3章・1節　関数とグラフ

組	番号	名　　前

①　関数

②　2次関数とそのグラフ

1　次の$\boxed{}$をうめよ。知

(1)　関数 $y=f(x)$ において，変数x のとり得る値の範囲を，この関数の$\boxed{\text{定義域}}$といい，x がその範囲内のすべての値をとるときの y の値全体を，この関数の$\boxed{\text{値域}}$という。
また，その値域に最大の値，最小の値があるとき，これらをそれぞれこの関数の$\boxed{\text{最大値}}$，$\boxed{\text{最小値}}$という。

(2)　$y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，$y=\boxed{a}x^2$ のグラフを，x 軸方向に$\boxed{p}$，y 軸方向に$\boxed{q}$だけ平行移動した放物線である。軸は直線$\boxed{x=p}$，頂点は点$\boxed{(p,\ q)}$である。
また，この放物線は，$a>0$ のときは$\boxed{\text{下}}$に凸，$a<0$ のときは$\boxed{\text{上}}$に凸であるという。

2　次の$\boxed{}$をうめよ。技

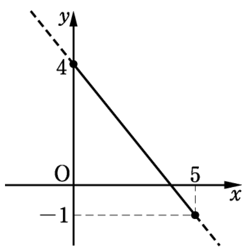
(1)　$f(x)=2x^2+x-4$ のとき
$f(-3)=2\times(\boxed{-3})^2+(\boxed{-3})-4=\boxed{11}$

(2)　$f(x)=x^2-2x+9$ のとき
$f(a-1)=(\boxed{a-1})^2-2(\boxed{a-1})+9=\boxed{a^2-4a+12}$

3　次の関数のグラフをかいて，値域を求めよ。また，最大値，最小値があれば，それを求めよ。技

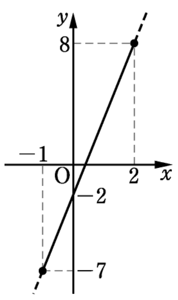
(1)　$y=-x+4$　$(0\leqq x\leqq 5)$

［解］　$0\leqq x\leqq 5$ における関数 $y=-x+4$ のグラフは右の図の実線部分である。
よって，求める値域は　**$-1\leqq y\leqq 4$**
$x=0$ のとき　**最大値 4**
$x=5$ のとき　**最小値 -1**



(2)　$y=5x-2$　$(-1\leqq x\leqq 2)$

［解］　$-1\leqq x\leqq 2$ における関数 $y=5x-2$ のグラフは右の図の実線部分である。
よって，求める値域は　**$-7\leqq y\leqq 8$**
$x=2$ のとき　**最大値 8**
$x=-1$ のとき　**最小値 -7**



4　2次関数 $y=3x^2$ のグラフを平行移動して，頂点を次の点に移したとき，それをグラフとする2次関数を求めよ。技

(1)　$(2,\ 0)$

［解］　**$y=3(x-2)^2$**

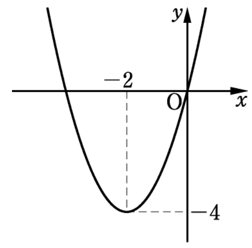
(2)　$(4,\ -1)$

［解］　**$y=3(x-4)^2-1$**

5　次の2次関数のグラフの軸と頂点を求めよ。また，そのグラフをかけ。技

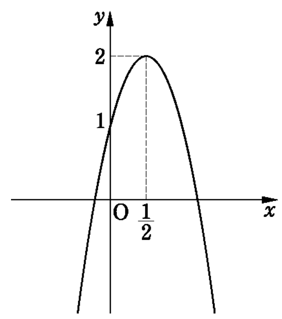
(1)　$y=x^2+4x$

［解］　与えられた2次関数は
$y=(x+2)^2-2^2$
$=(x+2)^2-4$
と変形できる。
よって，求めるグラフは
軸が直線 $x=-2$，頂点が点$(-2,\ -4)$ の下に凸の放物線である。
また，グラフは原点を通るから上の図のようになる。



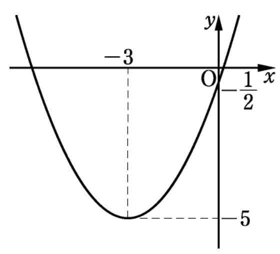
(2)　$y=-4x^2+4x+1$

［解］　与えられた2次関数は
$y=-4(x^2-x)+1$
$=-4\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}+1$
$=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+2$
と変形できる。
よって，求めるグラフは
軸が直線 $x=\frac{1}{2}$，頂点が点$\left(\frac{1}{2},\ 2\right)$ の上に凸の放物線である。
また，グラフはy軸と点$(0,\ 1)$で交わるから，上の図のようになる。



(3)　$y=\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{1}{2}$

［解］　与えられた2次関数は
$y=\frac{1}{2}(x^2+6x)-\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{2}\{(x+3)^2-3^2\}-\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{2}(x+3)^2-5$
と変形できる。
よって，求めるグラフは
軸が直線 $x=-3$，頂点が点$(-3,\ -5)$ の下に凸の放物線である。
また，グラフは y 軸と点$\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$で交わるから，上の図のようになる。



6　2次関数 $y=2x^2-4x+5$ のグラフをどのように平行移動すると，2次関数 $y=2x^2+8x+15$ のグラフになるか。技

［解］　$y=2x^2-4x+5$ より　$y=2(x-1)^2+3$　……①
$y=2x^2+8x+15$ より　$y=2(x+2)^2+7$　……②
よって，①の頂点は点$(1,\ 3)$，②の頂点は点$(-2,\ 7)$である。
したがって，①のグラフを **x 軸方向に -3，y 軸方向に 4 だけ平行移動**すれば，②のグラフになる。