1節　約数と倍数

1 約数と倍数

約数と倍数　　（教科書 p.78）

整数 a が整数 b でわり切れるとき，b を a の（[1]　　　　　　），a を b の（[2]　　　　　　）という。

例 1　12 の約数は，1，2，3，4，6，12 である。
17 の約数は，　　　と　　　である。

問 1　次の数の約数をすべて求めなさい。
(1)　18

(2)　24

(3)　29

(4)　36

例 2　6 の倍数は

と無数にある。
そのうち 20 以下のものは

である。

問 2　8 の倍数で，30 以下のものをすべて求めなさい。

素数　　（教科書 p.79）

2，3，5，7，11 のように，1 より大きい整数で，1 とその数以外に約数がないものを（[3]　　　　　　）という。1 は素数ではない。

素数は，次のようにして求めることができる。

① 右の表で，1 は素数でないから消す。
② 次の数 2 は残し，2 より大きい 2 の倍数を消す。
③ 残った数のうち，最小の数 3 は残し，3 より大きい 3 の倍数を消す。
④ 残った数のうち，最小の数は残し，それより大きいその数の倍数を消す作業を続ける。

$\cancel{1}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

このようにして，残った数が素数である。

問 3　上の方法で，50 までの素数をすべて求めなさい。

素因数分解　　（教科書 p.79）

約数が素数であるとき，これを（[4]　　　　　　）という。

整数を素数の積の形で表すことを，（[5]　　　　　　）という。

例 3　右のように，72 を素数で順にわっていき，その素因数の積をつくると
72 ＝

となる。

2)72
2)36
2)18
3) 9
   3

問 4 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 54

(2) 84

(3) 270

(4) 504

2 最大公約数と最小公倍数

公約数と最大公約数

（教科書 p.80）

2 つの整数 a，b に共通な約数を整数 a と b の（[1]　　　　　　　　）という。公約数のうちで最大のものを（[2]　　　　　　　　　　）という。

例 4 28 と 42 の最大公約数を，素因数分解を用いて求めてみよう。

① それぞれの数を素因数分解する。

② 共通な素因数をかけ合わせる。

よって，28 と 42 の最大公約数は 14 である。

$$28 = \boxed{2} \times 2 \times 7$$
$$42 = \boxed{2} \times 3 \times 7$$
$$\boxed{2} \times 7 = 14$$

最大公約数

最大公約数を求めるには，次のような方法もある。

① それぞれの数を共通な素因数でわる。

② これを共通な素因数がなくなるまでくり返す。

③ わった数をかけ合わせる。

$$\begin{array}{r|rr} \boxed{2} & 28 & 42 \\ \hline 7 & 14 & 21 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$$\boxed{2} \times 7 = 14$$

最大公約数

問 5 次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 30，42

(2) 54，90

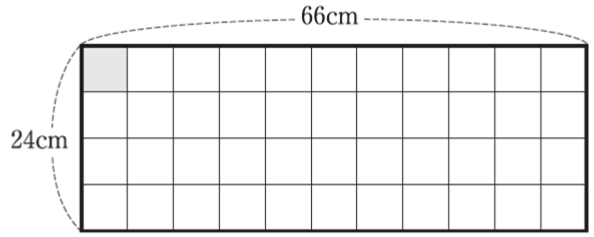
(3) 24，36

最大公約数の利用

（教科書 p.81）

例題 1 縦 24cm，横 66cm の長方形に，同じ大きさの正方形をすきまなくしきつめたい。正方形をできるだけ大きくするには，正方形の 1 辺を何 cm にすればよいですか。

解



上の計算から，24 と 66 の最大公約数は（　　　　　）である。

よって，正方形の 1 辺を（　　　　　　）にすればよい。

問 6 縦 72cm，横 120cm の長方形に，同じ大きさの正方形をすきまなくしきつめたい。正方形をできるだけ大きくするには，正方形の 1 辺を何 cm にすればよいですか。

最大公約数が 1 である 2 つの整数を，（3　　　　　　　　　　　　）という。

分母と分子が互いに素である分数，たとえば $\frac{20}{63}$ は，これ以上約分できない。このような分数を，（4　　　　　　　　　　）という。

問 7 次の分数が既約分数であるかどうか調べなさい。

(1) $\frac{28}{63}$　　(2) $\frac{20}{147}$　　(3) $\frac{80}{189}$　　(4) $\frac{104}{117}$

公倍数と最小公倍数

（教科書 p.82）

２つの整数 a，b に共通な倍数を整数 a と b の（[5]　　　　　　）という。公倍数のうちで最小のものを（[6]　　　　　　）という。

例 5 36 と 60 の最小公倍数を，素因数分解を用いて求めてみよう。

① それぞれの数を素因数分解する。

② 共通な素因数と残りの素因数をかけ合わせる。

よって，36 と 60 の最小公倍数は（　　　　　）である。

$$36 = \boxed{2} \times 2 \times 3 \times 3$$
$$60 = \boxed{2} \times 2 \times 3 \qquad \times 5$$
$$\boxed{2} \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$$

最小公倍数

最小公倍数を求めるには，次のような方法もある。

① それぞれの数を共通な素因数でわる。

② これを共通な素因数がなくなるまでくり返す。

③ わった数と残った数をかけ合わせる。

$\boxed{2}$) 36　60

2) 18　30

3) 9　15

　　3　5

$$\boxed{2} \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$$

最小公倍数

問8 次の２つの数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 12，18

(2) 24，66

(3) 42，45

最小公倍数の利用

（教科書 p.83）

例題 2 縦 12cm，横 9cm の長方形を同じ向きに並べてできる正方形で，最も小さいものの１辺は何 cm ですか。

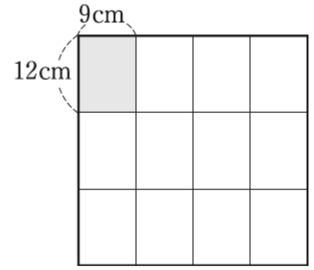
解

12=2×2×3

9=　　3×3

上の計算から，12 と 9 の最小公倍数は（　　　　）である。

よって，正方形の１辺は（　　　　　）である。



問 9 縦 18cm，横 15cm の長方形を同じ向きに並べてできる正方形で，最も小さいものの１辺は何 cm ですか。

最大公約数と最小公倍数の関係

（教科書 p.83）

２つの整数 $a = 12$ と $b = 30$ の最大公約数を g，最小公倍数を l とすると，右の計算から $g = 6$，$l = 60$ である。

a	12 =	$\boxed{2} \times 2 \times 3$
b	30 =	$\boxed{2} \times 3 \times 5$
最大公約数 g		$\boxed{2} \times 3 = 6$
最小公倍数 l		$\boxed{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

よって　$gl = 6 \times 60 = 360$

また　$ab = 12 \times 30 = 360$

したがって　$gl = ab$

一般に，２つの整数 a，b と，それらの最大公約数 g，最小公倍数 l について，等式 $\boldsymbol{gl = ab}$ が成り立つ。

例 6 12 と 42 の最大公約数は 6 であるから，12 と 42 の最小公倍数を l とすると

問 10 54 と 90 の最大公約数が 18 であることを用いて，54 と 90 の最小公倍数を求めなさい。

3 ユークリッドの互除法

ユークリッドの互除法

（教科書 p.84）

たとえば，24 と 9 の最大公約数は 3 である。この最大公約数 3 は，図 1 のように，横 24，縦 9 の長さの長方形にしきつめることができる最大の正方形の 1 辺の長さである。

この長方形から 1 辺の長さ 9 の正方形を 2 つ除くと，図 2 のように，縦 9，横 6 の長さの長方形が得られる。

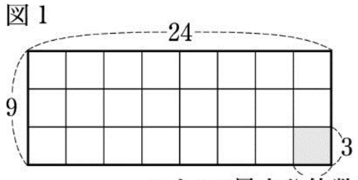
縦 9，横 6 の長さの長方形にしきつめることができる最大の正方形の 1 辺の長さも 3 である。

したがって

（24 と 9 の最大公約数）＝（9 と 6 の最大公約数）

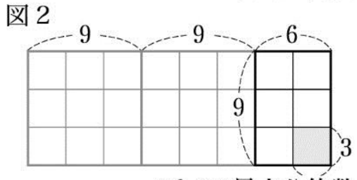
である。ここで，1 辺の長さ 9 の正方形を 2 つ除いて得られる長方形の横の長さ 6 は，24 を 9 でわった余りである。

図 1



24と9の最大公約数

図 2



9と6の最大公約数

一般に，2 つの正の整数 a，b の最大公約数について，次のことがいえる。

互除法の原理
$a \div b = q$　余り r　のとき $r > 0$ ならば　（a と b の最大公約数）＝（b と r の最大公約数） $r = 0$ ならば　（a と b の最大公約数）＝ b

このことを用いると，2 つの数の最大公約数を求めることができる。

たとえば，24 と 9 の最大公約数は

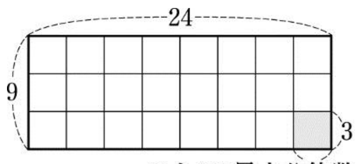
$24 \div 9 = 2$　余り 6

$9 \div 6 = 1$　余り 3

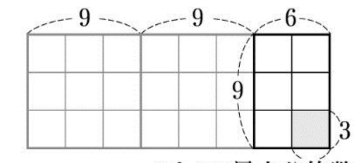
$6 \div 3 = 2$

↑24 と 9 の最大公約数

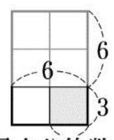
より，3 である。



24と9の最大公約数



9と6の最大公約数



6と3の最大公約数

このように，わり算をくり返すことによって最大公約数を求める方法を，（[1]　　　　　　　　　　）という。

例題 3 ユークリッドの互除法を用いて，592 と 222 の最大公約数を求めなさい。

解

問 11 次の□にあてはまる数を入れなさい。

143 と 26 の最大公約数を求めよう。

$143 \div 26 = \square$　余り $\square$

$26 \div \square = \square$

よって，143 と 26 の最大公約数は $\square$ である。

問 12 ユークリッドの互除法を用いて，次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 161，69

(2) 187，68

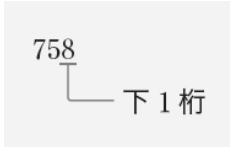
数学ミュージアム　倍数の判定法

（教科書 p.86）

いろいろな数の倍数について，その判定法を見てみましょう。なお，ここでは，倍数について，正の倍数だけでなく 0 も含めて考えます。

2 の倍数　　下 1 桁が 2 の倍数である。

- 758 は，下 1 桁の 8 が 2 の倍数なので，2 の倍数です。

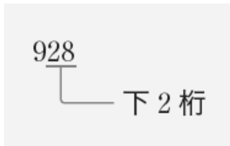


3 の倍数　　各位の数の和が 3 の倍数である。

- 627 は，各位の数の和 $6+2+7=15$ が 3 の倍数なので，3 の倍数です。

4 の倍数　　下 2 桁が 4 の倍数である。

- 928 は，下 2 桁の 28 が 4 の倍数なので，4 の倍数です。

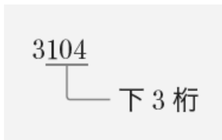


5 の倍数　　下 1 桁が 0 か 5 である。

- 360 は，下 1 桁が 0 なので，5 の倍数です。

6 の倍数　　2 の倍数であり，3 の倍数でもある。

- 714 は，下 1 桁が 2 の倍数なので，2 の倍数です。
  また，各位の数の和 $7+1+4=12$ が 3 の倍数なので，3 の倍数です。
  よって，6 の倍数です。



8 の倍数　　下 3 桁が 8 の倍数である。

- 3104 は，下 3 桁の 104 が 8 の倍数なので，8 の倍数です。

9 の倍数　　各位の数の和が 9 の倍数である。

- 387 は，各位の数の和 $3+8+7=18$ が 9 の倍数なので，9 の倍数です。

復 習 問 題

（教科書 p.87）

1 次の数の約数をすべて求めなさい。

(1) 45

(2) 231

2 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 96

(2) 63

3 次の2つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 45，99

(2) 104，195

4 42冊のノートと70本の鉛筆を何人かの生徒に同じ数ずつ分けて残らないようにしたい。できるだけ多くの生徒に分けるとすれば，何人に分けられますか。

5 次の2つの数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 45，63

(2) 105，84

6 ある駅から，電車は9分ごとに，バスは12分ごとに発車する。午前8時に電車とバスが同時に発車した。次に同時に発車する時刻を求めなさい。

7 24と60の最大公約数が12であることを用いて，24と60の最小公倍数を求めなさい。

8 ユークリッドの互除法を用いて，次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 145，87

(2) 272，187

1節　約数と倍数

1 約数と倍数

約数と倍数　（教科書 p.78）

整数 a が整数 b でわり切れるとき，b を a の（[1] 約数 ），a を b の（[2] 倍数 ）という。

例 1 12 の約数は，1，2，3，4，6，12 である。
17 の約数は，1 と 17 である。

問 1 次の数の約数をすべて求めなさい。

(1) 18
1，2，3，6，9，18

(2) 24
1，2，3，4，6，8，12，24

(3) 29
1，29

(4) 36
1，2，3，4，6，9，12，18，36

例 2 6 の倍数は
6，12，18，24，30，36，…
と無数にある。
そのうち 20 以下のものは
6，12，18
である。

問 2 8 の倍数で，30 以下のものをすべて求めなさい。
8，16，24

素数　（教科書 p.79）

2，3，5，7，11 のように，1 より大きい整数で，1 とその数以外に約数がないものを（[3] 素数 ）という。1 は素数ではない。

素数は，次のようにして求めることができる。

① 右の表で，1 は素数でないから消す。
② 次の数 2 は残し，2 より大きい 2 の倍数を消す。
③ 残った数のうち，最小の数 3 は残し，3 より大きい 3 の倍数を消す。
④ 残った数のうち，最小の数は残し，それより大きいその数の倍数を消す作業を続ける。

~~1~~	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

このようにして，残った数が素数である。

問 3 上の方法で，50 までの素数をすべて求めなさい。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

以上より，50 までの素数は
2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47

素因数分解　（教科書 p.79）

約数が素数であるとき，これを（[4] 素因数 ）という。
整数を素数の積の形で表すことを，（[5] 素因数分解 ）という。

例 3 右のように，72 を素数で順にわっていき，その素因数の積をつくると

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$= 2^3 \times 3^2$$

となる。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

問 4 次の数を素因数分解しなさい。

(1) $54 = 2 \times 3^3$

2) 54
3) 27
3) 9
3

(2) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

2) 84
2) 42
3) 21
7

(3) $270 = 2 \times 3^3 \times 5$

2) 270
3) 135
3) 45
3) 15
5

(4) $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

2) 504
2) 252
2) 126
3) 63
3) 21
7

2 最大公約数と最小公倍数

公約数と最大公約数

（教科書 p.80）

2 つの整数 a，b に共通な約数を整数 a と b の（[1] 公約数 ）という。公約数のうちで最大のものを（[2] 最大公約数 ）という。

例 4 28 と 42 の最大公約数を，素因数分解を用いて求めてみよう。

① それぞれの数を素因数分解する。

② 共通な素因数をかけ合わせる。

よって，28 と 42 の最大公約数は 14 である。

$$\begin{aligned} 28 &= \boxed{2}\times 2 \qquad \times 7 \\ 42 &= \boxed{2} \qquad \times 3\times 7 \\ \hline & \boxed{2} \qquad\qquad \times 7 = 14 \end{aligned}$$

最大公約数

最大公約数を求めるには，次のような方法もある。

① それぞれの数を共通な素因数でわる。

② これを共通な素因数がなくなるまでくり返す。

③ わった数をかけ合わせる。

$$\begin{array}{r|rr} \boxed{2} & 28 & 42 \\ \hline 7 & 14 & 21 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$\boxed{2}\times 7 = 14$

最大公約数

問 5 次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 30，42

$$\begin{aligned} 30&=2\times3\times5 \\ 42&=2\times3 \qquad \times7 \\ \hline &\ \ 2\times3 \qquad =6 \end{aligned}$$

よって，30 と 42 の最大公約数は 6

(2) 54，90

$$\begin{aligned} 54&=2\times3\times3\times3 \\ 90&=2\times3\times3 \qquad \times5 \\ \hline &\ \ 2\times3\times3 \qquad =18 \end{aligned}$$

よって，54 と 90 の最大公約数は 18

(3) 24，36

$$\begin{aligned} 24&=2\times2\times2\times3 \\ 36&=2\times2 \qquad \times3\times3 \\ \hline &\ \ 2\times2 \qquad \times3 \quad =12 \end{aligned}$$

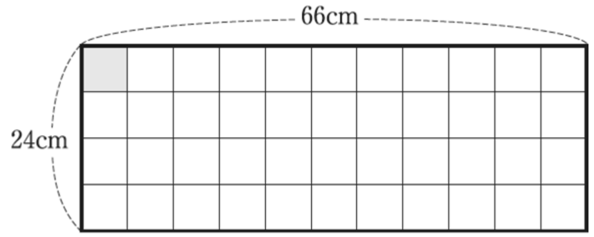
よって，24 と 36 の最大公約数は 12

最大公約数の利用

（教科書 p.81）

例題 1 縦 24cm，横 66cm の長方形に，同じ大きさの正方形をすきまなくしきつめたい。正方形をできるだけ大きくするには，正方形の 1 辺を何 cm にすればよいですか。

解



$$\begin{aligned} 24 &= 2\times2\times2\times3 \\ 66 &= 2 \qquad\qquad \times3\times11 \\ \hline & \ \ 2 \qquad\qquad \times3 \qquad = 6 \end{aligned}$$

上の計算から，24 と 66 の最大公約数は（ 6 ）である。

よって，正方形の 1 辺を（ 6cm ）にすればよい。

問 6 縦 72cm，横 120cm の長方形に，同じ大きさの正方形をすきまなくしきつめたい。正方形をできるだけ大きくするには，正方形の 1 辺を何 cm にすればよいですか。

72 と 120 の最大公約数を求めればよい。

$$\begin{aligned} 72&=2\times2\times2\times3\times3 \\ 120&=2\times2\times2\times3 \qquad \times5 \\ \hline &\ \ 2\times2\times2\times3 \qquad =24 \end{aligned}$$

よって，最大公約数は 24 であるから，正方形の 1 辺は 24cm にすればよい。

最大公約数が 1 である 2 つの整数を，（3　互いに素である　）という。

分母と分子が互いに素である分数，たとえば $\frac{20}{63}$ は，これ以上約分できない。このような分数を，（4　既約分数　）という。

問 7 次の分数が既約分数であるかどうか調べなさい。

（1）$\frac{28}{63}$　（2）$\frac{20}{147}$　（3）$\frac{80}{189}$　（4）$\frac{104}{117}$

（1）28 と 63 の最大公約数を求めればよい。

$28=2\times2\times7$
$63=3\times3\times7$
7

分母と分子が互いに素でないから，既約分数ではない。

（2）20 と 147 の最大公約数を求めればよい。

$20=2\times2\times5$
$147=3\times7\times7$
最大公約数は 1

分母と分子が互いに素であるから，既約分数である。

（3）80 と 189 の最大公約数を求めればよい。

$80=2\times2\times2\times2\times5$
$189=3\times3\times3\times7$
最大公約数は 1

分母と分子が互いに素であるから，既約分数である。

（4）104 と 117 の最大公約数を求めればよい。

$104=2\times2\times2\times13$
$117=3\times3\times13$
13

分母と分子が互いに素でないから，既約分数ではない。

公倍数と最小公倍数

（教科書 p.82）

2 つの整数 a，b に共通な倍数を整数 a と b の（5　公倍数　）という。公倍数のうちで最小のものを（6　最小公倍数　）という。

例 5 36 と 60 の最小公倍数を，素因数分解を用いて求めてみよう。

① それぞれの数を素因数分解する。

② 共通な素因数と残りの素因数をかけ合わせる。

よって，36 と 60 の最小公倍数は（　180　）である。

$$36 = \boxed{2}\times 2\times \boxed{3}\times 3$$
$$60 = \boxed{2}\times 2\times \boxed{3}\quad\quad \times 5$$
$$\boxed{2}\times 2\times \boxed{3}\times 3\times 5 = 180$$

最小公倍数

最小公倍数を求めるには，次のような方法もある。

① それぞれの数を共通な素因数でわる。

② これを共通な素因数がなくなるまでくり返す。

③ わった数と残った数をかけ合わせる。

$\boxed{2}$)	36	60
2)	18	30
$\boxed{3}$)	9	15
	3	5

$$\boxed{2}\times 2\times \boxed{3}\times 3\times 5 = 180$$

最小公倍数

問8 次の 2 つの数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 12，18

12=2×2×3
18=2　×3×3
2×2×3×3=36

よって，12 と 18 の最小公倍数は　36

(2) 24，66

24=2×2×2×3
66=2　　×3×11
2×2×2×3×11=264

よって，24 と 66 の最小公倍数は　264

(3) 42，45

42=2×3　　×7
45=　3×3×5
2×3×3×5×7=630

よって，42 と 45 の最小公倍数は　630

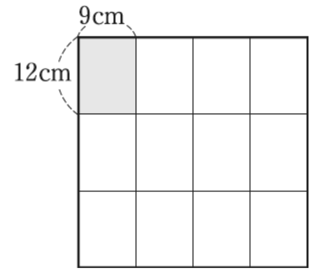
最小公倍数の利用

（教科書 p.83）

例題 2 縦 12cm，横 9cm の長方形を同じ向きに並べてできる正方形で，最も小さいものの 1 辺は何 cm ですか。

解

12=2×2×3
9=　　3×3
2×2×3×3=36



上の計算から，12 と 9 の最小公倍数は（　36　）である。

よって，正方形の 1 辺は（　36cm　）である。

問 9 縦 18cm，横 15cm の長方形を同じ向きに並べてできる正方形で，最も小さいものの 1 辺は何 cm ですか。

18 と 15 の最小公倍数を求めればよい。

18=2×3×3
15=　3　×5
2×3×3×5=90

よって，18 と 15 の最小公倍数は 90 であるから，正方形の 1 辺は 90cm である。

最大公約数と最小公倍数の関係

（教科書 p.83）

2 つの整数 $a = 12$ と $b = 30$ の最大公約数を g，最小公倍数を l とすると，右の計算から $g = 6$，$l = 60$ である。

a	12 =	$\boxed{2}\times 2\times \boxed{3}$
b	30 =	$\boxed{2}\quad\times \boxed{3}\times 5$
最大公約数 g		$\boxed{2}\quad\times \boxed{3}\quad = 6$
最小公倍数 l		$\boxed{2}\times 2\times \boxed{3}\times 5 = 60$

よって　$gl = 6\times 60 = 360$

また　$ab = 12\times 30 = 360$

したがって　$gl = ab$

一般に，2 つの整数 a，b と，それらの最大公約数 g，最小公倍数 l について，等式 $\boldsymbol{gl = ab}$ が成り立つ。

例 6 12 と 42 の最大公約数は 6 であるから，12 と 42 の最小公倍数を l とすると

$6\times l = 12\times 42$

よって　$l = \frac{12\times 42}{6} = 84$

問 10 54 と 90 の最大公約数が 18 であることを用いて，54 と 90 の最小公倍数を求めなさい。

54 と 90 の最小公倍数を l とすると

$18\times l = 54\times 90$

よって　$l = \frac{54\times 90}{18} = 270$

3 ユークリッドの互除法

ユークリッドの互除法

（教科書 p.84）

たとえば，24 と 9 の最大公約数は 3 である。この最大公約数 3 は，図 1 のように，横 24，縦 9 の長さの長方形にしきつめることができる最大の正方形の 1 辺の長さである。

この長方形から 1 辺の長さ 9 の正方形を 2 つ除くと，図 2 のように，縦 9，横 6 の長さの長方形が得られる。

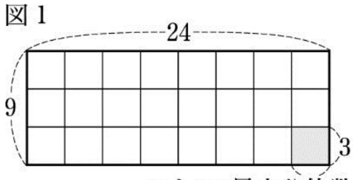
縦 9，横 6 の長さの長方形にしきつめることができる最大の正方形の 1 辺の長さも 3 である。

したがって

（24 と 9 の最大公約数）＝（9 と 6 の最大公約数）

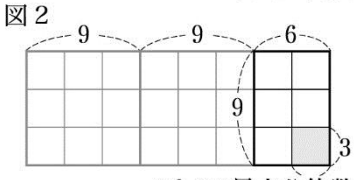
である。ここで，1 辺の長さ 9 の正方形を 2 つ除いて得られる長方形の横の長さ 6 は，24 を 9 でわった余りである。

図 1



24と9の最大公約数

図 2



9と6の最大公約数

一般に，2 つの正の整数 a，b の最大公約数について，次のことがいえる。

互除法の原理
$a \div b = q$　余り r　のとき $r > 0$ ならば　（a と b の最大公約数）＝（b と r の最大公約数） $r = 0$ ならば　（a と b の最大公約数）＝ b

このことを用いると，2 つの数の最大公約数を求めることができる。

たとえば，24 と 9 の最大公約数は

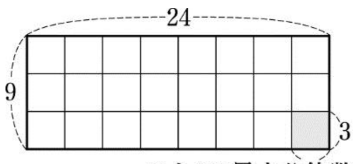
$24 \div 9 = 2$　余り 6

$9 \div 6 = 1$　余り 3

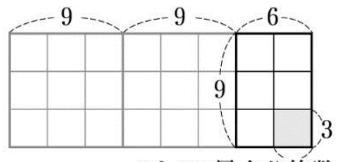
$6 \div 3 = 2$

24 と 9 の最大公約数

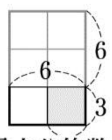
より，3 である。



24と9の最大公約数



9と6の最大公約数



6と3の最大公約数

このように，わり算をくり返すことによって最大公約数を求める方法を，（[1]　ユークリッドの互除法　）という。

例題 3 ユークリッドの互除法を用いて，592 と 222 の最大公約数を求めなさい。

解

$592 \div 222 = 2$　余り 148

$222 \div 148 = 1$　余り 74

$148 \div 74 = 2$

よって，592 と 222 の最大公約数は 74 である。

問 11 次の□にあてはまる数を入れなさい。

143 と 26 の最大公約数を求めよう。

$143 \div 26 = \boxed{5}$　余り $\boxed{13}$

$26 \div \boxed{13} = \boxed{2}$

よって，143 と 26 の最大公約数は $\boxed{13}$ である。

問 12 ユークリッドの互除法を用いて，次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 161，69

$161 \div 69 = 2$　余り 23

$69 \div 23 = 3$

よって，161 と 69 の最大公約数は　23

(2) 187，68

$187 \div 68 = 2$　余り 51

$68 \div 51 = 1$　余り 17

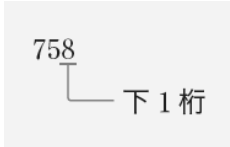
$51 \div 17 = 3$

よって，187 と 68 の最大公約数は　17

数学ミュージアム　倍数の判定法　（教科書 p.86）

　いろいろな数の倍数について，その判定法を見てみましょう。なお，ここでは，倍数について，正の倍数だけでなく 0 も含めて考えます。

2 の倍数　下 1 桁が 2 の倍数である。

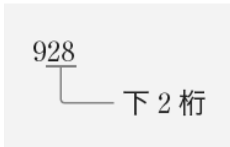


- 758 は，下 1 桁の 8 が 2 の倍数なので，2 の倍数です。

3 の倍数　各位の数の和が 3 の倍数である。

- 627 は，各位の数の和 $6+2+7=15$ が 3 の倍数なので，3 の倍数です。

4 の倍数　下 2 桁が 4 の倍数である。



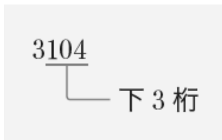
- 928 は，下 2 桁の 28 が 4 の倍数なので，4 の倍数です。

5 の倍数　下 1 桁が 0 か 5 である。

- 360 は，下 1 桁が 0 なので，5 の倍数です。

6 の倍数　2 の倍数であり，3 の倍数でもある。

- 714 は，下 1 桁が 2 の倍数なので，2 の倍数です。
  また，各位の数の和 $7+1+4=12$ が 3 の倍数なので，3 の倍数です。
  よって，6 の倍数です。



8 の倍数　下 3 桁が 8 の倍数である。

- 3104 は，下 3 桁の 104 が 8 の倍数なので，8 の倍数です。

9 の倍数　各位の数の和が 9 の倍数である。

- 387 は，各位の数の和 $3+8+7=18$ が 9 の倍数なので，9 の倍数です。

復 習 問 題

（教科書 p.87）

1 次の数の約数をすべて求めなさい。

(1) 45

1, 3, 5, 9, 15, 45

(2) 231

1, 3, 7, 11, 21, 33, 77, 231

2 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 96

$$\begin{array}{r|r} 2 & 96 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$96 = 2^5 \times 3$

(2) 63

$$\begin{array}{r|r} 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$63 = 3^2 \times 7$

3 次の２つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 45, 99

$$\begin{array}{lllll} 45= & 3\times3 & \times5 & & \\ 99= & 3\times3 & & \times11 & \\ \hline & 3\times3 & & & =9 \end{array}$$

よって，45 と 99 の最大公約数は　9

(2) 104, 195

$$\begin{array}{llllll} 104= & 2\times2\times2 & & & \times13 & \\ 195= & & 3\times5 & & \times13 & \\ \hline & & & & 13 & =13 \end{array}$$

よって，104 と 195 の最大公約数は　13

4 42 冊のノートと 70 本の鉛筆を何人かの生徒に同じ数ずつ分けて残らないようにしたい。できるだけ多くの生徒に分けるとすれば，何人に分けられますか。

42 と 70 の最大公約数を求めればよい。

$$\begin{array}{lllll} 42= & 2\times3 & & \times7 & \\ 70= & 2 & \times5 & \times7 & \\ \hline & 2 & & \times7 & =14 \end{array}$$

よって，42 と 70 の最大公約数は 14 であるから，14 人に分けられる。

5 次の２つの数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 45, 63

$$\begin{array}{lllll} 45= & 3\times3\times5 & & \\ 63= & 3\times3 & & \times7 \\ \hline & 3\times3\times5\times7=315 & & \end{array}$$

よって，45 と 63 の最小公倍数は　315

(2) 105, 84

$$\begin{array}{llll} 105= & & 3\times5\times7 & \\ 84= & 2\times2\times3 & \times7 & \\ \hline & 2\times2\times3\times5\times7=420 & & \end{array}$$

よって，105 と 84 の最小公倍数は　420

6 ある駅から，電車は 9 分ごとに，バスは 12 分ごとに発車する。午前 8 時に電車とバスが同時に発車した。次に同時に発車する時刻を求めなさい。

9 と 12 の最小公倍数を求めればよい。

$$\begin{array}{lll} 9= & & 3\times3 \\ 12= & 2\times2\times3 & \\ \hline & 2\times2\times3\times3=36 & \end{array}$$

よって，9 と 12 の最小公倍数は 36 であるから，次に同時に発車するのは，午前 8 時 36 分

7 24 と 60 の最大公約数が 12 であることを用いて，24 と 60 の最小公倍数を求めなさい。

24 と 60 の最小公倍数を l とおくと

$12 \times l = 24 \times 60$

よって

$l = \frac{24\times60}{12} = 120$

8 ユークリッドの互除法を用いて，次の 2 つの数の最大公約数を求めなさい。

(1) 145，87

$145 \div 87 = 1$　余り 58

$87 \div 58 = 1$　余り 29

$58 \div 29 = 2$

よって，145 と 87 の最大公約数は　29

(2) 272，187

$272 \div 187 = 1$　余り 85

$187 \div 85 = 2$　余り 17

$85 \div 17 = 5$

よって，272 と 187 の最大公約数は　17