1章 数と式

1節 式の計算

1 整式

教科書 P.6

問1 (1) 次数は 4，係数は **5**

(2) 次数は 4，係数は **1**

(3) 次数は 0，係数は **−7**

問2 (1) 次数は 3，係数は $\boldsymbol{4x^2}$

(2) 次数は 5，係数は $\boldsymbol{-2a^2}$

教科書 P.7

問3 $3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$

$=(3-7)x^2y+(4+5)xy-4$

$=\boldsymbol{-4x^2y+9xy-4}$

問4 (1) 最も次数の高い項が $-3x^2y^3$ であるから，**5 次式で，定数項は -8 である。**

また，x について整理すると

$5x^3-3y^3x^2+(y^4-8)$

よって，**x については 3 次式で，定数項は y^4-8 である。**

(2) 最も次数の高い項は x^3 と x^2y であるから，**3 次式で，定数項は 1 である。**

また，x について整理すると

$x^3+yx^2+7x+(-y^2-4y+1)$

よって，**x については 3 次式で，定数項は $-y^2-4y+1$ である。**

問5 (1) $5x^2-2+7x^3-3x$

$=\boldsymbol{7x^3+5x^2-3x-2}$

(2) $2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$

$=\boldsymbol{2x^2+(5y-1)x+(y^2+5y-4)}$

2 整式の加法・減法・乗法

教科書 P.8

問6 (1) $\boldsymbol{A+B}$

$=(x^3-4x^2-3)+(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3+3x^3-5x^2-x+3$

$=(1+3)x^3+(-4-5)x^2-x-3+3$

$=\boldsymbol{4x^3-9x^2-x}$

$\boldsymbol{A-B}$

$=(x^3-4x^2-3)-(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3-3x^3+5x^2+x-3$

$=(1-3)x^3+(-4+5)x^2+x-3-3$

$=\boldsymbol{-2x^3+x^2+x-6}$

(2) $\boldsymbol{A+B}$

$=(2x^2+y^2)+(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2-x^2-3xy+y^2$

$=(2-1)x^2-3xy+(1+1)y^2$

$=\boldsymbol{x^2-3xy+2y^2}$

$\boldsymbol{A-B}$

$=(2x^2+y^2)-(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2+x^2+3xy-y^2$

$=(2+1)x^2+3xy+(1-1)y^2$

$=\boldsymbol{3x^2+3xy}$

問7 (1) $A+3B$

$=(3x^2+2x+1)+3(-x^2+3x-5)$

$=3x^2+2x+1-3x^2+9x-15$

$=(3-3)x^2+(2+9)x+1-15$

$=\boldsymbol{11x-14}$

(2) $2A-B$

$=2(3x^2+2x+1)-(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+x^2-3x+5$

$=(6+1)x^2+(4-3)x+2+5$

$=\boldsymbol{7x^2+x+7}$

(3) $5(A-B)-3A$

$=5A-5B-3A$

$=2A-5B$

$=2(3x^2+2x+1)-5(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+5x^2-15x+25$

$=(6+5)x^2+(4-15)x+2+25$

$=\boldsymbol{11x^2-11x+27}$

教科書 P.9

問8 (1) $a^6\times a^2=a^{6+2}=\boldsymbol{a^8}$

(2) $(ab^3)^3=a^3(b^3)^3=a^3b^{3\times3}=\boldsymbol{a^3b^9}$

(3) $(x^3)^5\times x^2=x^{(3\times5+2)}=\boldsymbol{x^{17}}$

(4) $x^3\times(x^2y^3)^4\times y^2$

$=x^{(3+2\times4)}\times y^{(3\times4+2)}=\boldsymbol{x^{11}y^{14}}$

問9 (1) $2a^3\times\frac{1}{4}a^4=2\times\frac{1}{4}\times a^3a^4=\boldsymbol{\frac{1}{2}a^7}$

(2) $4a^2b^4\times(-a^6b)$

$=4\times(-1)\times a^2a^6b^4b=\boldsymbol{-4a^8b^5}$

(3) $(-3x^2)^4\times(x^3)^2$

$=(-3)^4(x^2)^4\times x^6$

$=(-3)^4\times x^8x^6=\boldsymbol{81x^{14}}$

(4) $64x^3y\times\left(\frac{1}{2}xy^2\right)^5$

$=64x^3y\times\left(\frac{1}{2}\right)^5x^5(y^2)^5$

$=64\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\times x^3x^5yy^{10}=\boldsymbol{2x^8y^{11}}$

教科書 P.10

問10 (1) $3x(2x-7)$

$=3x\cdot2x+3x\cdot(-7)=\boldsymbol{6x^2-21x}$

(2) $(3x^2-2x+1)\times5x^3$

$=3x^2\cdot5x^3-2x\cdot5x^3+1\cdot5x^3$

$=\boldsymbol{15x^5-10x^4+5x^3}$

(3) $-4xy(2x^2-xy+y^2)$

$=-4xy\cdot2x^2-4xy\cdot(-xy)-4xy\cdot y^2$

$=\boldsymbol{-8x^3y+4x^2y^2-4xy^3}$

問11 (1) $(x+6)(2x+3)$

$= x(2x+3)+6(2x+3)$
$= 2x^2+3x+12x+18$
$= \mathbf{2x^2+15x+18}$

(2) $(5x-4)(3x+7)$
$= 5x(3x+7)-4(3x+7)$
$= 15x^2+35x-12x-28$
$= \mathbf{15x^2+23x-28}$

(3) $(x+4)(2x^2-8x+5)$
$= x(2x^2-8x+5)+4(2x^2-8x+5)$
$= 2x^3-8x^2+5x+8x^2-32x+20$
$= \mathbf{2x^3-27x+20}$

(4) $(2x-7)(4x^2-2x+3)$
$= 2x(4x^2-2x+3)-7(4x^2-2x+3)$
$= 8x^3-4x^2+6x-28x^2+14x-21$
$= \mathbf{8x^3-32x^2+20x-21}$

教科書 P.11

問12 (1) $(3x+y)^2$
$= (3x)^2+2\cdot 3x\cdot y+y^2$
$= \mathbf{9x^2+6xy+y^2}$

(2) $(8x-3y)^2$
$= (8x)^2-2\cdot 8x\cdot 3y+(3y)^2$
$= \mathbf{64x^2-48xy+9y^2}$

(3) $(6x+5y)(6x-5y)$
$= (6x)^2-(5y)^2$
$= \mathbf{36x^2-25y^2}$

(4) $(x+2)(x-7)$
$= x^2+(2-7)x+2\cdot(-7)$
$= \mathbf{x^2-5x-14}$

問13 (1) $(2x+1)(5x+2)$
$= 2\cdot 5x^2+(2\cdot 2+1\cdot 5)x+1\cdot 2$
$= \mathbf{10x^2+9x+2}$

(2) $(3x-4)(2x+5)$
$= 3\cdot 2x^2+(3\cdot 5-4\cdot 2)x-4\cdot 5$
$= \mathbf{6x^2+7x-20}$

教科書 P.12

問14 (1) $(x-3y)(4x-y)$
$= 4x^2+\{1\cdot(-1)-3\cdot 4\}xy-3\cdot(-1)y^2$
$= \mathbf{4x^2-13xy+3y^2}$

(2) $(4x+y)(3x-2y)$
$= 4\cdot 3x^2+\{4\cdot(-2)+1\cdot 3\}xy+1\cdot(-2)y^2$
$= \mathbf{12x^2-5xy-2y^2}$

問15 (1) $(a+b)(a+b-5)$
$= (a+b)\{(a+b)-5\}$
$= (a+b)^2-5(a+b)$
$= \mathbf{a^2+2ab+b^2-5a-5b}$

(2) $(a-b+3)(a-b-7)$
$= \{(a-b)+3\}\{(a-b)-7\}$
$= (a-b)^2-4(a-b)-21$
$= \mathbf{a^2-2ab+b^2-4a+4b-21}$

(3) $(x-y-z)(x+y-z)$
$= \{(x-z)-y\}\{(x-z)+y\}$
$= (x-z)^2-y^2$
$= \mathbf{x^2-2xz+z^2-y^2}$

(4) $(x+y-z)(x-y+z)$
$= \{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$
$= x^2-(y-z)^2$
$= x^2-(y^2-2yz+z^2)$
$= \mathbf{x^2-y^2+2yz-z^2}$

問16 (1) $(a+b-c)^2$
$= a^2+b^2+(-c)^2+2ab+2b(-c)+2(-c)a$
$= \mathbf{a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca}$

(2) $(a-b-c)^2$
$= a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)$
$+2(-b)(-c)+2(-c)a$
$= \mathbf{a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca}$

(3) $(x-2y+3z)^2$
$= x^2+(-2y)^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot(-2y)$
$+2\cdot(-2y)\cdot 3z+2\cdot 3z\cdot x$
$= \mathbf{x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx}$

教科書 P.13

問17 (1) $(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$
$= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+5)(x-5)\}$
$= (x^2-4)(x^2-25)$
$= \mathbf{x^4-29x^2+100}$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
$= \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}$
$= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$
$= \{(x^2+5x)+4\}\{(x^2+5x)+6\}$
$= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$
$= x^4+10x^3+25x^2+10x^2+50x+24$
$= \mathbf{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}$

(3) $(a+2b)^2(a-2b)^2$
$= \{(a+2b)(a-2b)\}^2$
$= (a^2-4b^2)^2$
$= \mathbf{a^4-8a^2b^2+16b^4}$

(4) $(2x-3y)^2(2x+3y)^2$
$= \{(2x-3y)(2x+3y)\}^2$
$= (4x^2-9y^2)^2$
$= \mathbf{16x^4-72x^2y^2+81y^4}$

問18 $(a^2+1)(a+1)(a-1)$
$= (a^2+1)(a^2-1)$
$= (a^2)^2-1$
$= \mathbf{a^4-1}$

3 因数分解

教科書 P.14

問19 (1) $9a^2b-6ac=3a\cdot 3ab-3a\cdot 2c$
$= \mathbf{3a(3ab-2c)}$

(2) $3x^2yz+yz=3x^2\cdot yz+1\cdot yz$
$= \mathbf{(3x^2+1)yz}$

(3) $3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$
$= 3a^2b^2\cdot a-3a^2b^2\cdot 2b+3a^2b^2\cdot 4c$

1章

$= 3a^2b^2(a-2b+4c)$

問20 (1) $(x+5y)y-(x+5y)z$

$= (x+5y)(y-z)$

(2) $4x(y-2)+y-2 = 4x(y-2)+(y-2)$

$= (4x+1)(y-2)$

(3) $(3a-b)x-3a+b$

$= (3a-b)x-(3a-b)$

$= (3a-b)(x-1)$

(4) $a(b-c)-2c+2b$

$= a(b-c)+(2b-2c)$

$= a(b-c)+2(b-c)$

$= (a+2)(b-c)$

教科書 P.15

問21 (1) $16x^2+8x+1 = (4x)^2+2\cdot 4x\cdot 1+1^2$

$= (4x+1)^2$

(2) $4x^2-28xy+49y^2$

$= (2x)^2-2\cdot 2x\cdot 7y+(7y)^2$

$= (2x-7y)^2$

(3) $64x^2-81y^2 = (8x)^2-(9y)^2$

$= (8x+9y)(8x-9y)$

(4) $x^2+13x-30$

$= x^2+\{(-2)+15\}x+(-2)\cdot 15$

$= (x-2)(x+15)$

問22 (1) $25x^4-4x^2y^2$

$= x^2(25x^2-4y^2)$

$= x^2\{(5x)^2-(2y)^2\}$

$= x^2(5x+2y)(5x-2y)$

(2) $ax^2+12ax+36a$

$= a(x^2+12x+36)$

$= a(x+6)^2$

(3) x^3-2x^2-48x

$= x(x^2-2x-48)$

$= x(x+6)(x-8)$

(4) $(a-b)x^2+(b-a)y^2$

$= (a-b)x^2-(a-b)y^2$

$= (a-b)(x^2-y^2)$

$= (a-b)(x+y)(x-y)$

教科書 P.16

問23 (1) $2x^2+3x+1 = (x+1)(2x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 1 & \longrightarrow & 2 \\ 2 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & 3 \end{array}$$

(2) $3x^2-5x-2 = (x-2)(3x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -2 & \longrightarrow & -6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(3) $5x^2+7x-6 = (x+2)(5x-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2 & \longrightarrow & 10 \\ 5 & & -3 & \longrightarrow & \underline{-3} \\ & & & & 7 \end{array}$$

(4) $8x^2+6x-5 = (2x-1)(4x+5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -1 & \longrightarrow & -4 \\ 4 & & 5 & \longrightarrow & \underline{10} \\ & & & & 6 \end{array}$$

(5) $6x^2-5x-6 = (2x-3)(3x+2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & 2 & \longrightarrow & \underline{4} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(6) $4x^2-16x+15 = (2x-3)(2x-5)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & -5 & \longrightarrow & \underline{-10} \\ & & & & -16 \end{array}$$

教科書 P.17

問24 (1) $7x^2+11xy+4y^2 = (x+y)(7x+4y)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & y & \longrightarrow & 7y \\ 7 & & 4y & \longrightarrow & \underline{4y} \\ & & & & 11y \end{array}$$

(2) $12x^2-xy-6y^2 = (3x+2y)(4x-3y)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & 2y & \longrightarrow & 8y \\ 4 & & -3y & \longrightarrow & \underline{-9y} \\ & & & & -y \end{array}$$

問25 (1) $(a+4b)^2-b^2$

$= \{(a+4b)+b\}\{(a+4b)-b\}$

$= (a+5b)(a+3b)$

(2) $9x^2-(y-z)^2$

$= (3x)^2-(y-z)^2$

$= \{3x+(y-z)\}\{3x-(y-z)\}$

$= (3x+y-z)(3x-y+z)$

(3) $(x-y)^2+4(x-y)-45$

$= \{(x-y)-5\}\{(x-y)+9\}$

$= (x-y-5)(x-y+9)$

(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$

$= (2a+b)\{(2a+b)-9\}+20$

$= (2a+b)^2-9(2a+b)+20$

$= \{(2a+b)-4\}\{(2a+b)-5\}$

$= (2a+b-4)(2a+b-5)$

教科書 P.18

問26 (1) $4xy^2-4y^2-x+1$

$= (4y^2-1)x-(4y^2-1)$

$= (4y^2-1)(x-1)$

$= (2y+1)(2y-1)(x-1)$

(2) $a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$

$= (a^2-9b^2)c+(a^3-9ab^2)$

$= (a^2-9b^2)c+a(a^2-9b^2)$

$= (a^2-9b^2)(a+c)$

$= (a+3b)(a-3b)(a+c)$

問27 (1) $x^2+3xy+2y^2+5x+7y+6$

$= x^2+(3y+5)x+(2y^2+7y+6)$

$= x^2+(3y+5)x+(y+2)(2y+3)$

$= \{x+(y+2)\}\{x+(2y+3)\}$

$= \boldsymbol{(x+y+2)(x+2y+3)}$

$$\begin{array}{cccl} 1 & \times & y+2 & \longrightarrow \ y+2 \\ 1 & & 2y+3 & \longrightarrow \ \underline{2y+3} \\ & & & \qquad 3y+5 \end{array}$$

(2) $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$

$=2x^2+(-3y+1)x-(2y^2-3y+1)$

$=2x^2+(-3y+1)x-(y-1)(2y-1)$

$=\{x-(2y-1)\}\{2x+(y-1)\}$

$=\boldsymbol{(x-2y+1)(2x+y-1)}$

$$\begin{array}{cccl} 1 & \times & -(2y-1) & \longrightarrow \ -4y+2 \\ 2 & & y-1 & \longrightarrow \ \underline{\quad y-1} \\ & & & \qquad -3y+1 \end{array}$$

教科書 P.19

問28 $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$

$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+(b^2c+bc^2)$

$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(b+c)(a+b)(a+c)$

$=\boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

問題

1 $3(A-2B)+4(B-C)$

$=3A-6B+4B-4C$

$=3A-2B-4C$

$=3(3x^2-4x+1)-2(-4x^2+3)$
$\qquad -4(2x^2+5x-7)$

$=9x^2-12x+3+8x^2-6-8x^2-20x+28$

$=(9+8-8)x^2+(-12-20)x+3-6+28$

$=\boldsymbol{9x^2-32x+25}$

2 2つの整式を A, B とおくと

$A+B=6x^3+2x^2-3x-4$ ……①

$A-B=2x^3-6x^2+3x+12$ ……②

①＋② より　$2A=8x^3-4x^2+8$

①－② より　$2B=4x^3+8x^2-6x-16$

よって　$A=4x^3-2x^2+4$

$\qquad B=2x^3+4x^2-3x-8$

すなわち，2つの整式は

$\boldsymbol{4x^3-2x^2+4}$, $\boldsymbol{2x^3+4x^2-3x-8}$

3 (1) $(3x-1)(x^2+7x-5)$

$=3x(x^2+7x-5)-(x^2+7x-5)$

$=3x^3+21x^2-15x-x^2-7x+5$

$=3x^3+(21-1)x^2+(-15-7)x+5$

$=\boldsymbol{3x^3+20x^2-22x+5}$

(2) $(x^2-x+1)^2$

$=(x^2)^2+(-x)^2+1^2+2\cdot x^2\cdot(-x)$
$\qquad +2\cdot(-x)\cdot 1+2\cdot 1\cdot x^2$

$=x^4+x^2+1-2x^3-2x+2x^2$

$=\boldsymbol{x^4-2x^3+3x^2-2x+1}$

(3) $\left(a-2b-\dfrac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\dfrac{1}{2}c\right)$

$=\left\{a-\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)\right\}\left\{a+\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)\right\}$

$=a^2-\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)^2$

$=a^2-\left(4b^2+2bc+\dfrac{1}{4}c^2\right)$

$=\boldsymbol{a^2-4b^2-\dfrac{1}{4}c^2-2bc}$

(4) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$

$=\{(x-1)(x+6)\}\{(x-2)(x+3)\}$

$=(x^2+5x-6)(x^2+x-6)$

$=\{(x^2-6)+5x\}\{(x^2-6)+x\}$

$=(x^2-6)^2+6x(x^2-6)+5x^2$

$=x^4-12x^2+36+6x^3-36x+5x^2$

$=\boldsymbol{x^4+6x^3-7x^2-36x+36}$

4 (1) $4x^3-18x^2-10x$

$=2x(2x^2-9x-5)$

$=\boldsymbol{2x(2x+1)(x-5)}$

(2) $8a^2-2ab-3b^2$

$=\boldsymbol{(2a+b)(4a-3b)}$

(3) $(x-3)^2+3-x$

$=(x-3)^2-(x-3)$

$=(x-3)\{(x-3)-1\}$

$=\boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

(4) $(x-y)^2-(2x-y)^2$

$=\{(x-y)+(2x-y)\}\{(x-y)-(2x-y)\}$

$=(3x-2y)(-x)$

$=\boldsymbol{-x(3x-2y)}$

(5) $4ab^2-a+2b-1$

$=(4b^2-1)a+(2b-1)$

$=(2b+1)(2b-1)a+(2b-1)$

$=(2b-1)\{(2b+1)a+1\}$

$=\boldsymbol{(2b-1)(2ab+a+1)}$

(6) $x^2-(a-1)x-a$

$=x^2-ax+x-a$

$=-(x+1)a+(x^2+x)$

$=-(x+1)a+x(x+1)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x-a)}$

(7) $6x^2+7xy+2y^2-x-y-1$

$=6x^2+(7y-1)x+(2y^2-y-1)$

$=6x^2+(7y-1)x+(y-1)(2y+1)$

$=\{3x+(2y+1)\}\{2x+(y-1)\}$

$=\boldsymbol{(3x+2y+1)(2x+y-1)}$

$$\begin{array}{cccl} 3 & \times & 2y+1 & \longrightarrow \ 4y+2 \\ 2 & & y-1 & \longrightarrow \ \underline{3y-3} \\ & & & \qquad 7y-1 \end{array}$$

(8) $a^3-ab^2+b^2c-a^2c$

$=-(a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(a-c)$

$= \boldsymbol{(a+b)(a-b)(a-c)}$

参考　複2次式の因数分解

教科書 P.20

問1 (1) $x^2 = X$ とおくと

$x^4 - 13x^2 + 36$
$= X^2 - 13X + 36$
$= (X-4)(X-9)$
$= (x^2-4)(x^2-9)$
$= \boldsymbol{(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}$

(2) $x^2 = X$ とおくと

$8x^4 + 10x^2 - 3$
$= 8X^2 + 10X - 3$
$= (4X-1)(2X+3)$
$= (4x^2-1)(2x^2+3)$
$= \boldsymbol{(2x+1)(2x-1)(2x^2+3)}$

問2 (1) $x^4 + x^2 + 1$
$= (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2$
$= (x^2+1)^2 - x^2$
$= \{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}$
$= \boldsymbol{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$

(2) $9x^4 - 7x^2 + 1$
$= (9x^4 - 6x^2 + 1) - x^2$
$= (3x^2-1)^2 - x^2$
$= \{(3x^2-1)+x\}\{(3x^2-1)-x\}$
$= \boldsymbol{(3x^2+x-1)(3x^2-x-1)}$

発展　3次式の乗法公式と因数分解

教科書 P.21

問1 $\boxed{1}$ $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$
$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)$
$= (a^2+2ab+b^2)a + (a^2+2ab+b^2)b$
$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$\boxed{2}$ $(a-b)^3 = (a-b)^2(a-b)$
$= (a^2-2ab+b^2)(a-b)$
$= (a^2-2ab+b^2)a - (a^2-2ab+b^2)b$
$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

問2 (1) $(x+1)^3$
$= x^3 + 3\cdot x^2\cdot 1 + 3\cdot x\cdot 1^2 + 1^3$
$= \boldsymbol{x^3+3x^2+3x+1}$

(2) $(2x-y)^3$
$= (2x)^3 - 3\cdot(2x)^2\cdot y + 3\cdot 2x\cdot y^2 - y^3$
$= \boldsymbol{8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3}$

問3 $\boxed{3}$ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$= a(a^2-ab+b^2) + b(a^2-ab+b^2)$
$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$
$= a^3 + b^3$

$\boxed{4}$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$= a(a^2+ab+b^2) - b(a^2+ab+b^2)$
$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$
$= a^3 - b^3$

問4 (1) $x^3 + 125 = x^3 + 5^3$
$= (x+5)(x^2 - x\cdot 5 + 5^2)$
$= \boldsymbol{(x+5)(x^2-5x+25)}$

(2) $64x^3 - 27y^3$
$= (4x)^3 - (3y)^3$
$= (4x-3y)\{(4x)^2 + 4x\cdot 3y + (3y)^2\}$
$= \boldsymbol{(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)}$

2節　実数

1　実数

教科書 P.22

問1 (1) $2.04 = \dfrac{204}{100} = \boldsymbol{\dfrac{51}{25}}$

(2) $0.625 = \dfrac{625}{1000} = \boldsymbol{\dfrac{5}{8}}$

教科書 P.23

問2 (1) $\dfrac{5}{6} = 0.8333\cdots = \boldsymbol{0.8\dot{3}}$

(2) $\dfrac{2}{11} = 0.1818\cdots = \boldsymbol{0.\dot{1}\dot{8}}$

(3) $\dfrac{7}{55} = 0.12727\cdots = \boldsymbol{0.1\dot{2}\dot{7}}$

(4) $\dfrac{48}{37} = 1.297297\cdots = \boldsymbol{1.\dot{2}9\dot{7}}$

問3 (1) $r = 0.\dot{1}\dot{2}$ とおくと

$$\begin{array}{rrl} & 100r = & 12.121212\cdots \\ -) & r = & 0.121212\cdots \\ \hline & 99r = & 12 \end{array}$$

ゆえに　$r = \dfrac{12}{99} = \boldsymbol{\dfrac{4}{33}}$

(2) $r = 0.1\dot{2}$ とおくと

$$\begin{array}{rrl} & 10r = & 1.222\cdots \\ -) & r = & 0.122\cdots \\ \hline & 9r = & 1.1 \end{array}$$

ゆえに　$r = \dfrac{1.1}{9} = \boldsymbol{\dfrac{11}{90}}$

(3) $r = 1.\dot{2}3\dot{4}$ とおくと

$$\begin{array}{rrl} & 1000r = & 1234.234234\cdots \\ -) & r = & 1.234234\cdots \\ \hline & 999r = & 1233 \end{array}$$

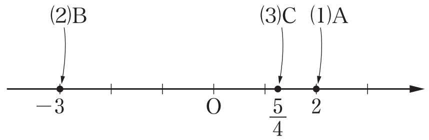
ゆえに　$r = \dfrac{1233}{999} = \boldsymbol{\dfrac{137}{111}}$

問4 有理数は　$\boldsymbol{\dfrac{1}{7}}$,　$\boldsymbol{0.2\dot{3}}$,　$\boldsymbol{\sqrt{25}}$

無理数は　$\boldsymbol{2\pi}$,　$\boldsymbol{\sqrt{7}}$

教科書 P.25

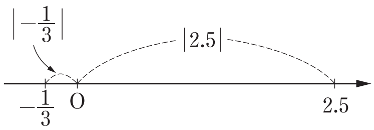
問5



問6 (1) $|2.5| = \mathbf{2.5}$

(2) $\left|-\dfrac{1}{3}\right| = \boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

(3) $|0| = \mathbf{0}$



教科書 P.26

問7 (1) $|-4+3| = |-1| = -(-1) = \mathbf{1}$

(2) $\left|\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right| = \left|\dfrac{1}{12}\right| = \boldsymbol{\dfrac{1}{12}}$

(3) $1-\sqrt{3} < 0$ であるから

$|1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = \boldsymbol{-1+\sqrt{3}}$

問8 (1) $\mathrm{AB} = |5-2| = |3| = \mathbf{3}$

(2) $\mathrm{AB} = |5-(-2)| = |7| = \mathbf{7}$

(3) $\mathrm{AB} = |(-9)-(-3)| = |-6| = \mathbf{6}$

問9 $a = -2$ のとき

$|-a| = |2| = 2,\ |a| = |-2| = 2$

であるから $\boxed{2}$ が成り立つ。

また

$|a|^2 = |-2|^2 = 2^2 = 4$

$a^2 = (-2)^2 = 4$

であるから $\boxed{3}$ が成り立つ。

問10 $a = -3,\ b = 2$ のとき

$|ab| = |(-3)\cdot 2| = |-6| = 6$

$|a||b| = |-3|\cdot|2| = 3\cdot 2 = 6$

であるから $\boxed{4}$ が成り立つ。

また

$\left|\dfrac{a}{b}\right| = \left|\dfrac{-3}{2}\right| = \left|-\dfrac{3}{2}\right| = \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{|a|}{|b|} = \dfrac{|-3|}{|2|} = \dfrac{3}{2}$

であるから $\boxed{5}$ が成り立つ。

2 根号を含む式の計算

教科書 P.27

問11 (1) $\boldsymbol{\sqrt{17}}$ **と** $\boldsymbol{-\sqrt{17}}$

(2) **5 と −5**

(3) **12**

問12 $\sqrt{a^2-2a+1} = \sqrt{(a-1)^2} = |a-1|$

$a-1<0$ であるから

$|a-1| = -(a-1) = \boldsymbol{-a+1}$

教科書 P.28

問13 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ を 2 乗すると

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$$

ここで，$\sqrt{a} > 0,\ \sqrt{b} > 0$ であるから

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > 0$

よって，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ は $\dfrac{a}{b}$ の正の平方根である。

ゆえに，$\boxed{2}$ が成り立つ。

問14 (1) $\sqrt{24} = \sqrt{2^2\times 6} = \boldsymbol{2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{1700} = \sqrt{10^2\times 17} = \boldsymbol{10\sqrt{17}}$

(3) $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{72}$

$= 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6\sqrt{2} = \boldsymbol{-\sqrt{2}}$

(4) $\sqrt{20}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{5}{9}}+\sqrt{50}$

$= 2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

$= \boldsymbol{2\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{5}}{3}}$

教科書 P.29

問15 (1) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$

$= (\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2 = 7-3 = \mathbf{4}$

(2) $(\sqrt{6}-\sqrt{10})^2$

$= (\sqrt{6})^2-2\cdot\sqrt{6}\sqrt{10}+(\sqrt{10})^2$

$= 16-2\sqrt{60} = \boldsymbol{16-4\sqrt{15}}$

問16 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{28}} = \dfrac{1}{2\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}}{14}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{22}}{11}}$

(3) $\dfrac{3}{\sqrt{15}} = \dfrac{3\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}} = \dfrac{3\sqrt{15}}{15} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{15}}{5}}$

問17 (1) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}$

$= \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6-3} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$= \dfrac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}\sqrt{2}}{3-2} = \boldsymbol{3+\sqrt{6}}$

(3) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \dfrac{(3+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$= \dfrac{3^2+2\cdot 3\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{9-5} = \dfrac{14+6\sqrt{5}}{4}$

$= \boldsymbol{\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}}$

教科書 P.30

問18 $x = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$

$$y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$$

(1) $x+y = \left(\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\right)+\left(\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}\right)$

$= \boldsymbol{\sqrt{7}}$

(2) $xy = \left(\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}\right)$

$= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{4} = \frac{7-5}{4}$

$= \boldsymbol{\frac{1}{2}}$

(3) $x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy$

$= (\sqrt{7})^2 - 2\cdot\frac{1}{2} = \boldsymbol{6}$

発展　x^3+y^3 の値

問1 $x^3+y^3 = (x+y)^3-3xy(x+y)$

$= (\sqrt{7})^3 - 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{7}$

$= 7\sqrt{7} - \frac{3\sqrt{7}}{2}$

$= \boldsymbol{\frac{11\sqrt{7}}{2}}$

教科書 P.31

問19 $3^2 < 10 < 4^2$ より，$3 < \sqrt{10} < 4$ であるから，

$\sqrt{10}$ の **整数部分は 3，小数部分は $\sqrt{10}-3$** である。

問20 $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$ とおく。x の分母を有理化すると

$$x = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{5}+1$$

となる。ここで，$2^2<5<3^2$ より，$2<\sqrt{5}<3$ であるから，$\sqrt{5}$ の整数部分は 2 である。

よって，x の整数部分 a は　$\boldsymbol{a} = 2+1 = \boldsymbol{3}$

また，x の小数部分 b は

$\boldsymbol{b} = x-3 = (\sqrt{5}+1)-3 = \boldsymbol{\sqrt{5}-2}$

問題

教科書 P.32

5 (1) $3-\pi<0$ であるから

$|3-\pi| = -(3-\pi) = -3+\pi$

よって　$|3-\pi|+3 = -3+\pi+3 = \boldsymbol{\pi}$

(2) $\sqrt{2}-3<0$ であるから

$|\sqrt{2}-3| = -(\sqrt{2}-3) = -\sqrt{2}+3$

よって　$1-|\sqrt{2}-3| = 1-(-\sqrt{2}+3)$

$= \boldsymbol{\sqrt{2}-2}$

6 (1) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2-\sqrt{6})$

$= 6\sqrt{2}+4\sqrt{3}-3\sqrt{12}-2\sqrt{18}$

$= 6\sqrt{2}+4\sqrt{3}-6\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

$= \boldsymbol{-2\sqrt{3}}$

(2) $(1+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

$= 1^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+2\cdot1\cdot\sqrt{3}$

$+2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}+2\cdot\sqrt{5}\cdot1$

$= 1+3+5+2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}$

$= \boldsymbol{2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}+9}$

(3) $\sqrt{48}-\frac{\sqrt{27}}{2}+\frac{1}{\sqrt{12}}$

$= 4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$= 4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}$

$= \boldsymbol{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$= \frac{(3+\sqrt{6})-(3-\sqrt{6})}{3-2} = \boldsymbol{2\sqrt{6}}$

7 (1) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$= (1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2$

$= 1+2\sqrt{2}+2-3 = \boldsymbol{2\sqrt{2}}$

(2) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4} = \boldsymbol{\frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

8 $x = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$

$y = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2$

より　$x+y = (\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2) = 2\sqrt{5}$

$x-y = (\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2) = 4$

$xy = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) = 1$

(1) $x^2-y^2 = (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5}\cdot4 = \boldsymbol{8\sqrt{5}}$

(2) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$= \frac{(2\sqrt{5})^2-2\cdot1}{1} = \boldsymbol{18}$

9 (1) $(2\sqrt{7})^2 = 28$ である。

$5^2<28<6^2$ より，$5<2\sqrt{7}<6$ であるから，

$2\sqrt{7}$ の **整数部分は 5，小数部分は $2\sqrt{7}-5$** である。

(2)　$x=\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ とおく。x の分母を有理化すると

$$x=\frac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=3-\sqrt{2}$$

となる。ここで，$1^2<2<2^2$ より，$1<\sqrt{2}<2$ であるから

$3-2<3-\sqrt{2}<3-1$　すなわち　$1<x<2$

である。

よって，x の **整数部分は　1**

また，x の **小数部分は**

$$x-1=(3-\sqrt{2})-1=\mathbf{2-\sqrt{2}}$$

発展　二重根号

教科書 P.33

問 1　(1)　$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot1}}=\mathbf{\sqrt{3}+1}$

(2)　$\sqrt{6-2\sqrt{8}}$

$=\sqrt{(4+2)-2\sqrt{4\cdot2}}=\sqrt{4}-\sqrt{2}=\mathbf{2-\sqrt{2}}$

(3)　$\sqrt{7+\sqrt{24}}$

$=\sqrt{7+2\sqrt{6}}=\sqrt{(6+1)+2\sqrt{6\cdot1}}$

$=\mathbf{\sqrt{6}+1}$

(4)　$\sqrt{7-\sqrt{48}}$

$=\sqrt{7-2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot3}}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{3}=\mathbf{2-\sqrt{3}}$

(5)　$\sqrt{11+4\sqrt{7}}$

$=\sqrt{11+2\sqrt{28}}=\sqrt{(7+4)+2\sqrt{7\cdot4}}$

$=\sqrt{7}+\sqrt{4}=\mathbf{\sqrt{7}+2}$

(6)　$\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot1}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}}$

3 節　1 次不等式

1　不等式とその性質

教科書 P.34

問 1　$\mathbf{3a+4b\leqq500}$

教科書 P.35

問 2　(1)　$a=-4$，$b=2$ のとき $a<b$ であり

$a+3=-1$，$b+3=5$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-6$，$b-2=0$ より　$a-2<b-2$

ゆえに，例 2 の結果は正しい。また，

$2a=-8$，$2b=4$ より　$2a<2b$

$\dfrac{a}{2}=-2$，$\dfrac{b}{2}=1$ より　$\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$

ゆえに，例 3 の結果は正しい。

(2)　$a=-10$，$b=-6$ のとき $a<b$ であり

$a+3=-7$，$b+3=-3$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-12$，$b-2=-8$ より　$a-2<b-2$

ゆえに，例 2 の結果は正しい。また，

$2a=-20$，$2b=-12$ より　$2a<2b$

$\dfrac{a}{2}=-5$，$\dfrac{b}{2}=-3$ より　$\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$

ゆえに，例 3 の結果は正しい。

問 3　(1)　$a=-6$，$b=4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=12$，$(-2)b=-8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\dfrac{a}{-2}=3$，$\dfrac{b}{-2}=-2$ より　$\dfrac{a}{-2}>\dfrac{b}{-2}$

ゆえに，例 4 の結果は正しい。

(2)　$a=-8$，$b=-4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=16$，$(-2)b=8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\dfrac{a}{-2}=4$，$\dfrac{b}{-2}=2$ より　$\dfrac{a}{-2}>\dfrac{b}{-2}$

ゆえに，例 4 の結果は正しい。

2　1 次不等式の解法

教科書 P.36

問 4　(1)　$x+5>8$

5 を右辺に移項して　$x>8-5$

整理すると　$\mathbf{x>3}$

(2)　$3x-7\leqq5$

-7 を右辺に移項して　$3x\leqq5+7$

整理すると　$3x\leqq12$

両辺を 3 で割ると　$\mathbf{x\leqq4}$

教科書 P.37

問 5　(1)　$6x+1<3x+7$

1 を右辺に，$3x$ を左辺に移項して

$6x-3x<7-1$

整理すると　$3x<6$

両辺を 3 で割ると　$\mathbf{x<2}$

(2)　$17-9x\leqq2-3x$

整理すると　$-6x\leqq-15$

両辺を -6 で割ると　$\mathbf{x\geqq\dfrac{5}{2}}$

問 6　(1)　$4(x-1)<-x+6$

$4x-4<-x+6$

整理すると　$5x<10$

両辺を 5 で割ると　$\mathbf{x<2}$

(2)　$3x-2(1-x)\leqq8+5(2x+1)$

$3x-2+2x\leqq8+10x+5$

整理すると　$-5x\leqq15$

両辺を -5 で割ると　$\mathbf{x\geqq-3}$

(3)　$\dfrac{x}{2}-\dfrac{2}{3}>\dfrac{5(x-2)}{6}$

両辺に 6 を掛けて

$3x-4>5(x-2)$

$3x-4>5x-10$

整理すると　$-2x>-6$

両辺を -2 で割ると　$\boldsymbol{x<3}$

(4)　$\dfrac{5-3x}{6} \geqq \dfrac{x+8}{4}-x$

両辺に 12 を掛けて

$2(5-3x) \geqq 3(x+8)-12x$

$10-6x \geqq 3x+24-12x$

整理すると　$3x \geqq 14$

両辺を 3 で割ると　$\boldsymbol{x \geqq \dfrac{14}{3}}$

3 不等式の応用

教科書 P.38

問 7　(1)　$\begin{cases} 3x+2<x+4 & \cdots\cdots ① \\ 8x+1>6x-5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$3x-x<4-2$

整理すると　$2x<2$

よって　$x<1$　……③

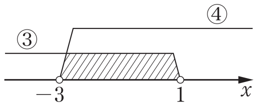
② より　$8x-6x>-5-1$

整理すると　$2x>-6$

よって　$x>-3$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{-3<x<1}$



(2)　$\begin{cases} 6-4x \leqq -2 & \cdots\cdots ① \\ 2x-8<3(4-x) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x \leqq -2-6$

整理すると　$-4x \leqq -8$

よって　$x \geqq 2$　……③

② より　$2x-8<12-3x$

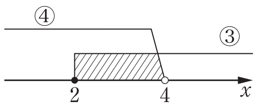
$2x+3x<12+8$

整理すると　$5x<20$

よって　$x<4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{2 \leqq x<4}$



(3)　$\begin{cases} x+5 \geqq 3x-1 & \cdots\cdots ① \\ 1-x \leqq 2(x+1) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$x-3x \geqq -1-5$

整理すると　$-2x \geqq -6$

よって　$x \leqq 3$　……③

②より　$1-x \leqq 2x+2$

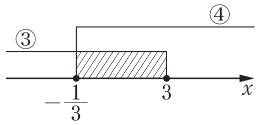
$-x-2x \leqq 2-1$

整理すると　$-3x \leqq 1$

よって　$x \geqq -\dfrac{1}{3}$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{-\dfrac{1}{3} \leqq x \leqq 3}$



教科書 P.39

問 8　(1)　$\begin{cases} -x+4>3x+8 & \cdots\cdots ① \\ 6x-5 \leqq 3x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x>4$

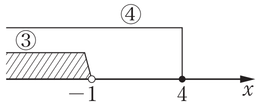
よって　$x<-1$　……③

② より　$3x \leqq 12$

よって　$x \leqq 4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{x<-1}$



(2)　$\begin{cases} 5x-9 \leqq 3x+1 & \cdots\cdots ① \\ 2x-12 \leqq -3x+8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$2x \leqq 10$

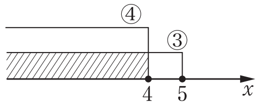
よって　$x \leqq 5$　……③

② より　$5x \leqq 20$

$x \leqq 4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{x \leqq 4}$



問 9　$x+4 \leqq -3x-8 \leqq -2x+7$ より

$\begin{cases} x+4 \leqq -3x-8 & \cdots\cdots ① \\ -3x-8 \leqq -2x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$4x \leqq -12$

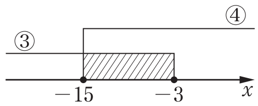
よって　$x \leqq -3$　……③

② より　$-x \leqq 15$

よって　$x \geqq -15$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{-15 \leqq x \leqq -3}$



教科書 P.40

問10　分速 180 m で走る道のりを x m とすると，走り始めてからゴールするまでにかかる時間について，次の不等式が成り立つ。

$\dfrac{1500-x}{120}+\dfrac{x}{180} \leqq 10$

両辺に 360 を掛けて

$3(1500-x)+2x \leqq 3600$

$4500-3x+2x \leqq 3600$

整理すると　　$-x \leqq -900$

両辺を -1 で割ると　$x \geqq 900$

ゆえに，分速 180 m で走る道のりを **900 m** 以上にすればよい。

教科書 P.41

問11 (1)　$x-2=\pm 4$ より　$x=2\pm 4$

すなわち　$\boldsymbol{x=6,\ -2}$

(2)　$x+7=\pm 4$ より　$x=-7\pm 4$

すなわち　$\boldsymbol{x=-3,\ -11}$

(3)　$5-2x=\pm 1$ より　$-2x=-5\pm 1$

すなわち　$-2x=-4,\ -6$

よって　$\boldsymbol{x=2,\ 3}$

問12 (1)　$-4<2x<4$

よって　$\boldsymbol{-2<x<2}$

(2)　$-5 \leqq x+2 \leqq 5$

よって　$\boldsymbol{-7 \leqq x \leqq 3}$

(3)　$2x-5<-3,\quad 3<2x-5$

よって　$2x<2,\quad 8<2x$

すなわち　$\boldsymbol{x<1,\ 4<x}$

参考　場合分けによる絶対値の扱い

教科書 P.42

問 1 (1) (i)　$2x-4 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq 2$ のとき

$|2x-4|=2x-4$ であるから，方程式は

$2x-4=x+1$

よって　$x=5$

これは条件 $x \geqq 2$ を満たしている。

(ii)　$2x-4<0$　すなわち　$x<2$ のとき

$|2x-4|=-(2x-4)$ であるから，方程式は

$-(2x-4)=x+1$

よって　$x=1$

これは条件 $x<2$ を満たしている。

(i), (ii) より，方程式 $|2x-4|=x+1$ の解は

$\boldsymbol{x=1,\ 5}$

(2) (i)　$x+4 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq -4$ のとき

$|x+4|=x+4$ であるから，方程式は

$x+4=3x$

よって　$x=2$

これは条件 $x \geqq -4$ を満たしている。

(ii)　$x+4<0$　すなわち　$x<-4$ のとき

$|x+4|=-(x+4)$ であるから，方程式は

$-(x+4)=3x$

よって　$x=-1$

これは条件 $x<-4$ を満たさない。

(i), (ii) より，方程式 $|x+4|=3x$ の解は

$\boldsymbol{x=2}$

教科書 P.43

問 2 (1)　$|2x-4| \leqq x+1$　……①

(i)　$2x-4 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq 2$ のとき

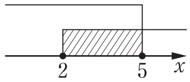
$|2x-4|=2x-4$ であるから，① は

$2x-4 \leqq x+1$

よって　$x \leqq 5$

これと条件 $x \geqq 2$ との共通の範囲は

$2 \leqq x \leqq 5$　……②



(ii)　$2x-4<0$　すなわち　$x<2$ のとき

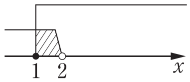
$|2x-4|=-(2x-4)$ であるから，① は

$-(2x-4) \leqq x+1$

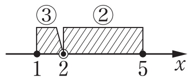
よって　$x \geqq 1$

これと条件 $x<2$ との共通の範囲は

$1 \leqq x<2$　……③



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{1 \leqq x \leqq 5}$



(2)　$|3x-6|>x+2$　……①

(i)　$3x-6 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq 2$ のとき

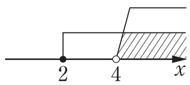
$|3x-6|=3x-6$ であるから，① は

$3x-6>x+2$

よって　$x>4$

これと条件 $x \geqq 2$ との共通の範囲は

$x>4$　……②



(ii)　$3x-6<0$　すなわち　$x<2$ のとき

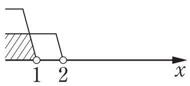
$|3x-6|=-(3x-6)$ であるから，① は

$-(3x-6)>x+2$

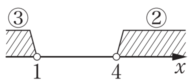
よって　$x<1$

これと条件 $x<2$ との共通の範囲は

$x<1$　……③



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{x<1,\ 4<x}$



(3)　$|x+4|<-3x$　……①

(i)　$x+4 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq -4$ のとき

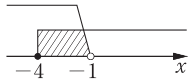
$|x+4|=x+4$ であるから，① は

$x+4<-3x$

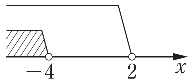
よって　$x<-1$

これと条件 $x \geqq -4$ との共通の範囲は

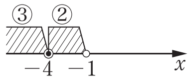
$-4 \leqq x<-1$　……②



(ii) $x+4<0$ すなわち $x<-4$ のとき
$|x+4|=-(x+4)$ であるから，① は
$$-(x+4)<-3x$$
よって　$x<2$
これと条件 $x<-4$ との共通の範囲は
$x<-4$ ……③



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{x<-1}$



問題

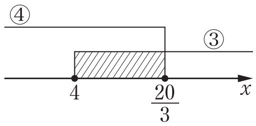
教科書 P.44

10 (1) $\dfrac{5x-2}{3}+1<\dfrac{4x-3}{5}-\dfrac{5}{3}$
$$5(5x-2)+15<3(4x-3)-25$$
$$25x-10+15<12x-9-25$$
$$13x<-39$$
よって　$\boldsymbol{x<-3}$

(2) $0.3x-1.6\geqq 0.7x+0.2$
$$3x-16\geqq 7x+2$$
$$-4x\geqq 18$$
よって　$\boldsymbol{x\leqq -\dfrac{9}{2}}$

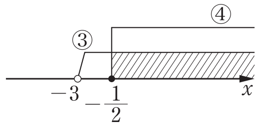
11 (1) $\begin{cases}3(x-1)\geqq 5+x & \cdots\cdots ①\\ \dfrac{x+2}{4}\leqq 3-\dfrac{2x-5}{10} & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① より　$3x-3\geqq 5+x$
$$2x\geqq 8$$
よって　$x\geqq 4$ ……③
② より　$5(x+2)\leqq 60-2(2x-5)$
$$5x+10\leqq 60-4x+10$$
$$9x\leqq 60$$
よって　$x\leqq \dfrac{20}{3}$ ……④
③, ④ より　$\boldsymbol{4\leqq x\leqq \dfrac{20}{3}}$



(2) $\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}<x & \cdots\cdots ①\\ x\leqq \dfrac{5x+4}{3}-1 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① より　$x-3<2x$
よって　$x>-3$ ……③
② より　$3x\leqq 5x+4-3$
$$-2x\leqq 1$$
よって　$x\geqq -\dfrac{1}{2}$ ……④
③, ④ より　$\boldsymbol{x\geqq -\dfrac{1}{2}}$

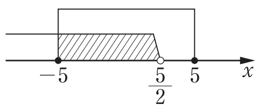


12 (1) $3x+4=\pm 5$ より　$3x=-4\pm 5$
すなわち　$3x=1,\ -9$
よって　$\boldsymbol{x=\dfrac{1}{3},\ -3}$

(2) $-3<4x+7<3$
よって　$-10<4x<-4$
すなわち　$\boldsymbol{-\dfrac{5}{2}<x<-1}$

(3) $|5x-2|-3\geqq 4$ より　$|5x-2|\geqq 7$
ゆえに
$$5x-2\leqq -7,\quad 7\leqq 5x-2$$
よって　$5x\leqq -5,\ 9\leqq 5x$
すなわち　$\boldsymbol{x\leqq -1,\ \dfrac{9}{5}\leqq x}$

13 $6x-4>8x-9$ より　$-2x>-5$
よって　$x<\dfrac{5}{2}$
この不等式と $|x|\leqq 5$ すなわち $-5\leqq x\leqq 5$ を同時に満たす共通の範囲は
$$-5\leqq x<\frac{5}{2}$$



これを満たす整数 x は
$-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

14 ゆりの本数を x 本とすると，ばらの本数は $(15-x)$ 本であるから
$$240(15-x)+300x+400\leqq 4500$$
整理すると　$60x\leqq 500$
すなわち　$x\leqq \dfrac{25}{3}=8.3\cdots$
これを満たす最も大きい自然数 x は　$x=8$
このとき　$15-x=7$
したがって　**ばら 7 本，ゆり 8 本**

15 りんごの個数を x 個とすると，かきの個数は $(20-x)$ 個であるから
$\begin{cases}200x+150(20-x)\geqq 3600 & \cdots\cdots ①\\ 160x+80(20-x)\leqq 2600 & \cdots\cdots ②\end{cases}$
① より　$50x\geqq 600$
よって　$x\geqq 12$ ……③
② より　$80x\leqq 1000$

よって　　$x \leqq 12.5$ ……④

③，④より　　$12 \leqq x \leqq 12.5$

x は整数であるから　　$x=12$

このとき　　$20-x=8$

したがって　**りんご 12 個，かき 8 個**

発展　対称式と交代式

教科書 P.45

問 1　文字を入れかえると

①　$b^2+a^2=a^2+b^2$

②　$b^2-a^2=-(a^2-b^2)$

③　$(b-a)^2=b^2-2ab+a^2=(a-b)^2$

したがって，対称式は **①，③**

問 2　$s=a+b$，$t=ab$ を用いると

①　$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\boldsymbol{s^2-2t}$

③　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$=a^2+b^2-2ab=(s^2-2t)-2t$
$=\boldsymbol{s^2-4t}$

問 3　①　$b^3+a^3=a^3+b^3$

②　$b^3-a^3=-(a^3-b^3)$

③　$(b-a)^3=\{-(a-b)\}^3=-(a-b)^3$

したがって，交代式は **②，③**

練習問題 A

教科書 P.46

1　(1)　$3(A+2B)-2(3B+C)$
$=3A-2C$
$=3(x^2+3xy+2y^2)-2(x^2+2xy-y^2)$
$=(3-2)x^2+(9-4)xy+(6+2)y^2$
$=\boldsymbol{x^2+5xy+8y^2}$

(2)　$AC+BC$
$=(A+B)C$
$=\{(x^2+3xy+2y^2)+(-x^2-2y^2)\}$
$\times(x^2+2xy-y^2)$
$=3xy(x^2+2xy-y^2)$
$=\boldsymbol{3x^3y+6x^2y^2-3xy^3}$

2　(1)　$(a+b-c+d)(a-b+c+d)$
$=\{(a+d)+(b-c)\}\{(a+d)-(b-c)\}$
$=(a+d)^2-(b-c)^2$
$=\boldsymbol{a^2+2ad+d^2-b^2+2bc-c^2}$

(2)　$(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$
$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$
$=(x^4-16)(x^4+16)$
$=\boldsymbol{x^8-256}$

3　(1)　$x^2+y^2-2xy-z^2$
$=(x^2-2xy+y^2)-z^2$
$=(x-y)^2-z^2$
$=\{(x-y)+z\}\{(x-y)-z\}$
$=\boldsymbol{(x-y+z)(x-y-z)}$

(2)　$2x^2-3xy+y^2+7x-5y+6$
$=2x^2+(-3y+7)x+(y^2-5y+6)$
$=2x^2+(-3y+7)x+(y-2)(y-3)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x-(y-3)\}$
$=\boldsymbol{(x-y+2)(2x-y+3)}$

$$\begin{array}{lll} 1 & -(y-2) \longrightarrow & -2y+4 \\ 2 & -(y-3) \longrightarrow & -y+3 \\ \hline & & -3y+7 \end{array}$$

(3)　$x^2y+y^2z-y^3-x^2z$
$=(y^2-x^2)z+(x^2y-y^3)$
$=-(x^2-y^2)z+y(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(y-z)$
$=\boldsymbol{(x+y)(x-y)(y-z)}$

(4)　$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$
$=\{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+24$
$=(x^2+x-12)(x^2+x-2)+24$
$=\{(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24\}+24$
$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+48$
$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$
$=\boldsymbol{(x+3)(x-2)(x^2+x-8)}$

4　$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$\quad+\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-2)$

$=\boldsymbol{-1+\sqrt{5}}$

5　$x=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}$

$=4-\sqrt{15}$

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{4-\sqrt{15}}=\dfrac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}$

$=4+\sqrt{15}$

(1)　$x+\dfrac{1}{x}=(4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15})=\boldsymbol{8}$

(2)　$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=8^2-2=\boldsymbol{62}$

6　(1)　$3(4+x)>2x+7 \geqq 5x-3$ より

$\begin{cases}3(4+x)>2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+7 \geqq 5x-3 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

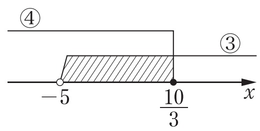
①より　　$12+3x>2x+7$

よって　　$x>-5$ ……③

②より　　$-3x \geqq -10$

よって　　$x \leqq \dfrac{10}{3}$ ……④

③，④より　$\boldsymbol{-5<x \leqq \dfrac{10}{3}}$



(2) $\begin{cases} 2x+3<5(x-6) & \cdots\cdots ① \\ 2x-8>4(1-x) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$2x+3<5x-30$

$-3x<-33$

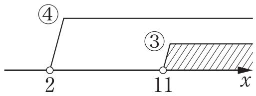
よって　$x>11$ $\cdots\cdots$ ③

② より　$2x-8>4-4x$

$6x>12$

よって　$x>2$ $\cdots\cdots$ ④

③, ④ より　$\boldsymbol{x>11}$



(3) $\begin{cases} 3x-2(x+2)\geqq -1 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5\leqq -x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

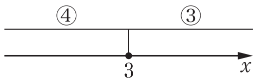
① より　$3x-2x-4\geqq -1$

よって　$x\geqq 3$ $\cdots\cdots$ ③

② より　$4x\leqq 12$

よって　$x\leqq 3$ $\cdots\cdots$ ④

③, ④ より　$\boldsymbol{x=3}$



7 鉛筆の本数を x 本とすると，B 店で買う方が安くなるのは，$x>10$ のときである。

A 店での代金は

$200\cdot\left(1-\dfrac{1}{10}\right)\cdot x=180x$ (円)

B 店での代金は

$200\cdot 10+200\cdot\left(1-\dfrac{2}{10}\right)\cdot(x-10)$

$=160x+400$ (円)

よって，次の不等式が成り立つ。

$180x>160x+400$

$20x>400$

よって　$x>20$

したがって　**21 本以上**

練習問題B

教科書 P.47

8 $(x+y+z)^2$

$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

$=(x^2+y^2+z^2)+2(xy+yz+zx)$

であるから

$x^2+y^2+z^2$

$=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$

$=2^2-2\cdot 1=\boldsymbol{2}$

9 (1) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$

$=-(b-c)a^2+(b^2-c^2)a+(bc^2-b^2c)$

$=-(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b-c)$

$=-(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=-(b-c)(a-b)(a-c)$

$=\boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)}$

(2) $abx^2-(a^2+b^2)x+(a^2-b^2)$

$=abx^2-(a^2+b^2)x+(a+b)(a-b)$

$=\boldsymbol{(ax-a-b)(bx-a+b)}$

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & -a-b & \longrightarrow & -ab-b^2 \\ b & & -a+b & \longrightarrow & -a^2+ab \\ \hline & & & & -(a^2+b^2) \end{array}$$

(3) $(a+b+c+1)(a+1)+bc$

$=\{(a+1)+(b+c)\}(a+1)+bc$

$=(a+1)^2+(b+c)(a+1)+bc$

$=(a+1+b)(a+1+c)$

$=\boldsymbol{(a+b+1)(a+c+1)}$

(4) $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$

$=\{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\}-abc$

$=(b+c)a^2+\{(b+c)^2+bc-bc\}a+bc(b+c)$

$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(b+c)(a+b)(a+c)$

$=\boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

10 (1) $\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}=\dfrac{3+\sqrt{7}}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$

ここで，$2^2<7<3^2$ より $2<\sqrt{7}<3$ であるから

$\dfrac{3+2}{2}<\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}<\dfrac{3+3}{2}$

よって　$\dfrac{5}{2}<\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}<3$

したがって　$\boldsymbol{a=2}$

また　$\boldsymbol{b}=\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}-a$

$=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}-2=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}}$

(2) $a+2b=2+2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}=\sqrt{7}+1$

$ab=2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}=\sqrt{7}-1$

よって

$a^2+2ab+4b^2$

$=(a+2b)^2-2ab$

$=(\sqrt{7}+1)^2-2(\sqrt{7}-1)$

$=(8+2\sqrt{7})-2\sqrt{7}+2=\boldsymbol{10}$

11 $a+b\geqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2+2ab+b^2}=\sqrt{(a+b)^2}$

$=|a+b|=a+b$

$a-b\leqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2-2ab+b^2}=\sqrt{(a-b)^2}$

$=|a-b|$

$=-(a-b)$

$=-a+b$

したがって

$\sqrt{a^2+2ab+b^2}+\sqrt{a^2-2ab+b^2}$

$= (a+b)+(-a+b)$

$= \mathbf{2b}$

12 $4-x \leqq 3x \leqq 2x+a$ より

$\begin{cases} 4-x \leqq 3x & \cdots\cdots ① \\ 3x \leqq 2x+a & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$4 \leqq 4x$

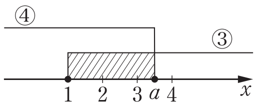
よって　$1 \leqq x$ ……③

② より　$x \leqq a$ ……④

③, ④ より　$1 \leqq x \leqq a$

これを満たす整数 x がちょうど 3 個存在するから

$\mathbf{3 \leqq a < 4}$



13 ① より　$-2 < x-7 < 2$

よって　$5 < x < 9$ ……③

② より　$-k < x-3 < k$

よって　$3-k < x < 3+k$ ……④

(1) ③, ④ をともに満たす x が存在するから

$5 < 3+k$　よって　$\mathbf{k > 2}$

(2) ③ が ④ に含まれるから

$9 \leqq 3+k$　よって　$\mathbf{k \geqq 6}$

1章