補足的な発問の例

・求めた範囲の面積を，日本の面積と比べてみよう。

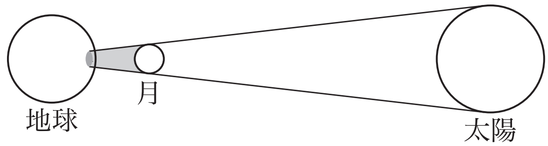
・部分日食が見られる範囲の大きさを求めてみよう。

■指導上の留意点

　図で表すとき，地球，月，太陽の大きさの比率を大きく変えてかかざるを得ない。表の数値を説明する際に説明する必要がある。

　また，三角比を実際の場面で使うことに意義があるので，関数電卓等を用意して煩雑な計算の手間を減らす必要がある。

# 皆既日食の見られる範囲	年　　組　　番
	名前



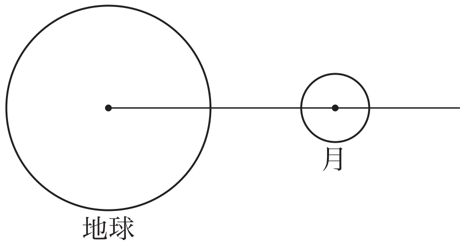
　月が太陽と地球の間に入ることで，地球から見たときに太陽が月の影に隠れてしまう現象を日食といいます。
　日食は，地球上のすべての地域で見られるわけではありません。
　特に，太陽がすべて隠れてしまう皆既日食は，ごく一部の地域でしか見られません。
　では，その地域の範囲はどのくらいの大きさでしょうか。

> **課題**　皆既日食が見られる範囲の大きさを調べてみよう。
> ただし，計算に使うデータは以下のようにする。
> 地球の半径：6400km，月の半径：1750km，太陽の半径：700000km
> 太陽と地球の距離：150000000km，地球と月の距離：370000km

　以下の図などを利用して，上の課題を考えてみよう。

㋐　月と太陽の位置関係

㋑　地球と月の位置関係



㋒　地球の表面