

◆開平法

数と式

■課題のねらい

平方根を実際に求める計算を知ること、平方根に対する理解を深める。合わせて、数学的に表現されているものを生徒自身の言葉で説明する機会とする。

■指導時期

第2節の「実数」を学習した後

■難易度

標準レベル

■対象となる生徒

実数に関して、教科書の内容がある程度理解できた生徒を対象とする。

■解答例

① (略)

$$\begin{array}{r} 4.358 \\ \sqrt{19.000000} \quad 4 \\ \underline{16} \quad \quad \quad 4 \\ 300 \quad \quad \quad 83 \\ \underline{249} \quad \quad \quad 3 \\ 5100 \quad \quad \quad 865 \\ \underline{4325} \quad \quad \quad 5 \\ 77500 \quad \quad \quad 8708 \\ \underline{69664} \quad \quad \quad 8 \\ 7836 \quad \quad \quad 8716 \end{array}$$

小数第3位は8

■授業展開例

開平法が、割り算に似た計算であることに気づかせたい。これによって、無理数がより身近なものになるように展開する。

教科書の平方根表などを例に、平方根の値をどうやって求めているのか自由に考えさせ、その後、プリントの小数第1位の部分を読んで、確認する。

①については、考えさせた後に口頭で答えさせる。どのような順序で、どのように判断して数を記入していくのか、ひとつひとつ確認していきたい。開平法の仕方がよく理解できたと判断できたら、②の問題に取り組ませ、本当に理解できたかどうか確認する。

時間があれば、開平法を用いて生徒がよく知る $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ の値などを求めさせ、正しく計算

できることを確かめさせるとよい。

■補足的な発問の例

19の平方根の小数第1位を求めた後、小数第2位を z とし、

$$\left(x + \frac{1}{10}y + \frac{1}{100}z\right)^2 \leq 19$$

を満たす最大の整数として、 z を x 、 y の値から求めさせる。

■指導上の留意点

\sqrt{a} の平方根を求めさせる場合、 \sqrt{a} の整数部分が1桁でないときは、 a の整数部分を一の位から2桁ずつ区切り、 a の2桁が \sqrt{a} の1桁に対応することに注意させる。

■参考文献

新井紀子・新井敏康(2009)

『計算とは何か』p.58 - 65 東京図書

開平法

年 組 番

名前

無理数と聞いて最初に思い出すのは、 $\sqrt{2}$ です。 $\sqrt{2}$ を小数で表すと 1.41421356... になります。「一夜一夜にひとみごろ」というごろ合わせで覚えている人もいるでしょう。ところで、どうすれば $\sqrt{2} = 1.41421356...$ であることがわかるのでしょうか。平方根の求め方について調べてみましょう。

課題 $\sqrt{19}$ の値を求めてみよう。

$4^2 = 16$, $5^2 = 25$ であるから、 $\sqrt{19}$ の整数部分を x とすると、 $x = 4$ であることは明らかである。

$\sqrt{19}$ の小数第 1 位の数字を y とすると、 y は

$$\left(x + \frac{1}{10}y\right)^2 \leq 19 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす最大の整数である。

① の左辺を展開すると

$$x^2 + \frac{2}{10}xy + \frac{1}{100}y^2 \leq 19$$

x^2 を移項して、両辺に 100 を掛けると

$$(10 \times 2x + y)y \leq 100(19 - x^2)$$

$$x = 4 \text{ より } (80 + y)y \leq 300$$

これを満たす最大の整数 y は、 $83 \times 3 = 249$,
 $84 \times 4 = 336$ より 3 である。

すなわち、 $\sqrt{19}$ の小数第 1 位は 3 である。

このような計算を繰り返すことで、平方根の値の小数部分を小数第 1 位から順番に求めることができる。

- ① 右に示したのは、上の考え方で平方根を求める方法を、筆算のように書いたものです。どのような手順で平方根を求めているのか、説明しなさい。
- ② 右の計算では小数第 2 位まで求めています。続きを書いて、小数第 3 位を求めなさい。

このような計算法を **開平法** と言います。開平法を用いて、いろいろな数の平方根を求めてみましょう。

$$\begin{array}{r} \overline{4} \\ \sqrt{19.000000} \quad \overline{4} \\ \underline{16} \quad \overline{4} \\ 3 \quad \quad \underline{8} \end{array}$$

↓

$$\begin{array}{r} \overline{4.3} \\ \sqrt{19.000000} \quad 4 \\ \underline{16} \quad \quad \underline{4} \\ 300 \quad \quad \underline{83} \\ \underline{249} \quad \quad \underline{3} \\ 51 \quad \quad \underline{86} \end{array}$$

↓

$$\begin{array}{r} \overline{4.35} \\ \sqrt{19.000000} \quad 4 \\ \underline{16} \quad \quad \underline{4} \\ 300 \quad \quad \underline{83} \\ \underline{249} \quad \quad \underline{3} \\ 5100 \quad \quad \underline{865} \\ \underline{4325} \quad \quad \underline{5} \\ 775 \quad \quad \underline{870} \end{array}$$