

3 節 不等式の表す領域

1 不等式の表す領域

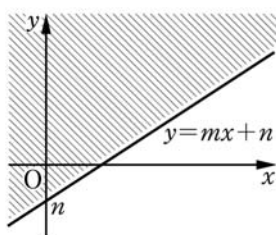
(教科書 p.68)

直線を境界線とする領域

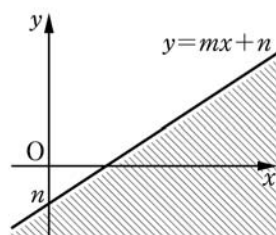
x, y についての不等式を満たす点 (x, y) の集まりを, その不等式の表す^①) という。

不等式と直線の上側・下側

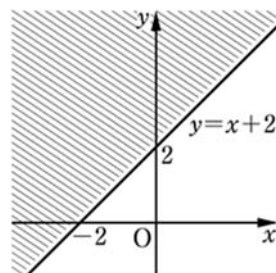
$y > mx + n$ の表す領域は
直線 $y = mx + n$ の上側



$y < mx + n$ の表す領域は
直線 $y = mx + n$ の下側

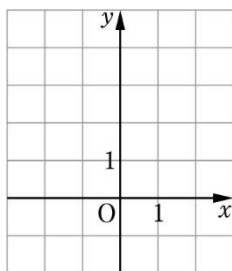


例1 不等式 $y > x + 2$ の表す領域は, 直線 () の () であり, 右の図の () 部分である。

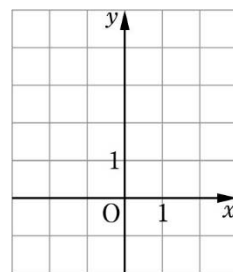


問1 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

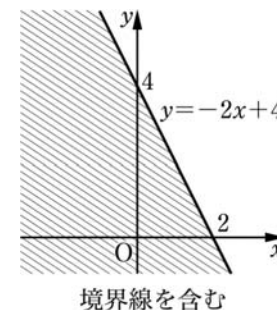
(1) $y > 2x - 1$



(2) $y < -x + 2$



例2 不等式 $y \leq -2x + 4$ は () または () ということの意味する。つまり, 不等式 $y \leq -2x + 4$ の表す領域は, 直線 () および, その下側であり, 右の図の () 部分である。ただし, 境界線を () 。



今後は, 領域を答えるときは境界線を含むか含まないかを書く。

問2 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $y \leq 3x - 2$

(2) $y > -\frac{2}{3}x + 2$

(2) $x - 2y + 2 \geq 0$

例題 1 不等式 $2x - y + 1 \leq 0$ の表す領域を図示しなさい。

1

解

問3 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $x + y - 1 > 0$

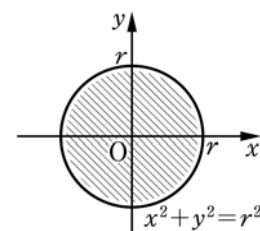
円を境界線とする領域

(教科書 p.70)

一般に、次のことがいえる。

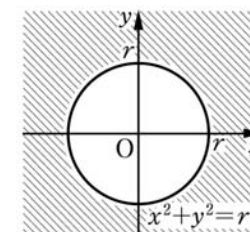
不等式と円の内部・外部

$x^2 + y^2 < r^2$ の表す領域は
円 $x^2 + y^2 = r^2$ の内部



境界線を含まない

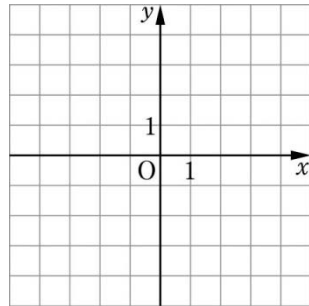
$x^2 + y^2 > r^2$ の表す領域は
円 $x^2 + y^2 = r^2$ の外部



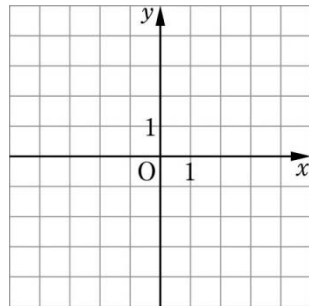
境界線を含まない

問4 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $x^2 + y^2 < 16$



(2) $x^2 + y^2 \geq 9$



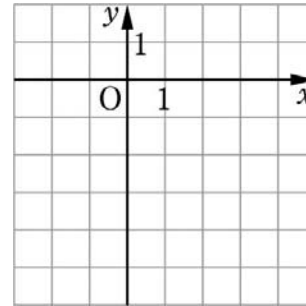
一般に、次のことが成り立つ。

$(x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2$ の表す領域は、(②)

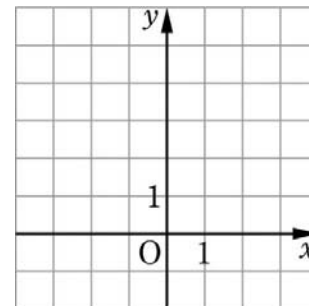
$(x - a)^2 + (y - b)^2 > r^2$ の表す領域は、(③)

問5 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 > 4$



(2) $x^2 + (y - 2)^2 \leq 9$



領域を表す不等式

(教科書 p.71)

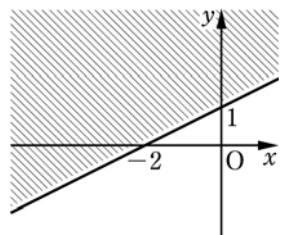
例題 2 右の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めなさい。

2

解

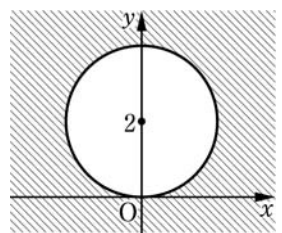
問6 次の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めなさい。

(1)



境界線を含まない

(2)



境界線を含む

2 連立不等式の表す領域

(教科書 p.72)

例3 次の連立不等式の表す領域を考えてみよう。

$$\begin{cases} y < x + 1 & \dots\dots ① \\ y > -x + 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

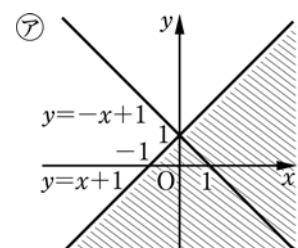
①の表す領域は、図㉗における

直線 $y =$ の

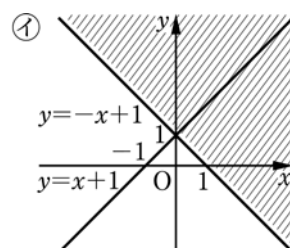
②の表す領域は、図㉘における

直線 $y =$ の

これらを両方とも図に示したのが、図() である。



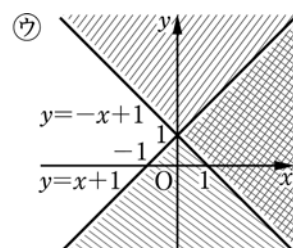
境界線を含まない



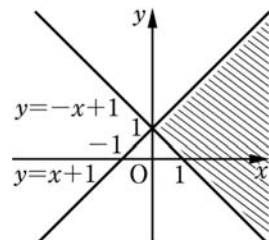
境界線を含まない

このことから、①、②の不等式を同時に満たす領域は右の図の斜線部分であることがわかる。

ただし、境界線を()。



境界線を含まない



境界線を含まない

(教科書 p.73)

例4 次の連立不等式の表す領域を考えてみよう。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 & \dots\dots ① \\ y \leq x + 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

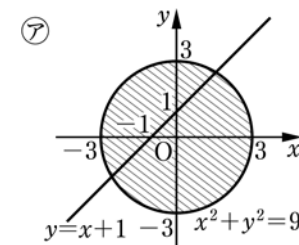
①の表す領域は、図㉗における

円() および、その()

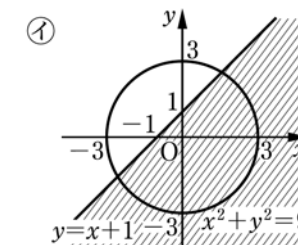
②の表す領域は、図㉘における

直線() および、その()

これらを両方とも図に示したのが、図() である。



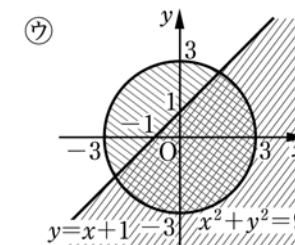
境界線を含む



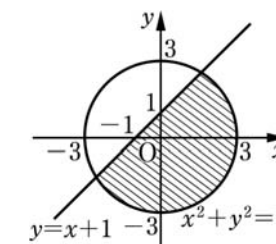
境界線を含む

このことから、①、②の不等式を同時に満たす領域は右の図の斜線部分であることがわかる。

ただし、境界線を()。



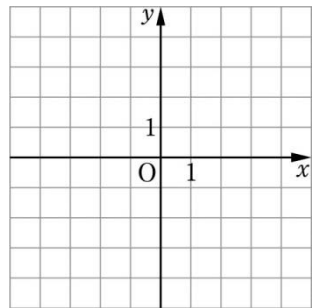
境界線を含む



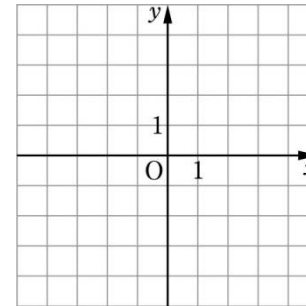
境界線を含む

問7 次の連立不等式の表す領域を図示しなさい。

$$(1) \begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ y \leq -2x + 1 \end{cases}$$



$$(2) \begin{cases} x^2 + y^2 < 9 \\ y > -x + 1 \end{cases}$$



復習問題

(教科書 p.74)

1 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $y < -\frac{1}{2}x + 1$

(2) $2x - 3y + 6 \leq 0$

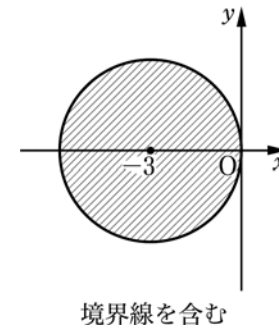
2 次の不等式の表す領域を図示しなさい。

(1) $x^2 + y^2 < 25$

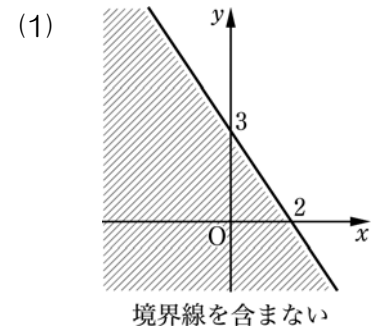
(2) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 > 4$

(3) $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 1 \leq 0$

(2)



3 次の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めなさい。



4 次の連立不等式の表す領域を図示しなさい。

(1)
$$\begin{cases} y > x - 1 \\ y > -x - 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ (x - 2)^2 + y^2 > 4 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y \geq -x \\ y \geq 2x - 3 \end{cases}$$