1節 式の計算

1 整式

単項式と多項式

（教科書 p.6）

数，文字およびそれらの積として表される式を（[1]　　　　　　）という。

単項式において，掛け合わされている文字の個数をその単項式の（[2]　　　　　　）といい，数の部分を単項式の（[3]　　　　　　）という。

例1 (1)　$2a$ の次数は（　　　　），係数は（　　　　）
(2)　$-x^2y$ の次数は（　　　　），係数は（　　　　）
(3)　定数 3 は文字を含まないから，次数は（　　　　），係数は（　　　　）

問1 次の単項式の次数と係数を答えよ。
(1)　$5a^4$　　　(2)　xy^3　　　(2)　-7

例2 $-3x^2yz$ は，文字 x に着目すると，　次数は（　　　　），係数は（　　　　）
文字 x と y に着目すると，　次数は（　　　　），係数は（　　　　）

問2 〔　〕内の文字に着目したとき，次の単項式の次数と係数を答えよ。
(1)　$4x^2y^3$　〔y〕　　　(2)　$-2a^2bc^4$　〔b と c〕

（[4]　　　　　　）：単項式の和として表される式。
（[5]　　　　）：多項式の 1 つ 1 つの単項式。
（[6]　　　　　）：単項式と多項式をあわせたもの。

整式の整理

（教科書 p.7）

（[7]　　　　　　）：$2x^2y+4xy+3x^2y$ における $2x^2y$，$3x^2y$ のように，文字の部分が同じ項のこと。

同類項を 1 つにまとめて式を簡単にすることを，整式を（[8]　　　　　　）という。

問3 整式 $3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$ を整理せよ。

（[9]　　　　　）：整理された整式で，各項の次数のうち最も高いもの。
（[10]　　　　　）：次数が n の整式。
（[11]　　　　　）：整式の項の中で，文字を含まない項。

例3 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ は，（　　　　）次式で，定数項は（　　　　）である。

例4 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ を x について整理すると

となり，x については（　　　　）次式で，定数項は（　　　　）である。

問4 次の整式は何次式で，定数項は何か。また，x については何次式で，その場合の定数項は何か。
(1)　$5x^3-3x^2y^3+y^4-8$

(2)　$x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$

（[12]　　　　　　）：ある 1 つの文字に着目して整式を整理するとき，次数の高い項から順に並べること。
（[13]　　　　　　）：次数の低い項から順に並べること。

例5 $x^2+y^2-4xy+5x+3y+2$ を x について降べきの順に整理すると

問5 次の整式を x について降べきの順に整理せよ。
(1)　$5x^2-2+7x^3-3x$

(2)　$2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$

2 整式の加法･減法･乗法

整式の加法･減法

（教科書 p.8）

例 6 整式 $A=4x^2-3x+10$，$B=-2x^2+6$ のとき

$A+B=$

◀かっこをはずす

◀同類項をまとめる

$A-B=$

◀かっこをはずす

◀同類項をまとめる

問6 次の整式 A，B について，$A+B$，$A-B$ を求めよ。

(1) $A=x^3-4x^2-3$，$B=3x^3-5x^2-x+3$

(2) $A=2x^2+y^2$，$B=-x^2-3xy+y^2$

例 7 $A=x^2+x-3$，$B=2x^2-x-4$ のとき

$3A-2B=$

問7 $A=3x^2+2x+1$，$B=-x^2+3x-5$ のとき，次の式を計算せよ。

(1) $A+3B$

(2) $2A-B$

(3) $5(A-B)-3A$

指数法則

（教科書p.9）

a をいくつか掛けたものを a の（[1]　　　　　）という。a を n 個掛けたものを a の（[2]　　　　　）といい，a^n と表す。このとき，n を a^n の（[3]　　　　　）という。

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{ 個}} = a^{n} \leftarrow \text{指数}$$

とくに，$a^1 = a$ である。

一般に次の（[4]　　　　　）が成り立つ。

指数法則
m，n が正の整数のとき $a^m a^n = a^{m+n}$，　$(a^m)^n = a^{mn}$，　$(ab)^n = a^n b^n$

例 8 $a^3 \times a^5 =$　　　　，　　　　$(a^4)^3 =$

$(a^2 b)^4 =$

問8 次の計算をせよ。

(1) $a^6 \times a^2$　　(2) $(ab^3)^3$

(3) $(x^3)^5 \times x^2$　　(4) $x^3 \times (x^2 y^3)^4 \times y^2$

単項式の積は，係数，文字の部分の積をそれぞれ計算すればよい。

例 9 $3x^2y^4 \times (-2x^4y)^3 =$

問9 次の計算をせよ。

(1) $2a^3 \times \frac{1}{4}a^4$

(2) $4a^2b^4 \times (-a^6 b)$

(3) $(-3x^2)^4 \times (x^3)^2$

(4) $64x^3y \times \left(\frac{1}{2}xy^2\right)^5$

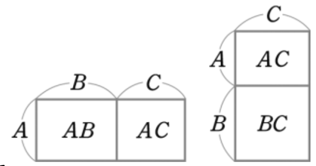
式の展開

（教科書 p.10）

整式の積を計算するには，次の分配法則を用いる。

$A(B + C) = AB + AC$

$(A + B)C = AC + AC$



（[5]　　　　　）：整式の積を単項式の和の形に表すこと。

例 10 $7x(x^2 + 3xy - 2y^2) =$

問 10 次の式を展開せよ。

(1) $3x(2x - 7)$

(2) $(3x^2 - 2x + 1) \times 5x^3$

(3) $-4xy(2x^2 - xy + y^2)$

例11 $(4x+5)(x^2+3x-2)=$

問11 次の式を展開せよ。

(1) $(x+6)(2x+3)$

(2) $(5x-4)(3x+7)$

(3) $(x+4)(2x^2-8x+5)$

(4) $(2x-7)(4x^2-2x+3)$

乗法公式

（教科書p.11）

1 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
3 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
4 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

例12 (1) $(2x+3y)^2=$

(2) $(5x-y)^2=$

(3) $(4x+7y)(4x-7y)=$

(4) $(x+3)(x+6)=$

問12 次の式を展開せよ。

(1) $(3x+y)^2$

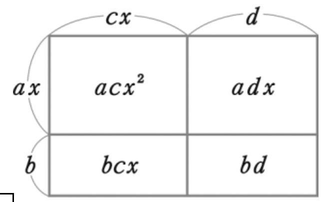
(2) $(8x-3y)^2$

(3) $(6x+5y)(6x-5y)$

(4) $(x+2)(x-7)$

x についての１次式の積は次のようになる。

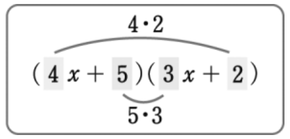
$$(ax+b)(cx+d) = ax(cx+d)+b(cx+d)$$
$$= acx^2+adx+bcx+bd$$
$$= acx^2+(ad+bc)x+bd$$



5 $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$

例 13 $(4x+5)(3x+2)$

$=$



問 13 次の式を展開せよ。

（1） $(2x+1)(5x+2)$

(2) $(3x-4)(2x+5)$

例 14 $(3x-7y)(x+3y) =$

問 14 次の式を展開せよ。

（1） $(x-3y)(4x-y)$

⑵ $(4x+y)(3x-2y)$

展開の工夫

（教科書 p.12）

例 15 $(a+b+c)(a-b+c)$

$=$

◀ $(A+b)(A-b)$

◀ A^2-b^2

問 15 次の式を展開せよ。

（1） $(a+b)(a+b-5)$

⑵ $(a-b+3)(a-b-7)$

⑶ $(x-y-z)(x+y-z)$

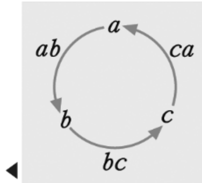
⑷ $(x+y-z)(x-y+z)$

例題 1 次の等式が成り立つことを示せ。

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

証明 $(a+b+c)^2$

$=$



問 16 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$

(2) $(a-b-c)^2$

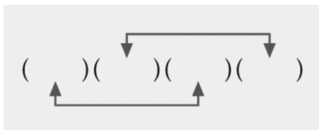
(3) $(x-2y+3z)^2$

例題 2 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

(2) $(a+b)^2(a-b)^2$

解 (1)



(2) $(a+b)^2(a-b)^2$

問 17 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

(3) $(a+2b)^2(a-2b)^2$

(4) $(2x-3y)^2(2x+3y)^2$

問 18 $(a^2+1)(a+1)(a-1)$ を展開せよ。

3 因数分解

(1　　　　　　　　)：整式を 1 次以上のいくつかの整式の積の形に表すこと。

(2　　　　　　)：積をつくる各整式。

$(x+a)(x+b)$
展開↓　↑因数分解
$x^2+(a+b)x+ab$

共通因数をくくり出すこと

（教科書 p.14）

整式の各項に共通な因数があるとき，それをかっこの外にくくり出して，整式を因数分解することができる。　$ma+mb=m(a+b)$

例 16 (1)　$6a^2b+8ab^2=$

(2)　$2xy^2-y^2=$

問 19 次の式を因数分解せよ。

(1)　$9a^2b-6ac$

(2)　$3x^2yz+yz$

(3)　$3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$

例 17 (1)　$a(a+3)-2b(a+3)=$

(2)　$a(x-y)+b(y-x)=$　◀ $y-x=-(x-y)$

問 20 次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x+5y)y-(x+5y)z$

(2)　$4x(y-2)+y-2$

(3)　$(3a-b)x-3a+b$

(4)　$a(b-c)-2c+2b$

2次式の因数分解

（教科書 p.15）

$\boxed{1}$　$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
$\boxed{2}$　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$\boxed{3}$　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$\boxed{4}$　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

例 18 (1)　$x^2+6xy+9y^2=$

(2)　$9x^2-24xy+16y^2=$

(3)　$36x^2-25y^2=$

(4)　$x^2-9x-22=$

問 21 次の式を因数分解せよ。

(1)　$16x^2+8x+1$

(2)　$4x^2-28xy+49y^2$

(3)　$64x^2-81y^2$

(4)　$x^2+13\,x-30$

例 19 $9x^3y-16xy^3=$

問22 次の式を因数分解せよ。

(1)　$25x^4-4x^2y^2$

(2)　$ax^2+12ax+36a$

(3)　x^3-2x^2-48x

(4)　$(a-b)x^2+(b-a)y^2$

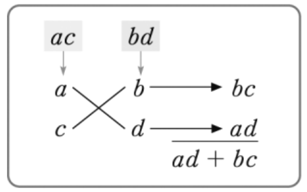
$\boxed{5}$　$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

例 20 $3x^2+2x-5$ を因数分解してみよう。

この式と公式$\boxed{5}$の左辺を比べて，

$ac=3$，$ad+bc=2$，$bd=-5$

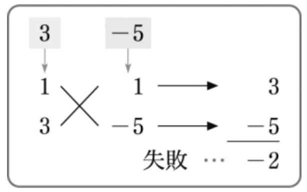
を満たす a，b，c，d の組を見つければよい。



まず，$ac=3$ を満たす整数 a，c の組は，

$a>0$，$c>0$ とすると

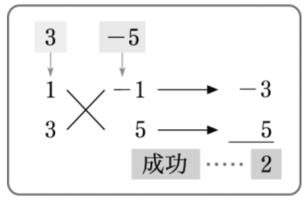
$\begin{cases}a=\\c=\end{cases}$　$\begin{cases}a=\\c=\end{cases}$



また，$bd=-5$ を満たす整数 b，d の組は

$\begin{cases}b=\\d=\end{cases}$　$\begin{cases}b=\\d=\end{cases}$　$\begin{cases}b=\\d=\end{cases}$　$\begin{cases}b=\\d=\end{cases}$

がある。



これらの組について，右のような形式の計算に

よって，$ad+bc=2$ を満たす a，b，c，d の組を

見つける。

よって，(　　　　　　　　　　　　　　　　)

とすればよい。

ゆえに　(　　　　　　　　　　　　　　　　)

(　　　　　　　　　)：このような因数分解の方法のこと。

問 23 次の式を因数分解せよ。

（1） $2x^2+3x+1$

（2） $3x^2-5x-2$

（3） $5x^2+7x-6$

（4） $8x^2+6x-5$

（5） $6x^2-5x-6$

（6） $4x^2-16x+15$

例 21 $8x^2-26xy+15y^2$ を因数分解してみよう。

この式を，x についての 2 次式と考えると

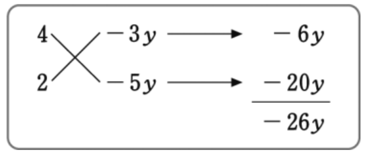
x の係数は　（　　　　　　）

定数項は　　（　　　　　　）

である。

したがって，右の計算より

（　　　　　　　　　　　　　　　　　　）



問 24 次の式を因数分解せよ。

（1） $7x^2+11xy+4y^2$

（2） $12x^2-xy-6y^2$

因数分解の工夫

（教科書 p.17）

式の一部をひとまとめにして，1 つの文字のようにみなすことにより，公式を利用して因数分解できることがある。

例題 3　次の式を因数分解せよ。

(1)　$(a+b)^2-c^2$　　(2)　$(x-2y)(x-2y+5)+6$

解　(1)

(2)

問 25　次の式を因数分解せよ。

(1)　$(a+4b)^2-b^2$

(2)　$9x^2-(y-z)^2$

(3)　$(x-y)^2+4(x-y)-45$

(4)　$(2a+b)(2a+b-9)+20$

応用例題 4　$a^3-ab^2-b^2c+a^2c$ を因数分解せよ。

解　この式は a について 3 次式，b について 2 次式，c について 1 次式であるから，最も次数の低い c について整理する。

$a^3-ab^2-b^2c+a^2c=$

問 26　次の式を因数分解せよ。

(1)　$4xy^2-4y^2-x+1$

(2)　$a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$

応用例題 5　$2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$ を因数分解せよ。

解　この式は x, y のどちらの文字についても 2 次式であるから，たとえば，x について整理する。

$2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$

$=$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & y+1 & \longrightarrow & y+1 \\ 1 & & 2y-3 & \longrightarrow & 4y-6 \\ \hline & & & & 5y-5 \end{array}$$

問 27　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2+3xy+2y^2+5x+7y+6$

(2)　$2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$

応用例題 6　$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ を因数分解せよ。

解　この式は a，b，c のどの文字についても 2 次式であるから，たとえば，a について整理する。

$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

$=$

問 28　$a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$ を因数分解せよ。

問 題

（教科書 p.19）

1 $A=3x^2-4x+1$，$B=-4x^2+3$，$C=2x^2+5x-7$ とするとき，$3(A-2B)+4(B-C)$ を計算せよ。

2 2つの整式の和が $6x^3+2x^2-3x-4$，差が $2x^3-6x^2+3x+12$ であるとき，この2つの整式を求めよ。

3 次の式を展開せよ。

(1) $(3x-1)(x^2+7x-5)$

(2) $(x^2-x+1)^2$

(3) $\left(a-2b-\frac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\frac{1}{2}c\right)$

(4) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) $4x^3-18x^2-10x$

(2) $8a^2-2ab-3b^2$

(3) $(x-3)^2+3-x$

(4) $(x-y)^2-(2x-y)^2$

(5) $4ab^2 - a + 2b - 1$

(6) $x^2 - (a-1)x - a$

(7) $6x^2 + 7xy + 2y^2 - x - y - 1$

(8) $a^3 - ab^2 + b^2c - a^2c$

参考 複２次式の因数分解

（教科書 p.20）

x についての整式が

ax^4+bx^2+c ……①

の形に表されるとき，①を（1　　　　　　　）という。

例1 複 2 次式 x^4+x^2-2 を因数分解してみよう。

$x^2=X$ とおくと

$x^4+x^2-2=$

問1 次の式を因数分解せよ。

（1） x^4-13x^2+36

（2） $8x^4+10x^2-3$

例2 （1） $x^4+3x^2+4=$

（2） $4x^4-8x^2+1=$

問2 次の式を因数分解せよ。

（1） x^4+x^2+1

（2） $9x^4-7x^2+1$

発 展　３次式の乗法公式と因数分解

（教科書 p.21）

3 次式の乗法公式
$\boxed{1}$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$\boxed{2}$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

問1　上の公式 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ が成り立つことを確かめよ。

$\boxed{1}$

$\boxed{2}$

例 1 (1)　$(x+2)^3 =$

(2)　$(3x-2y)^3 =$

問2　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)^3$

(2)　$(2x-y)^3$

3 次式の因数分解の公式
$\boxed{3}$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$\boxed{4}$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

問3　上の公式 $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ が成り立つことを，右辺を展開することにより確かめよ。

$\boxed{3}$

$\boxed{4}$

例 2 (1)　$x^3 + 8 =$

(2)　$27x^3 - 8y^3 =$

問4　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^3 + 125$

(2)　$64x^3 - 27y^3$

1 節 式の計算

1 整式

単項式と多項式

（教科書 p.6）

数，文字およびそれらの積として表される式を（[1] 単項式 ）という。

単項式において，掛け合わされている文字の個数をその単項式の（[2] 次数 ）といい，数の部分を単項式の（[3] 係数 ）という。

例1 (1) $2a$ の次数は（ 1 ），係数は（ 2 ）

(2) $-x^2y$ の次数は（ 3 ），係数は（ -1 ）

(3) 定数 3 は文字を含まないから，次数は（ 0 ），係数は（ 3 ）

問1 次の単項式の次数と係数を答えよ。

(1) $5a^4$
次数は 4，
係数は 5

(2) xy^3
次数は 4，
係数は 1

(2) -7
次数は 0，
係数は -7

例2 $-3x^2yz$ は，文字 x に着目すると， 次数は（ 2 ），係数は（ $-3yz$ ）

文字 x と y に着目すると， 次数は（ 3 ），係数は（ $-3z$ ）

問2 〔 〕内の文字に着目したとき，次の単項式の次数と係数を答えよ。

(1) $4x^2y^3$ 〔y〕
次数は 3，
係数は $4x^2$

(2) $-2a^2bc^4$ 〔b と c〕
次数は 5，
係数は $-2a^2$

（[4] 多項式 ）：単項式の和として表される式。

（[5] 項 ）：多項式の 1 つ 1 つの単項式。

（[6] 整式 ）：単項式と多項式をあわせたもの。

整式の整理

（教科書 p.7）

（[7] 同類項 ）：$2x^2y+4xy+3x^2y$ における $2x^2y$，$3x^2y$ のように，文字の部分が同じ項のこと。

同類項を 1 つにまとめて式を簡単にすることを，整式を（[8] 整理する ）という。

問3 整式 $3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$ を整理せよ。

$3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$
$=(3-7)x^2y+(4+5)xy-4$
$=-4x^2y+9xy-4$

（[9] 次数 ）：整理された整式で，各項の次数のうち最も高いもの。

（[10] n 次式 ）：次数が n の整式。

（[11] 定数項 ）：整式の項の中で，文字を含まない項。

例3 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ は，（ 3 ）次式で，定数項は（ 5 ）である。

例4 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ を x について整理すると

$4x^2+(y^2-2)x+(y+5)$

となり，x については（ 2 ）次式で，定数項は（ $y+5$ ）である。

問4 次の整式は何次式で，定数項は何か。また，x については何次式で，その場合の定数項は何か。

(1) $5x^3-3x^2y^3+y^4-8$

最も次数の高い項が $-3x^2y^3$ であるから，5 次式で，定数項は -8 である。
また，x について整理すると
$5x^3-3y^3x^2+(y^4-8)$
よって，x については 3 次式で，定数項は y^4-8 である。

(2) $x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$

最も次数の高い項は x^3 と x^2y であるから，3 次式で，定数項は 1 である。
また，x について整理すると
$x^3+yx^2+7x+(-y^2-4y+1)$
よって，x については 3 次式で，定数項は $-y^2-4y+1$ である。

（[12] 降べきの順 ）：ある 1 つの文字に着目して整式を整理するとき，次数の高い項から順に並べること。

（[13] 昇べきの順 ）：次数の低い項から順に並べること。

例5 $x^2+y^2-4xy+5x+3y+2$ を x について降べきの順に整理すると

$x^2+(-4y+5)x+(y^2+3y+2)$

問5 次の整式を x について降べきの順に整理せよ。

(1) $5x^2-2+7x^3-3x$
$=7x^3+5x^2-3x-2$

(2) $2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$
$=2x^2+(5y-1)x+(y^2+5y-4)$

2 整式の加法･減法･乗法

整式の加法･減法

（教科書 p.8）

例 6 整式 $A=4x^2-3x+10$，$B=-2x^2+6$ のとき

$A+B=(4x^2-3x+10)+(-2x^2+6)$

$=4x^2-3x+10-2x^2+6$ ◀かっこをはずす

$=(4-2)x^2-3x+10+6$ ◀同類項をまとめる

$=2x^2-3x+16$

$A-B=(4x^2-3x+10)-(-2x^2+6)$

$=4x^2-3x+10+2x^2-6$ ◀かっこをはずす

$=(4+2)x^2-3x+10-6$ ◀同類項をまとめる

$=6x^2-3x+4$

問6 次の整式 A，B について，$A+B$，$A-B$ を求めよ。

(1)　$A=x^3-4x^2-3$，$B=3x^3-5x^2-x+3$

$A+B$

$=(x^3-4x^2-3)+(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3+3x^3-5x^2-x+3$

$=(1+3)x^3+(-4-5)x^2-x-3+3$

$=4x^3-9x^2-x$

$A-B$

$=(x^3-4x^2-3)-(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3-3x^3+5x^2+x-3$

$=(1-3)x^3+(-4+5)x^2+x-3-3$

$=-2x^3+x^2+x-6$

(2)　$A=2x^2+y^2$，$B=-x^2-3xy+y^2$

$A+B$

$=(2x^2+y^2)+(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2-x^2-3xy+y^2$

$=(2-1)x^2-3xy+(1+1)y^2$

$=x^2-3xy+2y^2$

$A-B$

$=(2x^2+y^2)-(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2+x^2+3xy-y^2$

$=(2+1)x^2+3xy+(1-1)y^2$

$=3x^2+3xy$

例 7 $A=x^2+x-3$，$B=2x^2-x-4$ のとき

$3A-2B=3(x^2+x-3)-2(2x^2-x-4)$

$=3x^2+3x-9-4x^2+2x+8$

$=(3-4)x^2+(3+2)x-9+8$

$=-x^2+5x-1$

問7 $A=3x^2+2x+1$，$B=-x^2+3x-5$ のとき，次の式を計算せよ。

(1)　$A+3B$

$=(3x^2+2x+1)+3(-x^2+3x-5)$

$=3x^2+2x+1-3x^2+9x-15$

$=(3-3)x^2+(2+9)x+1-15$

$=11x-14$

(2)　$2A-B$

$=2(3x^2+2x+1)-(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+x^2-3x+5$

$=(6+1)x^2+(4-3)x+2+5$

$=7x^2+x+7$

(3)　$5(A-B)-3A$

$=5A-5B-3A$

$=2A-5B$

$=2(3x^2+2x+1)-5(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+5x^2-15x+25$

$=(6+5)x^2+(4-15)x+2+25$

$=11x^2-11x+27$

指数法則

（教科書p.9）

a をいくつか掛けたものを a の（^{1}　累乗　）という。a を n 個掛けたものを a の（^{2}　n 乗　）といい，a^n と表す。このとき，n を a^n の（^{3}　指数　）という。

$$\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{ 個}}=a^{n} \leftarrow \text{指数}$$

とくに，$a^1=a$ である。

一般に次の（^{4}　指数法則　）が成り立つ。

指数法則
m，n が正の整数のとき $a^m a^n = a^{m+n}$，　$(a^m)^n = a^{mn}$，　$(ab)^n = a^n b^n$

例 8 $a^3\times a^5 = a^{3+5} = a^8$，　$(a^4)^3 = a^{4\times3} = a^{12}$

$(a^2b)^4 = (a^2)^4b^4 = a^{2\times4}b^4 = a^8b^4$

問8 次の計算をせよ。

(1)　$a^6\times a^2$
$= a^{6+2} = a^8$

(2)　$(ab^3)^3$
$= a^3(b^3)^3 = a^3b^{3\times3} = a^3b^9$

(3)　$(x^3)^5\times x^2$
$= x^{(3\times5+2)} = x^{17}$

(4)　$x^3\times(x^2y^3)^4\times y^2$
$= x^{(3+2\times4)}\times y^{(3\times4+2)} = x^{11}y^{14}$

単項式の積は，係数，文字の部分の積をそれぞれ計算すればよい。

例 9 $3x^2y^4\times(-2x^4y)^3 = 3x^2y^4\times(-2)^3(x^4)^3y^3$
$= 3\times(-2)^3\times x^2x^{12}y^4y^3 = -24x^{14}y^7$

問9 次の計算をせよ。

(1)　$2a^3\times\frac{1}{4}a^4$
$= 2\times\frac{1}{4}\times a^3a^4 = \frac{1}{2}a^7$

(2)　$4a^2b^4\times(-a^6b)$
$= 4\times(-1)\times a^2a^6b^4b = -4a^8b^5$

(3)　$(-3x^2)^4\times(x^3)^2$
$= (-3)^4(x^2)^4\times x^6$
$= (-3)^4\times x^8x^6 = 81x^{14}$

(4)　$64x^3y\times\left(\frac{1}{2}xy^2\right)^5$
$= 64x^3y\times\left(\frac{1}{2}\right)^5x^5(y^2)^5$
$= 64\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\times x^3x^5yy^{10} = 2x^8y^{11}$

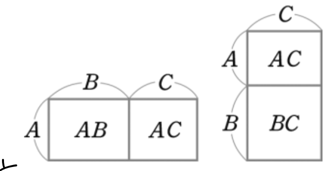
式の展開

（教科書 p.10）

整式の積を計算するには，次の分配法則を用いる。

$A(B+C) = AB+AC$

$(A+B)C = AC+AC$



（^{5}　展開　）：整式の積を単項式の和の形に表すこと。

例 10 $7x(x^2+3xy-2y^2) = 7x\cdot x^2+7x\cdot3xy+7x\cdot(-2y^2)$
$= 7x^3+21x^2y-14xy^2$

問 10 次の式を展開せよ。

(1)　$3x(2x-7)$
$= 3x\cdot2x+3x\cdot(-7)$
$= 6x^2-21x$

(2)　$(3x^2-2x+1)\times5x^3$
$= 3x^2\cdot5x^3-2x\cdot5x^3+1\cdot5x^3$
$= 15x^5-10x^4+5x^3$

(3)　$-4xy(2x^2-xy+y^2)$
$= -4xy\cdot2x^2-4xy\cdot(-xy)-4xy\cdot y^2$
$= -8x^3y+4x^2y^2-4xy^3$

例11 $(4x+5)(x^2+3x-2)=4x(x^2+3x-2)+5(x^2+3x-2)$
$=4x^3+12x^2-8x+5x^2+15x-10$
$=4x^3+(12+5)x^2+(-8+15)x-10$
$=4x^3+17x^2+7x-10$

問11 次の式を展開せよ。

(1) $(x+6)(2x+3)$
$=x(2x+3)+6(2x+3)$
$=2x^2+3x+12x+18$
$=2x^2+15x+18$

(2) $(5x-4)(3x+7)$
$=5x(3x+7)-4(3x+7)$
$=15x^2+35x-12x-28$
$=15x^2+23x-28$

(3) $(x+4)(2x^2-8x+5)$
$=x(2x^2-8x+5)+4(2x^2-8x+5)$
$=2x^3-8x^2+5x+8x^2-32x+20$
$=2x^3-27x+20$

(4) $(2x-7)(4x^2-2x+3)$
$=2x(4x^2-2x+3)-7(4x^2-2x+3)$
$=8x^3-4x^2+6x-28x^2+14x-21$
$=8x^3-32x^2+20x-21$

乗法公式

（教科書p.11）

$\boxed{1}$ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$\boxed{2}$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$\boxed{3}$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$\boxed{4}$ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

例12
(1) $(2x+3y)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$
(2) $(5x-y)^2=(5x)^2-2\cdot 5x\cdot y+y^2=25x^2-10xy+y^2$
(3) $(4x+7y)(4x-7y)=(4x)^2-(7y)^2=16x^2-49y^2$
(4) $(x+3)(x+6)=x^2+(3+6)x+3\cdot 6=x^2+9x+18$

問12 次の式を展開せよ。

(1) $(3x+y)^2$
$=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot y+y^2$
$=9x^2+6xy+y^2$

(2) $(8x-3y)^2$
$=(8x)^2-2\cdot 8x\cdot 3y+(3y)^2$
$=64x^2-48xy+9y^2$

(3) $(6x+5y)(6x-5y)$
$=(6x)^2-(5y)^2$
$=36x^2-25y^2$

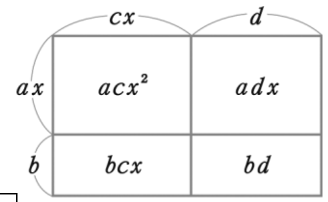
(4) $(x+2)(x-7)$
$=x^2+(2-7)x+2\cdot(-7)$
$=x^2-5x-14$

x についての 1 次式の積は次のようになる。

$(ax+b)(cx+d) = ax(cx+d) + b(cx+d)$

$= acx^2 + adx + bcx + bd$

$= acx^2 + (ad+bc)x + bd$

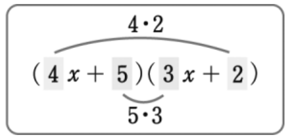


5 $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

例 13 $(4x+5)(3x+2)$

$= 4\cdot 3x^2 + (4\cdot 2 + 5\cdot 3)x + 5\cdot 2$

$= 12x^2 + 23x + 10$



問 13 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+1)(5x+2)$

$= 2\cdot 5x^2 + (2\cdot 2 + 1\cdot 5)x + 1\cdot 2$

$= 10x^2 + 9x + 2$

(2) $(3x-4)(2x+5)$

$= 3\cdot 2x^2 + (3\cdot 5 - 4\cdot 2)x - 4\cdot 5$

$= 6x^2 + 7x - 20$

例 14 $(3x-7y)(x+3y) = 3x^2 + (3\cdot 3 - 7\cdot 1)xy - 7\cdot 3y^2$

$= 3x^2 + 2xy - 21y^2$

問 14 次の式を展開せよ。

(1) $(x-3y)(4x-y)$

$= 1\cdot 4x^2 + \{1\cdot(-1) - 3\cdot 4\}xy - 3\cdot(-1)y^2$

$= 4x^2 - 13xy + 3y^2$

(2) $(4x+y)(3x-2y)$

$= 4\cdot 3x^2 + \{4\cdot(-2) + 1\cdot 3\}xy + 1\cdot(-2)y^2$

$= 12x^2 - 5xy - 2y^2$

展開の工夫

(教科書 p.12)

例 15 $(a+b+c)(a-b+c)$

$= \{(a+c)+b\}\{(a+c)-b\}$

$= (a+c)^2 - b^2$

$= a^2 + 2ac + c^2 - b^2$

◀ $(A+b)(A-b)$

◀ $A^2 - b^2$

問 15 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)(a+b-5)$

$= (a+b)\{(a+b)-5\}$

$= (a+b)^2 - 5(a+b)$

$= a^2 + 2ab + b^2 - 5a - 5b$

(2) $(a-b+3)(a-b-7)$

$= \{(a-b)+3\}\{(a-b)-7\}$

$= (a-b)^2 - 4(a-b) - 21$

$= a^2 - 2ab + b^2 - 4a + 4b - 21$

(3) $(x-y-z)(x+y-z)$

$= \{(x-z)-y\}\{(x-z)+y\}$

$= (x-z)^2 - y^2$

$= x^2 - 2xz + z^2 - y^2$

(4) $(x+y-z)(x-y+z)$

$= \{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$= x^2 - (y-z)^2$

$= x^2 - (y^2 - 2yz + z^2)$

$= x^2 - y^2 + 2yz - z^2$

例題 1 次の等式が成り立つことを示せ。

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

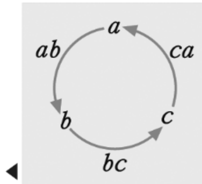
証明 $(a+b+c)^2$

$=\{(a+b)+c\}^2$

$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$



問 16 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$

$=a^2+b^2+(-c)^2+2ab+2b(-c)+2(-c)a$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

(2) $(a-b-c)^2$

$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$

$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

(3) $(x-2y+3z)^2$

$=x^2+(-2y)^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot(-2y)+2\cdot(-2y)\cdot 3z+2\cdot 3z\cdot x$

$=x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx$

例題 2 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

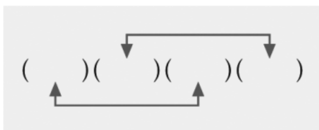
(2) $(a+b)^2(a-b)^2$

解 (1) $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$=\{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\}$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=x^4-13x^2+36$



(2) $(a+b)^2(a-b)^2$

$=\{(a+b)(a-b)\}^2$

$=(a^2-b^2)^2$

$=a^4-2a2b^2+b^4$

問 17 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$

$=\{(x+2)(x-2)\}\{(x+5)(x-5)\}$

$=(x^2-4)(x^2-25)$

$=x^4-29x^2+100$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

$=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

$=\{(x^2+5x)+4\}\{(x^2+5x)+6\}$

$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$

$=x^4+10x^3+25x^2+10x^2+50x+24$

$=x^4+10x^3+35x^2+50x+24$

(3) $(a+2b)^2(a-2b)^2$

$=\{(a+2b)(a-2b)\}^2$

$=(a^2-4b^2)^2$

$=a^4-8a^2b^2+16b^4$

(4) $(2x-3y)^2(2x+3y)^2$

$=\{(2x-3y)(2x+3y)\}^2$

$=(4x^2-9y^2)^2$

$=16x^4-72x^2y^2+81y^4$

問 18 $(a^2+1)(a+1)(a-1)$ を展開せよ。

$(a^2+1)(a+1)(a-1)$

$=(a^2+1)(a^2-1)$

$=(a^2)^2-1$

$=a^4-1$

3 因数分解

(1 因数分解): 整式を1次以上のいくつかの整式の積の形に表すこと。

(2 因数): 積をつくる各整式。

$$(x+a)(x+b)$$
展開↓ ↑因数分解
$$x^2+(a+b)x+ab$$

共通因数をくくり出すこと

(教科書 p.14)

整式の各項に共通な因数があるとき，それをかっこの外にくくり出して，整式を因数分解することができる。 $ma+mb=m(a+b)$

例 16 (1) $6a^2b+8ab^2=2ab\cdot 3a+2ab\cdot 4b$
$=2ab(3a+4b)$

(2) $2xy^2-y^2=2x\cdot y^2-1\cdot y^2$
$=(2x-1)y^2$

問 19 次の式を因数分解せよ。

(1) $9a^2b-6ac$
$=3a\cdot 3ab-3a\cdot 2c$
$=3a(3ab-2c)$

(2) $3x^2yz+yz$
$=3x^2\cdot yz+1\cdot yz$
$=(3x^2+1)yz$

(3) $3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$
$=3a^2b^2\cdot a-3a^2b^2\cdot 2b+3a^2b^2\cdot 4c$
$=3a^2b^2(a-2b+4c)$

例 17 (1) $a(a+3)-2b(a+3)=(a+3)(a-2b)$

(2) $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$ ◀ $y-x=-(x-y)$
$=(a-b)(x-y)$

問 20 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+5y)y-(x+5y)z$
$=(x+5y)(y-z)$

(2) $4x(y-2)+y-2$
$=4x(y-2)+(y-2)$
$=(4x+1)(y-2)$

(3) $(3a-b)x-3a+b$
$=(3a-b)x-(3a-b)$
$=(3a-b)(x-1)$

(4) $a(b-c)-2c+2b$
$=a(b-c)+(2b-2c)$
$=a(b-c)+2(b-c)$
$=(a+2)(b-c)$

2次式の因数分解

(教科書 p.15)

1. $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
2. $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
3. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
4. $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

例 18 (1) $x^2+6xy+9y^2=x^2+2\cdot x\cdot 3y+(3y)^2$
$=(x+3y)^2$

(2) $9x^2-24xy+16y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 4y+(4y)^2$
$=(3x-4y)^2$

(3) $36x^2-25y^2=(6x)^2-(5y)^2$
$=(6x+5y)(6x-5y)$

(4) $x^2-9x-22=x^2+\{2+(-11)\}x+2\cdot(-11)$
$=(x+2)(x-11)$

問 21 次の式を因数分解せよ。

(1) $16x^2+8x+1$

$=(4x)^2+2\cdot 4x\cdot 1+1^2$

$=(4x+1)^2$

(2) $4x^2-28xy+49y^2$

$=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 7y+(7y)^2$

$=(2x-7y)^2$

(3) $64x^2-81y^2$

$=(8x)^2-(9y)^2$

$=(8x+9y)(8x-9y)$

(4) $x^2+13x-30$

$=x^2+\{(-2)+15\}x+(-2)\cdot 15$

$=(x-2)(x+15)$

例 19 $9x^3y-16xy^3=xy(9x^2-16y^2)$

$=xy\{(3x)^2-(4y)^2\}$

$=xy(3x+4y)(3x-4y)$

問22 次の式を因数分解せよ。

(1) $25x^4-4x^2y^2$

$=x^2(25x^2-4y^2)$

$=x^2\{(5x)^2-(2y)^2\}$

$=x^2(5x+2y)(5x-2y)$

(2) $ax^2+12ax+36a$

$=a(x^2+12x+36)$

$=a(x+6)^2$

(3) x^3-2x^2-48x

$=x(x^2-2x-48)$

$=x(x+6)(x-8)$

(4) $(a-b)x^2+(b-a)y^2$

$=(a-b)x^2-(a-b)y^2$

$=(a-b)(x^2-y^2)$

$=(a-b)(x+y)(x-y)$

$\boxed{5}$ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

例 20 $3x^2+2x-5$ を因数分解してみよう。

この式と公式$\boxed{5}$の左辺を比べて，

$ac=3$，$ad+bc=2$，$bd=-5$

を満たす a，b，c，d の組を見つければよい。

まず，$ac=3$ を満たす整数 a，c の組は，

$a>0$，$c>0$ とすると

$\begin{cases}a=1\\c=3\end{cases}$ $\begin{cases}a=3\\c=1\end{cases}$

また，$bd=-5$ を満たす整数 b，d の組は

$\begin{cases}b=1\\d=-5\end{cases}$ $\begin{cases}b=5\\d=-1\end{cases}$ $\begin{cases}b=-1\\d=5\end{cases}$ $\begin{cases}b=-5\\d=1\end{cases}$

がある。

これらの組について，右のような形式の計算に

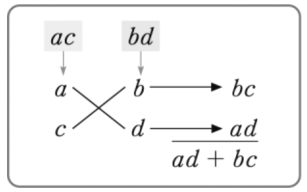
よって，$ad+bc=2$ を満たす a，b，c，d の組を

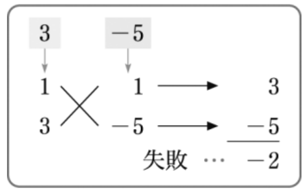
見つける。

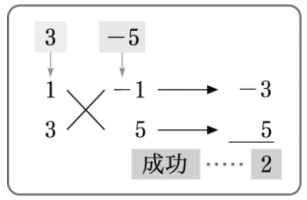
よって，（ $a=1$，$b=-1$，$c=3$，$d=5$ ）

とすればよい。

ゆえに （ $3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$ ）







（ たすき掛け ）：このような因数分解の方法のこと。

問 23 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2+3x+1$

$= (x+1)(2x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 1 & \longrightarrow & 2 \\ 2 & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline & & & & 3 \end{array}$$

(2) $3x^2-5x-2$

$= (x-2)(3x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -2 & \longrightarrow & -6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline & & & & -5 \end{array}$$

(3) $5x^2+7x-6$

$= (x+2)(5x-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2 & \longrightarrow & 10 \\ 5 & & -3 & \longrightarrow & -3 \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$

(4) $8x^2+6x-5$

$= (2x-1)(4x+5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -1 & \longrightarrow & -4 \\ 4 & & 5 & \longrightarrow & 10 \\ \hline & & & & 6 \end{array}$$

(5) $6x^2-5x-6$

$= (2x-3)(3x+2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & 2 & \longrightarrow & 4 \\ \hline & & & & -5 \end{array}$$

(6) $4x^2-16x+15$

$= (2x-3)(2x-5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & -5 & \longrightarrow & -10 \\ \hline & & & & -16 \end{array}$$

例 21 $8x^2-26xy+15y^2$ を因数分解してみよう。

この式を，x についての2次式と考えると

x の係数は　（　$-26y$　）

定数項は　（　$15y^2$　）

である。

したがって，右の計算より

（　$8x^2-26xy+15y^2=(4x-3y)(2x-5y)$　）

$$\begin{array}{ccccc} 4 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3y & \longrightarrow & -6y \\ 2 & & -5y & \longrightarrow & -20y \\ \hline & & & & -26y \end{array}$$

問 24 次の式を因数分解せよ。

(1) $7x^2+11xy+4y^2$

$= (x+y)(7x+4y)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & y & \longrightarrow & 7y \\ 7 & & 4y & \longrightarrow & 4y \\ \hline & & & & 11y \end{array}$$

(2) $12x^2-xy-6y^2$

$= (3x+2y)(4x-3y)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2y & \longrightarrow & 8y \\ 4 & & -3y & \longrightarrow & -9y \\ \hline & & & & -y \end{array}$$

因数分解の工夫

（教科書 p.17）

式の一部をひとまとめにして，1 つの文字のようにみなすことにより，公式を利用して因数分解できることがある。

例題 3 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+b)^2-c^2$ (2) $(x-2y)(x-2y+5)+6$

解 (1) $(a+b)^2-c^2=\{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}$

$=(a+b+c)(a+b-c)$

(2) $(x-2y)(x-2y+5)+6=(x-2y)\{(x-2y)+5\}+6$

$=(x-2y)^2+5(x-2y)+6$

$=\{(x-2y)+2\}\{(x-2y)+3\}$

$=(x-2y+2)(x-2y+3)$

問 25 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+4b)^2-b^2$

$=\{(a+4b)+b\}\{(a+4b)-b\}$

$=(a+5b)(a+3b)$

(2) $9x^2-(y-z)^2$

$=(3x)^2-(y-z)^2$

$=\{3x+(y-z)\}\{3x-(y-z)\}$

$=(3x+y-z)(3x-y+z)$

(3) $(x-y)^2+4(x-y)-45$

$=\{(x-y)-5\}\{(x-y)+9\}$

$=(x-y-5)(x-y+9)$

(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$

$=(2a+b)\{(2a+b)-9\}+20$

$=(2a+b)^2-9(2a+b)+20$

$=\{(2a+b)-4\}\{(2a+b)-5\}$

$=(2a+b-4)(2a+b-5)$

応用 例題 4 $a^3-ab^2-b^2c+a^2c$ を因数分解せよ。

解 この式は a について 3 次式，b について 2 次式，c について 1 次式であるから，最も次数の低い c について整理する。

$a^3-ab^2-b^2c+a^2c=(a^2-b^2)c+(a^3-ab^2)$

$=(a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(a+c)$

$=(a+b)(a-b)(a+c)$

問 26 次の式を因数分解せよ。

(1) $4xy^2-4y^2-x+1$

$=(4y^2-1)x-(4y^2-1)$

$=(4y^2-1)(x-1)$

$=(2y+1)(2y-1)(x-1)$

(2) $a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$

$=(a^2-9b^2)c+(a^3-9ab^2)$

$=(a^2-9b^2)c+a(a^2-9b^2)$

$=(a^2-9b^2)(a+c)$

$=(a+3b)(a-3b)(a+c)$

応用例題 5 $2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$ を因数分解せよ。

解 この式は x, y のどちらの文字についても 2 次式であるから，たとえば，x について整理する。

$$
\begin{aligned}
&2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3\\
&=2x^2+(5y-5)x+(2y^2-y-3)\\
&=2x^2+(5y-5)x+(2y-3)(y+1)\\
&=\{2x+(y+1)\}\{x+(2y-3)\}\\
&=(2x+y+1)(x+2y-3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
2 & \searrow\!\!\!\nearrow & y+1 \longrightarrow & y+1\\
1 & & 2y-3 \longrightarrow & 4y-6\\
\hline
 & & & 5y-5
\end{array}
$$

問 27 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+3xy+2y^2+5x+7y+6$

$$
\begin{aligned}
&=x^2+(3y+5)x+(2y^2+7y+6)\\
&=x^2+(3y+5)x+(y+2)(2y+3)\\
&=\{x+(y+2)\}\{x+(2y+3)\}\\
&=(x+y+2)(x+2y+3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
1 & \searrow\!\!\!\nearrow & y+2 \longrightarrow & y+2\\
1 & & 2y+3 \longrightarrow & 2y+3\\
\hline
 & & & 3y+5
\end{array}
$$

(2) $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$

$$
\begin{aligned}
&=2x^2+(-3y+1)x-(2y^2-3y+1)\\
&=2x^2+(-3y+1)x-(y-1)(2y-1)\\
&=\{x-(2y-1)\}\{2x+(y-1)\}\\
&=(x-2y+1)(2x+y-1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
1 & \searrow\!\!\!\nearrow & -(2y-1) \longrightarrow & -4y+2\\
2 & & y-1 \longrightarrow & y-1\\
\hline
 & & & -3y+1
\end{array}
$$

応用例題 6 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ を因数分解せよ。

解 この式は a，b，c のどの文字についても 2 次式であるから，たとえば，a について整理する。

$$
\begin{aligned}
&a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\\
&=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+(b^2c-bc^2)\\
&=(b-c)a^2-(b-c)(b+c)a+bc(b-c)\\
&=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&=(b-c)(a-b)(a-c)\\
&=-(a-b)(b-c)(c-a)
\end{aligned}
$$

問 28 $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$ を因数分解せよ。

$$
\begin{aligned}
&a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc\\
&=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)\,a+(b^2c+bc^2)\\
&=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)\\
&=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}\\
&=(b+c)(a+b)(a+c)\\
&=(a+b)(b+c)\,(c+a)
\end{aligned}
$$

問 題

（教科書 p.19）

1　$A=3x^2-4x+1$，$B=-4x^2+3$，$C=2x^2+5x-7$ とするとき，$3(A-2B)+4(B-C)$ を計算せよ。

$3(A-2B)+4(B-C)$
$=3A-6B+4B-4C$
$=3A-2B-4C$
$=3(3x^2-4x+1)-2(-4x^2+3)-4(2x^2+5x-7)$
$=9x^2-12x+3+8x^2-6-8x^2-20x+28$
$=(9+8-8)x^2+(-12-20)x+3-6+28$
$=9x^2-32x+25$

2　2 つの整式の和が $6x^3+2x^2-3x-4$，差が $2x^3-6x^2+3x+12$ であるとき，この 2 つの整式を求めよ。

2 つの整式を A，B とおくと
$A+B=6x^3+2x^2-3x-4$　……①
$A-B=2x^3-6x^2+3x+12$　……②
①＋②より　$2A=8x^3-4x^2+8$
①－②より　$2B=4x^3+8x^2-6x-16$
よって　$A=4x^3-2x^2+4$
$B=2x^3+4x^2-3x-8$
すなわち，2 つの整式は
$4x^3-2x^2+4$，$2x^3+4x^2-3x-8$

3　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-1)(x^2+7x-5)$
$=3x(x^2+7x-5)-(x^2+7x-5)$
$=3x^3+21x^2-15x-x^2-7x+5$
$=3x^3+(21-1)x^2+(-15-7)x+5$
$=3x^3+20x^2-22x+5$

(2)　$(x^2-x+1)^2$
$=(x^2)^2+(-x)^2+1^2+2\cdot x^2\cdot(-x)+2\cdot(-x)\cdot 1+2\cdot 1\cdot x^2$
$=x^4+x^2+1-2x^3-2x+2x^2$
$=x^4-2x^3+3x^2-2x+1$

(3)　$\left(a-2b-\frac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\frac{1}{2}c\right)$
$=\left\{a-\left(2b+\frac{1}{2}c\right)\right\}\left\{a+\left(2b+\frac{1}{2}c\right)\right\}$
$=a^2-\left(2b+\frac{1}{2}c\right)^2$
$=a^2-\left(4b^2+2bc+\frac{1}{4}c^2\right)$
$=a^2-4b^2-\frac{1}{4}c^2-2bc$

(4)　$(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$
$=\{(x-1)(x+6)\}\{(x-2)(x+3)\}$
$=(x^2+5x-6)(x^2+x-6)$
$=\{(x^2-6)+5x\}\{(x^2-6)+x\}$
$=(x^2-6)^2+6x(x^2-6)+5x^2$
$=x^4-12x^2+36+6x^3-36x+5x^2$
$=x^4+6x^3-7x^2-36x+36$

4　次の式を因数分解せよ。

(1)　$4x^3-18x^2-10x$
$=2x(2x^2-9x-5)$
$=2x(2x+1)(x-5)$

(2)　$8a^2-2ab-3b^2$
$=(2a+b)(4a-3b)$

(3)　$(x-3)^2+3-x$
$=(x-3)^2-(x-3)$
$=(x-3)\{(x-3)-1\}$
$=(x-3)(x-4)$

(4)　$(x-y)^2-(2x-y)^2$
$=\{(x-y)+(2x-y)\}\{(x-y)-(2x-y)\}$
$=(3x-2y)(-x)$
$=-x(3x-2y)$

(5) $4ab^2 - a + 2b - 1$

$= (4b^2 - 1)a + (2b - 1)$

$= (2b + 1)(2b - 1)a + (2b - 1)$

$= (2b - 1)\{(2b + 1)a + 1\}$

$= (2b - 1)(2ab + a + 1)$

(6) $x^2 - (a - 1)x - a$

$= x^2 - ax + x - a$

$= -(x + 1)a + (x^2 + x)$

$= -(x + 1)a + x(x + 1)$

$= (x + 1)(x - a)$

(7) $6x^2 + 7xy + 2y^2 - x - y - 1$

$= 6x^2 + (7y - 1)x + (2y^2 - y - 1)$

$= 6x^2 + (7y - 1)x + (y - 1)(2y + 1)$

$= \{3x + (2y + 1)\}\{2x + (y - 1)\}$

$= (3x + 2y + 1)(2x + y - 1)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & 2y+1 & \longrightarrow & 4y+2 \\ 2 & & y-1 & \longrightarrow & 3y-3 \\ \hline & & & & 7y-1 \end{array}$$

(8) $a^3 - ab^2 + b^2c - a^2c$

$= a(a^2 - b^2) - (a^2 - b^2)c$

$= (a^2 - b^2)(a - c)$

$= (a + b)(a - b)(a - c)$

参 考　複２次式の因数分解

（教科書 p.20）

x についての整式が

ax^4+bx^2+c　……①

の形に表されるとき，①を（[1] 複２次式 ）という。

例 1 複２次式 x^4+x^2-2 を因数分解してみよう。

$x^2=X$ とおくと

$x^4+x^2-2=X^2+X-2=(X-1)(X+2)$

$=(x^2-1)(x^2+2)$

$=(x+1)(x-1)(x^2+2)$

問1 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-13x^2+36

$x^2=X$ とおくと

x^4-13x^2+36

$=X^2-13X+36$

$=(X-4)(X-9)$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

(2) $8x^4+10x^2-3$

$x^2=X$ とおくと

$8x^4+10x^2-3$

$=8X^2+10X-3$

$=(4X-1)(2X+3)$

$=(4x^2-1)(2x^2+3)$

$=(2x+1)(2x-1)(2x^2+3)$

例 2 (1) $x^4+3x^2+4=(x^4+4x^2+4)-x^2=(x^2+2)^2-x^2$

$=\{(x^2+2)+x\}\{(x^2+2)-x\}$

$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

(2) $4x^4-8x^2+1=(4x^4-4x^2+1)-4x^2$

$=(2x^2-1)^2-(2x)^2$

$=\{(2x^2-1)+2x\}\{(2x^2-1)-2x\}$

$=(2x^2+2x-1)(2x^2-2x-1)$

問2 次の式を因数分解せよ。

(1) x^4+x^2+1

$=(x^4+2x^2+1)-x^2$

$=(x^2+1)^2-x^2$

$=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}$

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(2) $9x^4-7x^2+1$

$=(9x^4-6x^2+1)-x^2$

$=(3x^2-1)^2-x^2$

$=\{(3x^2-1)+x\}\{(3x^2-1)-x\}$

$=(3x^2+x-1)(3x^2-x-1)$

発 展　3 次式の乗法公式と因数分解

（教科書 p.21）

3 次式の乗法公式

$\boxed{1}$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$\boxed{2}$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

問1　上の公式 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ が成り立つことを確かめよ。

$\boxed{1}$ $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)$
$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$
$=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b$
$=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$
$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$\boxed{2}$ $(a-b)^3=(a-b)^2(a-b)$
$=(a^2-2ab+b^2)(a-b)$
$=(a^2-2ab+b^2)a-(a^2-2ab+b^2)b$
$=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$
$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

例 1 (1)　$(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3=x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$(3x-2y)^3=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2-(2y)^3$
$=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

問2　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)^3$
$=x^3+3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2+1^3$
$=x^3+3x^2+3x+1$

(2)　$(2x-y)^3$
$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3$
$=8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$

3 次式の因数分解の公式

$\boxed{3}$ $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$\boxed{4}$ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

問3　上の公式 $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ が成り立つことを，右辺を展開することにより確かめよ。

$\boxed{3}$ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$
$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$
$=a^3+b^3$

$\boxed{4}$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$=a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)$
$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$
$=a^3-b^3$

例 2 (1)　$x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2)$
$=(x+2)(x^2-2x+4)$

(2)　$27x^3-8y^3=(3x)^3-(2y)^3=(3x-2y)\{(3x)^2+3x\cdot 2y+(2y)^2\}$
$=(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

問4　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^3+125
$=x^3+5^3$
$=(x+5)(x^2-x\cdot 5+5^2)$
$=(x+5)(x^2-5x+25)$

(2)　$64x^3-27y^3$
$=(4x)^3-(3y)^3$
$=(4x-3y)\{(4x)^2+4x\cdot 3y+(3y)^2\}$
$=(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$