1章　数と式

万物は数である。

古代ギリシャの数学者。
正方形の1辺と対角線の長さの比が整数の比で表されないことを見つけた。
すなわち，無理数の発見である。
中学校で学んだ「三平方の定理」は，彼にちなんで「ピタゴラスの定理」ともよばれている。

１節　式の計算

１　整式

単項式と多項式

この節では，文字式の性質や計算方法を学ぶことにしよう。

$2a$, $-x^2y$, 3 のように，数，文字およびそれらの積として表される式を**単項式**という。単項式において，掛け合わされている文字の個数をその単項式の**次数**といい，数の部分を単項式の**係数**という。

例 1　(1)　$2a$ の次数は 1，係数は 2

(2)　$-x^2y$ の次数は 3，係数は -1

(3)　定数 3 は文字を含まないから，次数は 0，係数は 3

$$-x^2y = -1 \times \underbrace{x \times x \times y}_{3\text{個}}$$

係数　次数

問 1　次の単項式の次数と係数を答えよ。

(1)　$5a^4$　　(2)　xy^3　　(3)　-7

2 種類以上の文字を含む単項式では，特定の文字に着目して次数を考えることがある。このとき，他の文字は定数として扱う。

例 2　$-3x^2yz$ は，文字 x に着目すると，　次数は 2，係数は $-3yz$

文字 x と y に着目すると，次数は 3，係数は $-3z$

問 2　[　]内の文字に着目したとき，次の単項式の次数と係数を答えよ。

(1)　$4x^2y^3$　[y]　　(2)　$-2a^2bc^4$　[b と c]

$3xy^2-5y+7$ のように，単項式の和として表される式を**多項式**といい，その 1 つ 1 つの単項式を多項式の**項**という。

単項式と多項式を合わせて**整式**という。

注意　単項式を項の個数が 1 つだけの多項式と考えて，多項式を整式と同じ意味に用いることもある。

整式の整理

整式 $2x^2y+4xy+3x^2y$ における 2 つの項 $2x^2y,\ 3x^2y$ のように，文字の部分が同じ項を**同類項**という。同類項を 1 つにまとめて

$$2x^2y+4xy+3x^2y=(2+3)x^2y+4xy=5x^2y+4xy$$

のように式を簡単にすることを，整式を**整理する**という。

問 3 整式 $3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$ を整理せよ。

整理された整式において，各項の次数のうち最も高いものを，その整式の**次数**といい，次数が n の整式を **n 次式**という。

また，整式の項の中で，文字を含まない項を**定数項**という。

例 3 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ は，3 次式で，定数項は 5 である。

整式を特定の文字に着目して整理することがある。

例 4 $4x^2+xy^2-2x+y+5$ を x について整理すると

$$4x^2+(y^2-2)x+(y+5)$$

となり，x については 2 次式で，定数項は $y+5$ である。

問 4 次の整式は何次式で，定数項は何か。また，x については何次式で，その場合の定数項は何か。

(1) $5x^3-3x^2y^3+y^4-8$　　(2) $x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$

ある 1 つの文字に着目して整式を整理するとき，$5x^2-7x+8$ のように次数の高い項から順に並べることがある。このことを**降べきの順**に整理するという。逆に，$8-7x+5x^2$ のように次数の低い項から順に並べることを**昇べきの順**に整理するという。

例 5 $x^2+y^2-4xy+5x+3y+2$ を x について降べきの順に整理すると

$$x^2+(-4y+5)x+(y^2+3y+2)$$

問 5 次の整式を x について降べきの順に整理せよ。

(1) $5x^2-2+7x^3-3x$　　(2) $2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$

２　整式の加法・減法・乗法

整式の加法・減法

整式の和・差は，同類項をまとめることにより計算できる。

例 6　整式 $A=4x^2-3x+10,\ B=-2x^2+6$ のとき

$$\begin{aligned} A+B &= (4x^2-3x+10)+(-2x^2+6) \\ &= 4x^2-3x+10-2x^2+6 \\ &= (4-2)x^2-3x+10+6 \\ &= 2x^2-3x+16 \end{aligned}$$

◀かっこをはずす

◀同類項をまとめる

$$\begin{aligned} A-B &= (4x^2-3x+10)-(-2x^2+6) \\ &= 4x^2-3x+10+2x^2-6 \\ &= (4+2)x^2-3x+10-6 \\ &= 6x^2-3x+4 \end{aligned}$$

◀かっこをはずす

◀同類項をまとめる

例 6 は次のような形式で計算することもできる。

$$\begin{array}{rrrr} & 4x^2 & -3x & +10 \\ +) & -2x^2 & & +6 \\ \hline & 2x^2 & -3x & +16 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 4x^2 & -3x & +10 \\ -) & -2x^2 & & +6 \\ \hline & 6x^2 & -3x & +4 \end{array}$$

◀同類項を縦にそろえる

問 6　次の整式 A，B について，$A+B$，$A-B$ を求めよ。

(1)　$A=x^3-4x^2-3,\ B=3x^3-5x^2-x+3$

(2)　$A=2x^2+y^2,\ B=-x^2-3xy+y^2$

例 7　$A=x^2+x-3,\ B=2x^2-x-4$ のとき

$$\begin{aligned} 3A-2B &= 3(x^2+x-3)-2(2x^2-x-4) \\ &= 3x^2+3x-9-4x^2+2x+8 \\ &= (3-4)x^2+(3+2)x-9+8 = -x^2+5x-1 \end{aligned}$$

問 7　$A=3x^2+2x+1,\ B=-x^2+3x-5$ のとき，次の式を計算せよ。

(1)　$A+3B$　　(2)　$2A-B$　　(3)　$5(A-B)-3A$

➡ p.19 問題1

指数法則

a をいくつか掛けたものを a の**累乗**という。a を n 個掛けたものをa の $\boldsymbol{n}$ **乗**といい，a^n と表す。このとき，n を a^n の**指数**という。

指数

$$\underbrace{a\times a\times\ \cdots\ \times a}_{n\text{ 個}} = a^{n}$$

とくに，$a^1 = a$ である。

累乗についての積の計算をしてみよう。

$$a^2a^3 = (a\times a)\times(a\times a\times a) = a^5 = a^{2+3}$$

$$a^2a^3 = \underbrace{(a\times a)}_{2\text{ 個}}\times\underbrace{(a\times a\times a)}_{3\text{ 個}} = a^5 = a^{2+3}$$

$$(a^2)^3 = (a\times a)\times(a\times a)\times(a\times a) = a^6 = a^{2\times3}$$

$$(ab)^3 = ab\times ab\times ab = a^3b^3$$

一般に，次の**指数法則**が成り立つ。

指数法則
m，n が正の整数のとき $\boldsymbol{a^ma^n = a^{m+n}}$，$\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$，$\boldsymbol{(ab)^n = a^nb^n}$

例 8　$a^3\times a^5 = a^{3+5} = a^8$，$(a^4)^3 = a^{4\times3} = a^{12}$

$(a^2b)^4 = (a^2)^4b^4 = a^{2\times4}b^4 = a^8b^4$

問 8　次の計算をせよ。

(1)　$a^6\times a^2$　　　(2)　$(ab^3)^3$

(3)　$(x^3)^5\times x^2$　　　(4)　$x^3\times(x^2y^3)^4\times y^2$

単項式の積は，係数，文字の部分の積をそれぞれ計算すればよい。

例 9　$3x^2y^4\times(-2x^4y)^3 = 3x^2y^4\times(-2)^3(x^4)^3y^3$

$= 3\times(-2)^3\times x^2x^{12}y^4y^3 = -24x^{14}y^7$

問 9　次の計算をせよ。

(1)　$2a^3\times\frac{1}{4}a^4$　　　(2)　$4a^2b^4\times(-a^6b)$

(3)　$(-3x^2)^4\times(x^3)^2$　　　(4)　$64x^3y\times\left(\frac{1}{2}xy^2\right)^5$

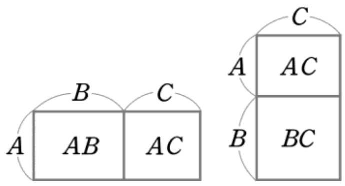
式の展開

整式の積を計算するには，次の分配法則を用いる。

$A(B+C)=AB+AC$

$(A+B)C=AC+BC$

整式の積を単項式の和の形に表すことを**展開**するという。



例 10　$7x(x^2+3xy-2y^2)=7x\cdot x^2+7x\cdot 3xy+7x\cdot(-2y^2)$
$$=7x^3+21x^2y-14xy^2$$

注意　$7x\cdot x^2$ の・は積を表し，×と同じ意味である。

問 10　次の式を展開せよ。

(1)　$3x(2x-7)$

(2)　$(3x^2-2x+1)\times 5x^3$

(3)　$-4xy(2x^2-xy+y^2)$

例 11　$(4x+5)(x^2+3x-2)=4x(x^2+3x-2)+5(x^2+3x-2)$
$$=4x^3+12x^2-8x+5x^2+15x-10$$
$$=4x^3+(12+5)x^2+(-8+15)x-10$$
$$=4x^3+17x^2+7x-10$$

例 11 は次のような形式で計算することもできる。

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & x^2 & +3x & -2 \\
\times) & & & 4x & +5 \\
\hline
 & 4x^3 & +12x^2 & -8x & \\
 & & 5x^2 & +15x & -10 \\
\hline
 & 4x^3 & +17x^2 & +7x & -10
\end{array}$$

◀同類項を縦にそろえる

問 11　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+6)(2x+3)$　　(2)　$(5x-4)(3x+7)$

(3)　$(x+4)(2x^2-8x+5)$　　(4)　$(2x-7)(4x^2-2x+3)$

乗法公式

展開において，次の基本的な公式がよく利用される。発展P.21

1. $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$
2. $\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$
3. $\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$
4. $\boldsymbol{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$

例 12　(1)　$(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

(2)　$(5x-y)^2 = (5x)^2 - 2\cdot 5x\cdot y + y^2 = 25x^2 - 10xy + y^2$

(3)　$(4x+7y)(4x-7y) = (4x)^2 - (7y)^2 = 16x^2 - 49y^2$

(4)　$(x+3)(x+6) = x^2 + (3+6)x + 3\cdot 6 = x^2 + 9x + 18$

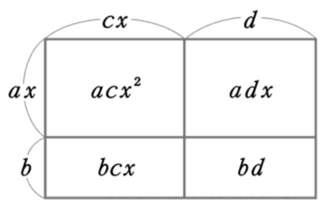
問 12　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x+y)^2$　　(2)　$(8x-3y)^2$

(3)　$(6x+5y)(6x-5y)$　　(4)　$(x+2)(x-7)$

x についての 1 次式の積は次のようになる。

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d) &= ax(cx+d) + b(cx+d)\\ &= acx^2 + adx + bcx + bd\\ &= acx^2 + (ad+bc)x + bd\end{aligned}$$

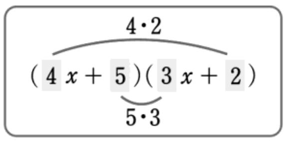


5. $\boldsymbol{(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd}$

例 13　$(4x+5)(3x+2)$

$= 4\cdot 3x^2 + (4\cdot 2 + 5\cdot 3)x + 5\cdot 2$

$= 12x^2 + 23x + 10$



問 13　次の式を展開せよ。

(1)　$(2x+1)(5x+2)$　　(2)　$(3x-4)(2x+5)$

例 14　$(3x-7y)(x+3y) = 3x^2 + (3\cdot 3 - 7\cdot 1)xy - 7\cdot 3y^2$

$$= 3x^2 + 2xy - 21y^2$$

問 14　次の式を展開せよ。

(1)　$(x-3y)(4x-y)$　　　(2)　$(4x+y)(3x-2y)$

展開の工夫

式の一部をひとまとめにして，1 つの文字のようにみなすことによって，展開が容易になることがある。

例 15　$(a+b+c)(a-b+c)$

$= \{(a+c)+b\}\{(a+c)-b\}$　　◀ $(A+b)(A-b)$

$= (a+c)^2 - b^2$　　◀ A^2-b^2

$= a^2 + 2ac + c^2 - b^2$

問 15　次の式を展開せよ。

(1)　$(a+b)(a+b-5)$　　　(2)　$(a-b+3)(a-b-7)$

(3)　$(x-y-z)(x+y-z)$　　　(4)　$(x+y-z)(x-y+z)$

例題 1　展開の工夫[1]

次の等式が成り立つことを示せ。

$$\boldsymbol{(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca}$$

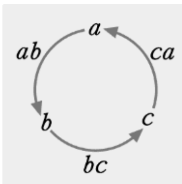
証明　$(a+b+c)^2$

$= \{(a+b)+c\}^2$

$= (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca^{(*)}$　◀



問 16　次の式を展開せよ。

(1)　$(a+b-c)^2$　　　(2)　$(a-b-c)^2$　　　(3)　$(x-2y+3z)^2$

(*)例題 1 の答では，ac を ca と書き，$2ab+2bc+2ca$ のように整理した。このような書き方を**輪環の順**に整理するという。

積の順序を工夫することにより，展開の計算が容易になることがある。

例題 2　展開の工夫[2]

次の式を展開せよ。

(1)　$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

(2)　$(a+b)^2(a-b)^2$

考え方　(1)は，積の組み合わせを工夫して，計算しやすくする。

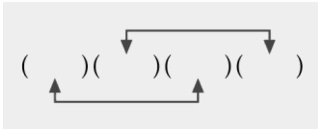
(2)は，$A^2B^2=(AB)^2$ を利用する。

解　(1)　$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$=\{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\}$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=x^4-13x^2+36$



(2)　$(a+b)^2(a-b)^2=\{(a+b)(a-b)\}^2$

$=(a^2-b^2)^2$

$=a^4-2a^2b^2+b^4$

例題 2 の(1)は，次のようにして展開することもできる。

$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$=\{(x+2)(x+3)\}\{(x-2)(x-3)\}$

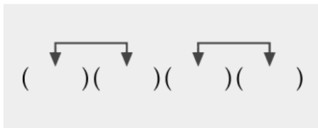
$=(x^2+5x+6)(x^2-5x+6)$

$=\{(x^2+6)+5x\}\{(x^2+6)-5x\}$

$=(x^2+6)^2-25x^2$

$=x^4+12x^2+36-25x^2$

$=x^4-13x^2+36$



問 17　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$　　(2)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

(3)　$(a+2b)^2(a-2b)^2$　　(4)　$(2x-3y)^2(2x+3y)^2$

問 18　$(a^2+1)(a+1)(a-1)$ を展開せよ。

3　因数分解

整式を1次以上のいくつかの整式の積の形に表すことを**因数分解**という。このとき，積をつくる各整式をもとの整式の**因数**という。

$(x+a)(x+b)$
展開↓　↑因数分解
$x^2+(a+b)x+ab$

因数分解は，展開と逆の操作である。

共通因数をくくり出すこと

整式の各項に共通な因数があるとき，それをかっこの外にくくり出して，整式を因数分解することができる。

$$ma+mb=m(a+b)$$

例 16　(1)　$6a^2b+8ab^2=2ab\cdot 3a+2ab\cdot 4b$
$=2ab(3a+4b)$

(2)　$2xy^2-y^2=2x\cdot y^2-1\cdot y^2$
$=(2x-1)y^2$

問 19　次の式を因数分解せよ。

(1)　$9a^2b-6ac$　　(2)　$3x^2yz+yz$

(3)　$3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$

式の一部をひとまとめにして，1つの文字のようにみなすことにより，共通因数をくくり出すことができる場合がある。

例 17　(1)　$a(a+3)-2b(a+3)=(a+3)(a-2b)$

(2)　$a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$
$=(a-b)(x-y)$

◀ $y-x=-(x-y)$

問 20　次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x+5y)y-(x+5y)z$　　(2)　$4x(y-2)+y-2$

(3)　$(3a-b)x-3a+b$　　(4)　$a(b-c)-2c+2b$

2 次式の因数分解

乗法公式を逆に利用すると，次の因数分解の公式が得られる。発展P. 21

$\boxed{1}$　$\boldsymbol{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}$
$\boxed{2}$　$\boldsymbol{a^2-2ab+b^2=(a-b)^2}$
$\boxed{3}$　$\boldsymbol{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$
$\boxed{4}$　$\boldsymbol{x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)}$

例 18　(1)　$x^2+6xy+9y^2=x^2+2\cdot x\cdot 3y+(3y)^2$
$=(x+3y)^2$

(2)　$9x^2-24xy+16y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 4y+(4y)^2$
$=(3x-4y)^2$

(3)　$36x^2-25y^2=(6x)^2-(5y)^2$
$=(6x+5y)(6x-5y)$

(4)　$x^2-9x-22=x^2+\{2+(-11)\}x+2\cdot(-11)$
$=(x+2)(x-11)$

問 21　次の式を因数分解せよ。

(1)　$16x^2+8x+1$　　(2)　$4x^2-28xy+49y^2$

(3)　$64x^2-81y^2$　　(4)　$x^2+13x-30$

共通因数をくくり出すと，公式を用いて因数分解できる場合がある。

例 19　$9x^3y-16xy^3=xy(9x^2-16y^2)$
$=xy\{(3x)^2-(4y)^2\}$
$=xy(3x+4y)(3x-4y)$

問 22　次の式を因数分解せよ。

(1)　$25x^4-4x^2y^2$　　(2)　$ax^2+12ax+36a$

(3)　x^3-2x^2-48x　　(4)　$(a-b)x^2+(b-a)y^2$

2 次式の因数分解では，次の公式がよく用いられる。

$\boxed{5}$　$\boldsymbol{acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)}$

例 20　$3x^2 + 2x - 5$ を因数分解してみよう。(*)

この式と公式 $\boxed{5}$ の左辺を比べて

$$ac = 3,\ ad + bc = 2,\ bd = -5$$

を満たす a，b，c，d の組を見つければよい。

まず，$ac = 3$ を満たす整数 a，c の組は，$a > 0$，$c > 0$ とすると

$$\begin{cases} a = 1 \\ c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

また，$bd = -5$ を満たす整数 b，d の組は

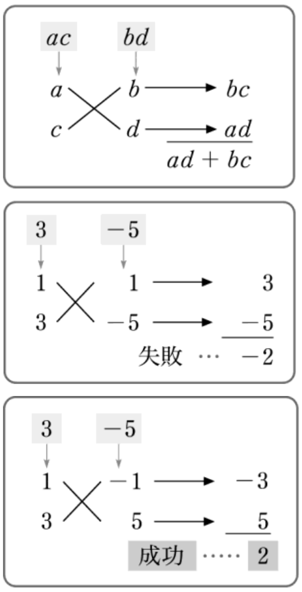
$$\begin{cases} b = 1 \\ d = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 5 \\ d = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -1 \\ d = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -5 \\ d = 1 \end{cases}$$

がある。

これらの組について，右のような形式の計算によって，$ad + bc = 2$ を満たす a，b，c，d の組を見つける。

よって，$a = 1$，$b = -1$，$c = 3$，$d = 5$ とすればよい。

ゆえに　　$3x^2 + 2x - 5 = (x - 1)(3x + 5)$



問 23　次の式を因数分解せよ。

(1)　$2x^2 + 3x + 1$　　(2)　$3x^2 - 5x - 2$

(3)　$5x^2 + 7x - 6$　　(4)　$8x^2 + 6x - 5$

(5)　$6x^2 - 5x - 6$　　(6)　$4x^2 - 16x + 15$

(*)例 20 のような方法を，**たすき掛け**の方法という。

例 21 $8x^2-26xy+15y^2$ を因数分解してみよう。

この式を，x についての 2 次式と考えると

x の係数は　$-26y$

定数項は　$15y^2$

である。

したがって，右の計算より

$$8x^2-26xy+15y^2=(4x-3y)(2x-5y)$$

4	$-3y$	$-6y$
2	$-5y$	$-20y$
		$-26y$

問 24 次の式を因数分解せよ。

(1) $7x^2+11xy+4y^2$　　(2) $12x^2-xy-6y^2$

因数分解の工夫

式の一部をひとまとめにして，1 つの文字のようにみなすことにより，公式を利用して因数分解できることがある。参考P.20

例題 3　因数分解の工夫[1]

次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+b)^2-c^2$　　(2) $(x-2y)(x-2y+5)+6$

解 (1) $(a+b)^2-c^2=\{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}$

$$=(a+b+c)(a+b-c)$$

(2) $(x-2y)(x-2y+5)+6=(x-2y)\{(x-2y)+5\}+6$

$$=(x-2y)^2+5(x-2y)+6$$

$$=\{(x-2y)+2\}\{(x-2y)+3\}$$

$$=(x-2y+2)(x-2y+3)$$

問 25 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+4b)^2-b^2$　　(2) $9x^2-(y-z)^2$

(3) $(x-y)^2+4(x-y)-45$　　(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$

2 つ以上の文字を含む整式においては，最も次数の低い文字について整理すると，因数分解が簡単になることがある。

応用例題 4　因数分解の工夫[2]

$a^3-ab^2-b^2c+a^2c$ を因数分解せよ。

考え方　この式は a について 3 次式，b について 2 次式，c について 1 次式であるから，最も次数の低い c について整理する。

解

$$
\begin{aligned}
a^3-ab^2-b^2c+a^2c &= (a^2-b^2)c+(a^3-ab^2) \\
&= (a^2-b^2)c+a(a^2-b^2) \\
&= (a^2-b^2)(a+c) \\
&= (a+b)(a-b)(a+c)
\end{aligned}
$$

問 26　次の式を因数分解せよ。

(1)　$4xy^2-4y^2-x+1$　　　(2)　$a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$

最も次数の低い文字が 2 つ以上あるときは, そのうちの 1 つの文字について整理するとよい。

応用例題 5　因数分解の工夫[3]

$2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$ を因数分解せよ。

考え方　この式は x，y のどちらの文字についても 2 次式であるから，たとえば，x について整理する。

解　$2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$

$$
\begin{aligned}
&= 2x^2+(5y-5)x+(2y^2-y-3) \\
&= 2x^2+(5y-5)x+(2y-3)(y+1) \\
&= \{2x+(y+1)\}\{x+(2y-3)\} \\
&= (2x+y+1)(x+2y-3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
2 & \diagup\!\!\!\!\diagdown & y+1 \longrightarrow & y+1 \\
1 & & 2y-3 \longrightarrow & \underline{4y-6} \\
 & & & 5y-5
\end{array}
$$

問 27　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2+3xy+2y^2+5x+7y+6$　　　(2)　$2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$

応用例題 6　**因数分解の工夫[4]**	
$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ を因数分解せよ。	
考え方	この式は a, b, c のどの文字についても 2 次式であるから，たとえば，a について整理する。
解	$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ $=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+(b^2c-bc^2)$ $=(b-c)a^2-(b-c)(b+c)a+bc(b-c)$ $=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$ $=(b-c)(a-b)(a-c)$ $=-(a-b)(b-c)(c-a)$

問 28　$a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$ を因数分解せよ。

問題

1　$A=3x^2-4x+1$, $B=-4x^2+3$, $C=2x^2+5x-7$ とするとき，$3(A-2B)+4(B-C)$ を計算せよ。

➡ p.46 練習問題1

2　2 つの整式の和が $6x^3+2x^2-3x-4$，差が $2x^3-6x^2+3x+12$ であるとき，この 2 つの整式を求めよ。

3　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-1)(x^2+7x-5)$　　(2)　$(x^2-x+1)^2$

(3)　$\left(a-2b-\frac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\frac{1}{2}c\right)$　　(4)　$(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$

➡ p.46 練習問題2

4　次の式を因数分解せよ。

(1)　$4x^3-18x^2-10x$　　(2)　$8a^2-2ab-3b^2$

(3)　$(x-3)^2+3-x$　　(4)　$(x-y)^2-(2x-y)^2$

(5)　$4ab^2-a+2b-1$　　(6)　$x^2-(a-1)x-a$

(7)　$6x^2+7xy+2y^2-x-y-1$　　(8)　$a^3-ab^2+b^2c-a^2c$

➡ p.46 練習問題3

参考　複 2 次式の因数分解

　x についての整式が

$$ax^4+bx^2+c \qquad \cdots\cdots①$$

の形に表されるとき，①を**複 2 次式**という。

例 1　複 2 次式 x^4+x^2-2 を因数分解してみよう。

$x^2=X$ とおくと

$$\begin{aligned} x^4+x^2-2 &= X^2+X-2=(X-1)(X+2) \\ &= (x^2-1)(x^2+2) \\ &= (x+1)(x-1)(x^2+2) \end{aligned}$$

　例 1 のように，①において $x^2=X$ とおいたときの X の 2 次式が因数分解できる場合には，①も因数分解できる。

問 1　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^4-13x^2+36　　　　(2)　$8x^4+10x^2-3$

　①において $x^2=X$ とおいたときの X の 2 次式が因数分解できない場合にも，平方の差の形にすることで因数分解できることがある。

例 2　(1)　$$\begin{aligned} x^4+3x^2+4 &= (x^4+4x^2+4)-x^2=(x^2+2)^2-x^2 \\ &= \{(x^2+2)+x\}\{(x^2+2)-x\} \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

(2)　$$\begin{aligned} 4x^4-8x^2+1 &= (4x^4-4x^2+1)-4x^2 \\ &= (2x^2-1)^2-(2x)^2 \\ &= \{(2x^2-1)+2x\}\{(2x^2-1)-2x\} \\ &= (2x^2+2x-1)(2x^2-2x-1) \end{aligned}$$

問 2　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^4+x^2+1　　　　(2)　$9x^4-7x^2+1$

発展　3 次式の乗法公式と因数分解

11 ページの乗法公式を用いると，次の 3 次式の乗法公式が得られる。

3 次式の乗法公式
$\boxed{1}$　$\boldsymbol{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$
$\boxed{2}$　$\boldsymbol{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

問 1　上の公式 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ が成り立つことを確かめよ。

例 1　(1)　$(x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(2)　$(3x-2y)^3 = (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 - (2y)^3$

$= 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

問 2　次の式を展開せよ。

(1)　$(x+1)^3$　　　　(2)　$(2x-y)^3$

さらに，次の 3 次式の因数分解の公式も成り立つ。

3 次式の因数分解の公式
$\boxed{3}$　$\boldsymbol{a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)}$
$\boxed{4}$　$\boldsymbol{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)}$

問 3　上の公式 $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ が成り立つことを，右辺を展開することにより確かめよ。

例 2　(1)　$x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2)$

$= (x+2)(x^2 - 2x + 4)$

(2)　$27x^3 - 8y^3 = (3x)^3 - (2y)^3 = (3x-2y)\{(3x)^2 + 3x \cdot 2y + (2y)^2\}$

$= (3x-2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2)$

問 4　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^3 + 125$　　　　(2)　$64x^3 - 27y^3$